KLEIBER • KARSTEN

tratado popular de

FISICA

EDITORIAL GUSTAVO GILI, S. A.

TRATADO POPULAR DE FISICA

El *Tratado popular de física* de los profesores KLEIBER y KARSTEN es una de las obras de su especialidad que mayor difusión ha alcanzado, por la sobriedad en la exposición y por el rigor científico. Destinado a los cursos de enseñanza secundaria y a las escuelas técnicas, encierra en poco espacio los conocimientos de física que serán después indispensables al lector para el ejercicio de una especialidad técnica o para progresar en ulteriores estudios más superiores.

TRATADO POPULAR

DE

FÍSICA

POR LOS PROFESORES

Juan Kleiber
de la Escuela Municipal
de Comercio de Munich

Dr. B. Karsten
del
Technikum de Bremen

MANUAL AL ALCANCE DE TODO EL MUNDO

con 540 figuras y numerosos ejemplos
y problemas resueltos, de aplicación a la industria
y a la vida práctica

TRADUCCIÓN DEL

Dr. José Estalella
Catedrático de Física

12.ª EDICIÓN

EDITORIAL G. G. S. A.

BARCELONA
EDITORIAL GUSTAVO GILI, S. A.
Calle del Rosellón, 87 y 89
MCMLXIV

DEL PRÓLOGO DE LA PRIMERA EDICIÓN

En las diversas ediciones alemanas han colaborado, con los Sres. Kleiber y Karsten, el Prof. Dr. O. Gerlach, de Kiel, redactando capítulos de Acústica y de Óptica; el Prof. M. Lilge, de Bremen, a quien se deben los párrafos relativos a las máquinas de vapor, y el Prof. Dr. J. Müller, también de Bremen, que ha prestado su concurso en la redacción del capítulo dedicado a la corriente eléctrica. En la traducción española, hemos añadido por nuestra parte tres párrafos: el referente al rendimiento de las máquinas, el de interferencias luminosas y el de polarización y doble refracción de la luz. Tanto en la traducción como en estas pequeñas adiciones, nos hemos esforzado en conservar la concisión y sencillez de lenguaje de la obra original.

PRÓLOGO DE LA QUINTA EDICIÓN

Aun proponiéndome ser parco en ampliaciones, al preparar esta quinta edición del Kleiber-Karsten, además de someter todo el libro a una cuidadosa revisión, he debido introducir algunos párrafos acerca de los progresos realizados en diversos ramos, teóricos y prácticos.

J. E.

CAPÍTULO PRIMERO

DE LA MATERIA

§ 1. La materia

1. Las impresiones que nuestros sentidos reciben nos advierten: 1.°, que estamos rodeados de cuerpos; 2.°, que entre los cuerpos existen diferencias. — En estas diferencias se ha fundado el hombre, desde la más remota antigüedad, para asignar a cada cosa un nombre.

El descubrimiento de nuevos cuerpos no ha cesado. Mediante delicadas separaciones, Cavendish en 1766 descubrió el hidrógeno; Scheele en 1776 el oxígeno; Davy en 1807 el metal sodio, contenido en la sal común; Rayleigh y Ramsay en 1894 encontraron en el aire el gas argo. A principios del siglo XX se descubrió el radio y otros numerosos cuerpos radiactivos. Poderosos auxiliares para el descubrimiento de nuevos cuerpos han sido los espectros luminosos en la segunda mitad del siglo XIX, y los espectros de rayos Roentgen en la actualidad. Por este último medio se descubrieron en 1925 el masurio y el renio.

2. División de los cuerpos. Atendiendo a su aspecto, se dividen los cuerpos en sólidos, líquidos y gaseosos. Estos tres estados se denominan estados físicos o de agregación (§ 9,[1]).

Hay cuerpos que son conocidos en los tres estados: así el *agua* es también conocida en forma de *hielo* y de *vapor*. Otros cuerpos, en cambio, los conocemos únicamente en dos estados y aun en uno solo. Por ejemplo: la madera, el carbón. Para pasar de un estado físico a otro, los cuerpos han de variar de temperatura.

3. Todo cuerpo tiene la propiedad de **ocupar cierto espacio.**

Ese algo que constituye los cuerpos y llena el espacio por ellos requerido, recibe el nombre de **substancia o materia;** el espacio ocupado por un cuerpo se llama **volumen.**

a) **Que también el aire es materia** lo muestra el hecho de ocupar espacio, y de esto nos cercioraremos mediante sencillísimos ensayos: haciendo burbujear el aire a través del agua; soplando en una vejiga de caucho o en una bolsa de papel; sumergiendo en el agua un vaso boca abajo.

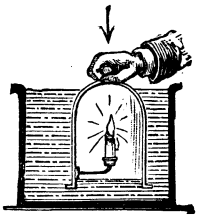


Fig. 1. — Principio de la campana de buzos.

b) **Aplicaciones.** La campana de buzos (inventada en Toledo en 1558).

4. La Tierra es un coloso formado de toda clase de substancias.

a) Su *atmósfera* está esencialmente constituída por una mezcla de dos gases: 21 % de oxígeno y 79 % de nitrógeno. Su *corteza sólida* está formada por rocas, por partículas desprendidas de estas rocas (tierras) y por escasos yacimientos de carbón y filones metálicos. El agua de los *mares,* que en gran parte cubren dicha corteza, lleva disueltas diversas sales, y en especial sal común. Las *regiones internas,* por fin, de este coloso, nos son en absoluto desconocidas, aunque se admite bastante generalmente que el interior de la Tierra está formado por un flúido incandescente.

b) A la escala de 1 milímetro por 1 kilómetro, **la Tierra estaría representada** por un globo de 6,37 metros de *radio* (longitud aproximada de una habitación de regulares dimensiones); la corteza sólida, por una capa de unos 10 centímetros de espesor y la montaña más alta y la mayor

profundidad oceánica, por abultamientos y depresiones de 8 milímetros de altura. El pozo más profundo, a la misma escala, sería apenas de 2 milímetros, y el grueso de la atmósfera no pasaría de 10 centímetros.

5. Se da el nombre de **éter** a una substancia, de propiedades muy poco conocidas, que debe de estar llenando los espacios, aparentemente vacíos, que entre las estrellas existen.

Se admite que no hay región alguna del espacio completamente vacía; que las estrellas, como los peces en el mar, se mueven en un medio sutilísimo: en el éter universal. El éter es el transmisor de la luz que irradian las estrellas.

Fig. 2.—El agua no pasa por el embudo.

6. La materia es impenetrable; es decir, *el espacio ocupado por una partícula material no puede estar al mismo tiempo ocupado por otra.*

EJEMPLOS:

Si soltamos una piedra en un vaso de agua, el nivel del agua sube. Si pretendemos llenar de agua una botella mediante un embudo perfectamente ajustado al cuello (fig. 2), notaremos que el agua se mantiene en el embudo, porque el aire encerrado en la botella no encuentra salida.

§ 2. Las menores partículas

1. La materia es divisible. Esta propiedad fundamental está demostrada por la experiencia diaria. Sin ella, aserrar, acepillar, limar, trabajar los materiales, serían operaciones imposibles. La divisibilidad llega a veces a tal extremo, que las partículas obtenidas sólo son perceptibles mediante el microscopio. Los mejores procedimientos para obtener una gran división de la materia son la disolución y la evaporación.

EJEMPLOS:

a) Cada partícula de *kieselguhr*, terreno sobre el cual Berlín está edificada, consiste en una aglomeración de innumerables diatomáceas (organismos de caparazón silíceo, figura 3).

b) De modo análogo, el lodo del fondo de los mares está formado de menudísimas conchas.

Fig. 3. — Diatomáceas y conchas en el campo del microscopio.

c) Es admirable la pequeñez de las partículas de polvillo atmosférico que vemos brillar en los rayos del Sol.

d) ¡Cuán exigua es la cantidad de tinta que el punto de una *i* requiere!

e) 1 gramo de fucsina basta para enrojecer 1000 litros de agua.

f) Las hojas de oro *(panes)*, empleadas por los doradores, tienen un espesor de $^1/_{25000}$ de milímetro.

g) Para obtener 100 gramos de esencia de rosas, se necesitan 500 kilogramos de flores. Y sin embargo, una sola rosa basta para aromatizar todo el aire de una habitación.

2. Las moléculas. Por pequeña que sea una partícula, podemos imaginarla dividida. Admítese, no obstante, que la divisibilidad tiene un límite. **Las menores partículas** de una substancia determinada **son todas iguales entre sí** y reciben el nombre de *moléculas* de dicha substancia.

Comparación de Thomson. La existencia de las moléculas, que durante el siglo XIX se consideró como una hipótesis, ha sido plenamente confirmada en el siglo XX, y se ha llegado a determinar con asombrosa exactitud su peso y su tamaño.

a) Las moléculas no se hallan en contacto y en reposo, sino alejadas y en movimiento; cabría, hasta cierto punto, comparar su enlace al de los astros de un sistema planetario.

b) Imaginemos que esta habitación o esta clase se dilata hasta alcanzar las dimensiones de la Tierra. Los espacios correspondientes a las diversas moléculas del aire habrán crecido en la misma proporción y alcanzarán las dimensio-

nos de una cabeza de alfiler. (Véase la figura 4. Si creciera en la misma proporción el más pequeño de los infusorios, llegaría a tener una longitud de metro y medio.)

3. Los átomos. También las moléculas son susceptibles de ulteriores divisiones, con lo cual deja de subsistir la substancia primitiva. Producto de la división son los *átomos*, indivisibles ya por procedimientos químicos. Los átomos, a su vez, constan de *partículas elementales* mucho menores.

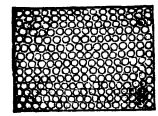


Fig. 4. — Comparación de Thomson.

a) Los átomos, en general, no permanecen libres; presentan gran tendencia a agruparse, y en cuanto se separan de una molécula se enlazan con otros átomos para constituir nuevas moléculas. Esta tendencia recibe el nombre de **afinidad química**, porque el átomo libre muestra preferencias respecto a otros átomos, uniéndose más fácilmente con los de determinadas substancias que con los de otras.

La unión de átomos de la misma substancia da origen a las moléculas de los *cuerpos simples* o elementos: la unión de átomos de distintas substancias da origen a las moléculas de los *cuerpos compuestos*.

b) Los signos *(símbolos)* con que los químicos designan las principales substancias fundamentales, cuerpos simples o elementos, son los siguientes:

Hidrógeno **H** (1)	Plomo **Pb** (207)	Plata **Ag** (108)
Carbono **C** (12)	Mercurio **Hg** (200)	Cobre **Cu** (63,5)
Nitrógeno **N** (14)	Calcio **Ca** (40)	Manganeso **Mn** (55)
Oxígeno **O** (16)	Hierro **Fe** (56)	Cloro **Cl** (35,5)
Sodio **Na** (23)	Azufre **S** (32)	Zinc **Zn** (65,5)
Magnesio **Mg** (24)	Potasio **K** (39)	Oro **Au** (197)

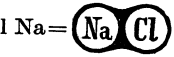
Los números entre paréntesis expresan los llamados *pesos atómicos*; indican cuántas veces el átomo de la correspondiente substancia es más pesado que el átomo de hidrógeno.

4. La fórmula química de un cuerpo expresa el número y la clase de los átomos que forman sus moléculas.

a) Los químicos escriben, para indicar el *agua:*

Agua = H_2O =

y para la *sal de cocina;*

Sal común = Cl Na = 

H_2O y ClNa son las fórmulas químicas del agua y de la sal común, respectivamente, y significan que la molécula del agua está formada por dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno; y la molécula de sal común por un átomo de cloro y uno de sodio.

b) He aquí las fórmulas de **algunos cuerpos compuestos:**

Agua	H_2O	Sulfato de plomo ..	SO_4Pb
Óxido de carbono ..	CO	Nitrato de plata ..	NO_3Ag
Anhídrido carbónico.	CO_2	Ácido clorhídrico ..	Cl H
Pirolusita	MnO_2	Ácido nítrico	NO_3H
Sulfato de cobre	SO_4Cu	Ácido sulfúrico	SO_4H_2
Sulfato de zinc	SO_4Zn	Mármol	CO_3Ca

5. Formación de substancias. Al poner en contacto dos cuerpos, se verifica con frecuencia una completa descomposición de sus moléculas, ya rápida y acompañada de producción de calor y luz o de tumultuosas efervescencias, ya lenta y gradual; y los átomos separados contraen inmediatamente nuevos enlaces, dando origen a nuevas combinaciones, es decir, a moléculas de nuevas substancias.

a) **El metal zinc, en el aceite de vitriolo** (ácido sulfúrico) diluído en agua, se disuelve dando origen a la formación de hidrógeno y de sulfato de zinc. Esto se expresa mediante esta igualdad:

$$\underbrace{Zn}_{\text{Zinc}} + \underbrace{SO_4H_2}_{\text{Ácido sulfúrico}} = \underbrace{H_2}_{\text{Hidrógeno}} + \underbrace{SO_4Zn}_{\text{Sulfato de zinc}}$$

b) **Al arder el carbón se verifica** lo siguiente: los átomos de carbono se van separando del trozo de carbón, y se juntan, con desarrollo de calor y luz, con los átomos del oxígeno del aire, para formar un cuerpo gaseoso: el gas carbónico (anhídrido carbónico). La siguiente igualdad expresa mejor el hecho:

$$C + O_2 = CO_2.$$

c) **Nuestros cabellos y nuestras uñas, al crecer,** no hacen más que recibir átomos de las substancias con que nos hemos alimentado.

6. En todas esas transformaciones se mantiene inalterable el número y la clase de los átomos que en ellas intervienen. Únicamente varía el modo de agruparse. En las operaciones químicas, el peso total de las substancias que reaccionan entre sí permanece inalterable.

La materia es indestructible
(Lavoisier, 1774).

7. La Química estudia las transformaciones de la materia.

Sus procedimientos de investigación se pueden reducir a tres grupos.

a) **Reconocimiento** de cuerpos. Parte interesantísima para el químico legal, en el ensayo de substancias adulteradas y venenosas.

b) **Análisis** o descomposición de los cuerpos. El análisis de un cuerpo termina cuando se han podido obtener las substancias elementales (cuerpos simples) que lo integraban.

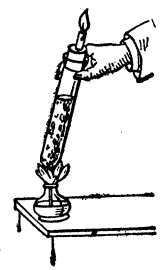


Fig. 5. — Gas del alumbrado.

EJEMPLOS DE ANÁLISIS:

1. Al calentar en un tubo de ensayo un poco de hulla se desprende gas del alumbrado (fig. 5). 2. Si en vez de hulla se calienta clorato potásico ($Cl\,O_3\,K$) se desprende el gas oxígeno, que activa la combustión de una

cerilla. 3. Descomposición del agua (H_2O) en oxígeno e hidrógeno ($O + H_2$) mediante la electrólisis.

c) **Síntesis,** o formación de substancias partiendo de los elementos.

§ 3. Objeto de la Física

1. Los fenómenos naturales se clasifican en dos grupos. Un observador atento advierte en seguida que todos los cuerpos del Universo son asiento de transformaciones rápidas o lentas (fenómenos).

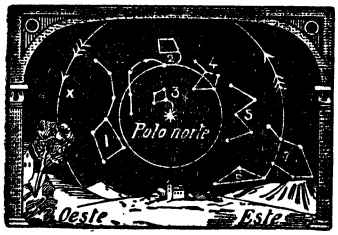


Fig. 6. — El cielo hacia el norte: 1 Osa mayor, 2 Dragón, 3 Osa menor, 4 Cefeo, 5 Casiopea, 6 Auriga, 7 Perseo.

Recuérdense los irregulares cambios de las nubes. Obsérvense, por la noche, los cambios de posición de las estrellas (figura 6). — El fuego. El curso del agua en los ríos. La disgregación de las rocas. El envejecimiento de los hombres.

Cabe distribuir los fenómenos en dos clases:

a) fenómenos **químicos;** las substancias que en ellos intervienen dan origen a otras substancias. (Ejemplos: la combustión de la madera, el enmohecimiento de los metales, la putrefacción de las frutas.)

b) fenómenos **físicos;** éstos no van acompañados de alteración de materia alguna. (Ejemplos: la caída de una piedra, la imanación del hierro, la ebullición del agua.)

2. Los fenómenos físicos pueden ser considerados, en último extremo, como fenómenos de movimiento; pudiendo ser lo que se mueve todo el cuerpo (piedra que cae), sus moléculas (copa que suena), o el éter (metal candente).

División. El estudio de los fenómenos físicos, es decir, la Física, se suele dividir en cinco partes:

1. **Mecánica** o tratado del equilibrio y del movimiento de los cuerpos. 2. **Acústica** o tratado del sonido. 3. **Óptica** o tratado de la luz. 4. **Tratado del calor.** 5. **Tratado del magnetismo y de la electricidad.**

3. La Física es una ciencia experimental, es decir, los conocimientos de esa ciencia se basan en observaciones y experimentos.

Hacemos una observación cuando examinamos con atención un fenómeno natural y las condiciones en que se ha producido. Así el examen repetido del arco iris nos enseñará que este hermoso meteoro (meteoro = fenómeno de la atmósfera) aparece, ya hacia levante, ya hacia el norte, ya hacia poniente; pero que siempre, para verlo hay que dar la espalda al Sol.

Practicamos un experimento cuando contribuímos, intencionadamente, a la producción de un fenómeno natural, con el fin de estudiar sus relaciones con las circunstancias que pueden modificarlo. Por ejemplo: *hemos observado* que una aguja clavada en la mesa por un extremo se la puede hacer sonar; y luego *efectuamos experimentos* para ver cómo depende de la longitud de la aguja el sonido producido, haciendo vibrar agujas de distintas longitudes. — **Galileo** (1564-1642) fué quien introdujo en las ciencias el *experimento cuantitativo,* es decir, el experimento en que se miden magnitudes.

4. Al practicar un experimento deben distinguirse las condiciones o circunstancias del fenómeno-consecuencia.

Experimento de la caída de los cuerpos. Déjese caer una piedra: 1.°, de una altura de 5 m; 2.°, de una altura de 20 m; 3.°, de una altura de 45 m (circunstancias o condiciones); el tiempo que tardará en caer será, respectivamente, 1, 2 y 3 segundos (fenómeno-consecuencia).

5. Descubrir una ley física es encontrar una relación entre el valor numérico de las circunstancias y el valor numérico del fenómeno-consecuencia.

Ley de la caída de los cuerpos. La relación que liga las circunstancias con las consecuencias en el último ejemplo que hemos citado, es conocida desde hace mucho tiempo: es la ley de Galileo, o de la caída de los cuerpos, que puede ser expresada así: «Se obtiene la altura de la caída (en metros) multiplicando por 5 el cuadrado del tiempo (en segundos).»

Esta ley es susceptible de ser expresada algébricamente:

$$a = 5\,t^2.$$

A veces la relación es tan complicada que ni el lenguaje hablado ni las fórmulas algébricas pueden expresarla con claridad, y se ha de recurrir al **procedimiento gráfico** (diagramas), sin que esto signifique que este método no pueda ser aplicado al caso de relaciones sencillas, como la expuesta en el ejemplo anterior.

Existen aparatos de medición que dibujan automáticamente los diagramas del fenómeno a cuyo examen se aplican; los más corrientes son los termómetros y barómetros registradores de los observatorios meteorológicos.

6. Se da el nombre de **hipótesis** a las **conjeturas** que se hacen acerca de por qué determinada ley natural presenta tal o cual forma.

a) **Hipótesis acerca de la ley de la caída de los cuerpos.** Se pregunta: ¿Por qué cae la piedra? y ¿por qué cae de acuerdo con la fórmula $a = 5\,t^2$?

RESPUESTA:

1.ª Se admite *(hipótesis)* que la Tierra atrae a la piedra.

2.ª De la aplicación a ese fenómeno de la *hipótesis* de la inercia, Galileo dedujo que la fórmula de la caída de los cuerpos debía tener esa forma: $a = * \, t^2$, en la que el signo $*$ debe indicar un número constante. Que el número $*$ es igual a 5, lo ha revelado el experimento; pero no se ha dado todavía con ninguna hipótesis que lo explique. Tampoco se conoce ninguna que explique la atracción terrestre, habiendo sido vanos los esfuerzos de los notables pensadores (Huygens, Zöllner, Secchi, Isenkrahe) que en todo tiempo han ido tras de una explicación satisfactoria.

Más modernamente, Einstein, con su teoría general de la relatividad, ha considerado la misma cuestión desde nuevos puntos de vista.

b) Llámase **teoría** de un fenómeno natural su explicación fundada en hipótesis.

Las hipótesis son *lo incierto en la ciencia.*

a) Con frecuencia sucede que un fenómeno puede ser explicado por **dos hipótesis** distintas; y ambas tienen la misma validez hasta que el descubrimiento de nuevos fenómenos determina la inverosimilitud de una de ellas. (Polémica entre Huygens y Newton sobre la esencia de la luz.)

b) Para libertar la Física de las **hipótesis eternamente inciertas,** decía Hertz (el descubridor de las ondas eléctricas) que el objeto de la Física era observar, medir y someter a rigurosas comprobaciones las leyes naturales (relaciones numéricas) presumidas.

7. Explicar una cosa es referirla a otras. Por consiguiente, los términos de toda explicación deberán ser conceptos, números y leyes inexplicables. Así son, por ejemplo, los conceptos de tiempo, espacio, materia, fuerza, movimiento, el número * en las leyes de la caída de los cuerpos, etc.

Una explicación completa termina en *lo inexplicable.*

CAPÍTULO II

TAMAÑO Y PESO DE LOS CUERPOS

§ 4. Medición de longitudes

1. La unidad de longitud es el metro, o sea la diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre.

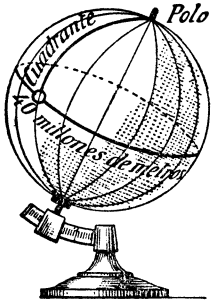


Fig. 7. — Cuadrante de meridiano.

Llámase *cuadrante de meridiano terrestre* el arco de círculo máximo que va de un polo al ecuador (fig. 7).

El **metro** fué establecido **en Francia,** en 1795, y en el transcurso del tiempo se ha ido adoptando por la mayor parte de naciones civilizadas.

Del primitivo metro-patrón, que se conserva en París, y bajo la inspección de una comisión internacional con residencia en Sèvres, se han obtenido *copias* o *reproducciones,* empleando una aleación de platino (90 %) e iridio (10 %) y dándoles la forma representada en la figura 8: así la materia como la forma han sido elegidas para dar a dichas copias suficiente inalterabilidad y rigidez.

2. Las divisiones del metro se obtienen con arreglo al sistema decimal, es decir, cada unidad se subdi-

vide en 10, cada subdivisión en otras 10, y así sucesivamente.

1 metro = 10 decímetros = 100 centímetros = 1000 milímetros
1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm

1 000 m=1 kilómetro (Km). | $\frac{1}{1\,000}$ mm = 1 μ (micron)

10 Km=1 miriámetro .... | $\frac{1}{1\,000\,000}$ » = 1 $\mu\mu$.

El número que en el sistema decimal se ha de usar para cambiar de unidad de longitud es 10; es decir, si una longitud se quiere expresar en unidades del orden inmediato

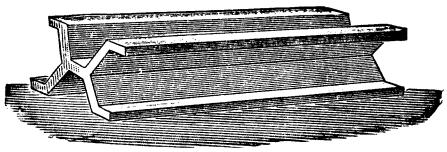


Fig. 8. — Metro-patrón.

superior, habrá que dividir su valor por 10, y si se quiere expresar en unidades del orden inmediato inferior, habrá que multiplicarlo por 10.

375 mm = 37,5 cm = 3,75 dm | 1,2 dm = 12 cm = 120 mm.

En el sistema de unidades absolutas, usado especialmente en Electrotecnia, y en el cual todas las magnitudes se consideran derivadas de tres fundamentales (masa, longitud y tiempo), la unidad de longitud es el *centímetro.*

3. Las ventajas del sistema métrico son: 1.ª El metro es una magnitud natural (pues sirven, para definirlo, las dimensiones de la Tierra). 2.ª Sus múltiplos y submúltiplos son decimales (con lo cual se simplifican los cálculos). 3.ª Es un sistema internacional (más de 400 millones de hombres lo están usando ya; los Estados europeos que todavía no lo emplean son Rusia, Inglaterra y Holanda).

4. Las medidas de longitud más usadas en Inglaterra son:

El pie (1′=305 mm)=12 pulgadas (12″)=144 líneas (144‴).

Se emplean también todavía en ciertos casos las unidades siguientes:

1 milla geográfica = 7420 m (o sea unos 7 y $^1/_2$ Km).
1 » marina = 1852 m (=$^1/_{60}$ de grado de meridiano).

Como unidades antiguas recordaremos:

1 palmo = 194 mm | 1 vara = 836 mm.

En Rusia se emplea el pie inglés.

5. El nonius sirve para medir longitudes con mucha exactitud, y consiste en una reglilla auxiliar que

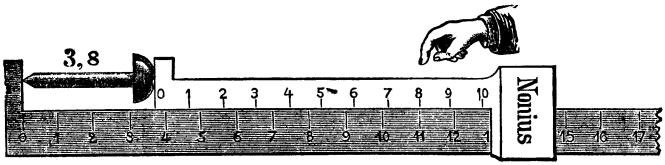


Fig. 9. — Nonius.

se aplica a la regla principal y que está dividida de tal modo que 10 de sus partes corresponden a 9 de la regla principal.

Manera de usarlo. Se coloca el objeto que se ha de medir, a lo largo de la regla principal, de modo que uno de sus extremos coincida con el punto cero (origen de las divisiones); a continuación del objeto se coloca el nonius, y la división de éste que coincida con una cualquiera de la regla principal, indicará el número de décimas partes de unidad que hay que añadir al número de unidades directamente leído en la regla. Así, por ejemplo, el clavo representado en la figura 9 tiene una longitud de 3,8 unidades de la regla principal.

Puede también hacerse que 100 (o bien 60, o en general n) divisiones de la regla auxiliar correspondan a 99 (o bien 59, o en general $n-1$) divisiones de la regla princi-

pal, resultando así posible la apreciación de la centésima (o sexagésima, o enésima) parte de la unidad.

6. Medición de espesores. Se emplean con este fin el pie de rey, el tornillo micrométrico, el compás de espesores y otros aparatos.

Si dando una vuelta completa a la cabeza del tornillo micrométrico, representado en la figura 10, la punta *y* avanza 1 mm, cuando la cabeza dé sólo $^1/_{10}$ de vuelta la punta avanzará $^1/_{10}$ de milímetro. Las fracciones de vuelta se leen en el tambor *T*.

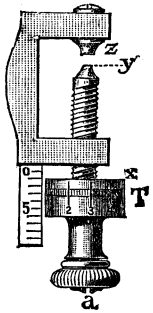


Fig. 10
Micrómetro.

7. La longitud de una circunferencia se deduce de la de su diámetro *d:*

$$\text{Longitud de la circunferencia} = 3{,}14 \times d = \pi\, d$$

El valor 3,14 de π es sólo aproximado. El matemático Ludolf lo determinó exactamente hasta 622 decimales.

8. Medición de ángulos. El cuadrante de círculo se divide en 90 partes, llamadas *grados*.

1 grado (1°) = 60 minutos (60′); 1′ = 60 segundos (60″).

En la superficie terrestre, 1 grado es igual a 60 millas marinas; 1′ = 1 milla marina = 1852 m; 1″ = 30,9 metros.

9. Reciben el nombre de errores de paralaje los que se cometen en la apreciación de longitudes, cuando éstas se leen en una regla situada en distinto plano que el objeto que se mide.

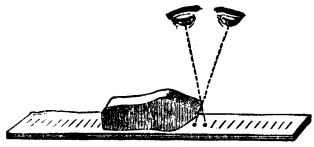


Fig. 11. — Paralaje.

Son debidos a la inclinación con que miramos el objeto. Pueden evitarse, o por lo menos disminuirse, empleando reglas-espejos, y observando en la dirección en que coincidan el objeto y su imagen reflejada por la regla.

§ 5. Medición de superficies

1. La unidad de superficie es el metro cuadrado, es decir, un cuadrado cuyo lado tiene 1 m de longitud.

$$1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\,000\ cm^2 = 1\,000\,000\ mm^2$$

1 área = 100 m^2; 1 hectárea = 100 áreas

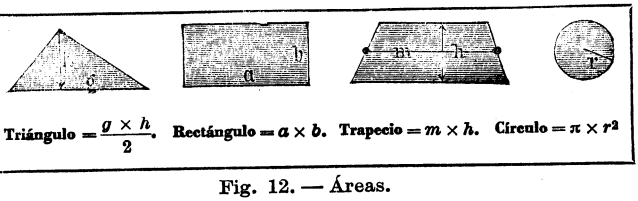
El número que en el sistema decimal se ha de usar para expresar la magnitud de una superficie en unidades del orden inmediatamente superior o inferior, es 100. Por ejemplo:

12,75 dm^2 = 1275 cm^2 = 127 500 mm^2; 275 mm^2 = 2,75 cm^2

1 pie cuadrado (inglés) = 0,0929 m^2

1 pulgada cuadrada (íd.) = 6,45 cm^2

2. La medición de superficies sencillas puede reducirse a la medición de dos longitudes aplicando los teoremas de la Geometría.



Triángulo = $\frac{g \times h}{2}$. Rectángulo = $a \times b$. Trapecio = $m \times h$. Círculo = $\pi \times r^2$

Fig. 12. — Áreas.

3. El área de las superficies de contornos irregulares se puede determinar: 1.°, por medio del planímetro; 2.°, por pesada de la figura recortada en papel homogéneo; 3.°, por el cálculo, empleando la regla de Simpson.

a) **El planímetro** viene a ser un compás horizontal cuyo vértice lleva una ruedecita enlazada a un contador

de vueltas (fig. 13). Para usarlo, se fija en el tablero una de las puntas (polo) del compás, y con la otra se sigue el perímetro de la figura. Del número de vueltas que durante esta operación haya dado la ruedecita contadora, se deduce el valor del área de la figura.

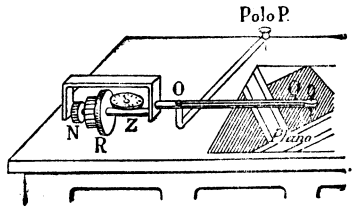


Fig. 13. — Planímetro.

b) **Peso de la figura recortada.** Supóngase que la figura recortada pesa 2,25 gramos, y que 1 dm² del mismo papel pesa 0,9 gramos. El área de la figura será 2,25 : 0,9 = 2,5 dm² = = 250 cm².

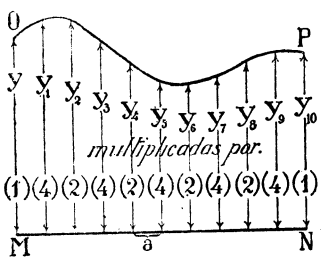


Fig. 14. — Regla de Simpson.

c) **Regla de Simpson.** Se aplica, en especial, a los diagramas dibujados en papel milimétrico. Se divide la longitud *MN* en un número par de partes iguales, se levantan las normales y, y_1, y_2, ... y_{n-1}, y se señalan, respectivamente, con los números **1, 4, 2, 4, 2, 4, ... 2, 4, 1**. El valor del área de la superficie será:

$$S = \frac{a}{3}(1\,y + 4\,y_1 + 2\,y_2 + 4\,y_3 + 2\,y_4 + \ldots + 1\,y_{n-1}).$$

§ 6. Medición de volúmenes

1. La unidad de volumen es el metro cúbico, es decir, un cubo cuya arista tiene una longitud de 1 m.

1 m³	= 1000 dm³ (1000 litros)
1 dm³ (litro)	= 1000 cm³
1 cm³	= 1000 mm³

Tratándose de volúmenes, el número que sirve para el cambio de unidades (en el sistema decimal) es 1000. Así, 3 litros = 3000 cm^3; 1500 cm^3 = 1,5 dm^3.

2. La medición de volúmenes de los cuerpos geométricos puede reducirse a medición de longitudes. Por ejemplo:

Volumen del *paralelepípedo* cuyas aristas son *a*, *b* y *c* (fig. 15) . . . . . $V = a \times b \times c$

Volumen del *prisma* (columna de base *S* y altura *a*) . . . . . $V = S \times a$

Volumen de la *pirámide* de base *S* y altura *a* . . . . . $V = {}^1/_3 S \times a$

Volumen de la *esfera* de diámetro *d* . . $V = \frac{d^3 \pi}{6}$

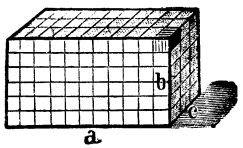


Fig. 15.—Paralelepípedo.

3. El volumen de los líquidos se determina vertiéndolos en probetas graduadas. (Se llaman probetas unos vasos cilíndricos de mucha altura.)

El volumen de una determinada cantidad de agua puede hallarse también por pesada, fundándose en que cada centímetro cúbico de agua pesa 1 gramo. De este mismo hecho se saca partido para la graduación de las probetas.

4. El volumen de los cuerpos sólidos irregulares se determina sumergiéndolos en probetas graduadas que ya estén, en parte, llenas de agua. La subida del nivel del agua da la medida del volumen que se desea conocer.

Si el nivel del agua sube desde 14 cm^3 a 20 cm^3, el volumen del cuerpo será de 6 cm^3.

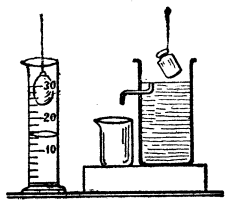


Fig. 16. — Probeta graduada y vaso con vertedero.

2.º *procedimiento.* Se toma un vaso provisto de vertedero y lleno de agua, y en él se sumerge el cuerpo en cues-

tión; rebosará un volumen de agua igual al del cuerpo, y bastará, por lo tanto, recoger el agua que ha rebosado y medir su volumen (fig. 16).

3.er procedimiento. La manera más exacta de determinar el volumen de un cuerpo sólido es la fundada en el principio de Arquímedes (§ 49,2), que se puede expresar así: *Todo cuerpo pierde en el agua tantos* **gramos** *de peso como* **centímetros cúbicos** *tiene de volumen.* Por ejemplo: si un trozo de mármol pesa en el aire 70 gramos, y en el agua 45 gramos, la pérdida de peso vale 70 — 45 = 25 gramos, de lo que se deduce que su volumen es de 25 cm³. La figura 17 muestra de qué manera puede efectuarse la operación anterior, valiéndose de un pesacartas ordinario.

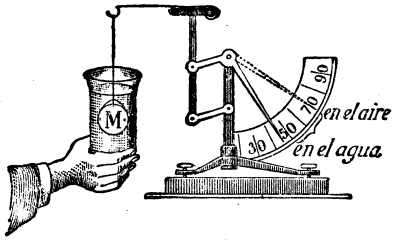


Fig. 17. — Pérdida de peso.

5. La medición del volumen de los gases se efectúa en la cuba neumática (fig. 18).

Se llena de agua (o de mercurio) un cilindro graduado, de cristal, y se coloca verticalmente y boca abajo en una cuba llena del mismo líquido. Mediante un tubo doblado en forma conveniente, se puede hacer pasar al cilindro graduado el gas cuyo volumen se desea conocer.

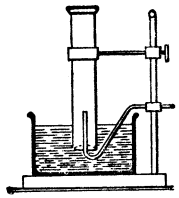


Fig. 18
Cuba neumática.

EXPERIMENTO: Determínese el volumen del gas que sale de los pulmones en una aspiración.

6. Poros. Los poros son pequeñas oquedades de los cuerpos, ocupadas por otras substancias (en general por aire). En algunos cuerpos, los poros son perceptibles a simple vista (esponja, piedra pómez, pan); en otros, por el contrario, la existencia de los poros

sólo puede ser demostrada mediante artificios más o menos complicados.

EJEMPLO:

Llenando de arena un vaso de litro, tendremos aparentemente 1 litro de arena (volumen aparente), pero se podrán agregar unos 400 cm³ de agua, porque el volumen de los poros es de unos 400 cm³ (fig. 19).

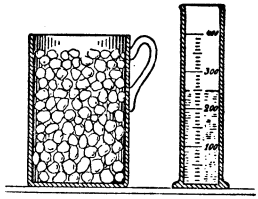


Fig. 19. — Volumen de los poros de 1 litro de arena.

EXPERIMENTOS. *a) Pettenkofer* demostró que la piedra de construcción daba paso al gas del alumbrado; para ello tomaba un prisma de arenisca, aplicaba dos tubos a dos caras opuestas, y acababa de cubrir el prisma con cera. Uno de los tubos lo ponía en comunicación con la cañería del gas (fig. 20), y al cabo de algunos minutos podía encenderse el gas que salía por el tubo de la cara opuesta.

b) Que la madera y el cuero son porosos se demuestra haciendo pasar mercurio a su través. El experimento se puede realizar como se describe en el § 64,4a, o bien tomando un tubo de cristal de unos 45 centímetros de longitud, ensanchado por ambos extremos: uno de éstos se cierra con un tapón de madera o cuero perfectamente ajustado y fijado; se coloca el tubo en posición vertical; y por el extremo superior (abierto) se llena de mercurio. Cuando la altura del líquido es suficiente, se le ve salir a través del tapón inferior en forma de finísima lluvia (lluvia de Diana).

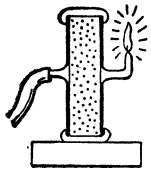


Fig. 20. — Experimento de Pettenkofer.

c) Pésese, primero en seco y después mojada, una barra de yeso.

d) La porosidad del *cobre* se deduce del hecho de que al martillarlo se comprime. La del *cristal,* de que al enfriarse se contrae.

e) El gas *óxido de carbono,* venenosísimo, pasa a través del *hierro incandescente.*

f) En los filtros Berkefeld (Chamberland, Cardenal y otros) se obliga al agua a pasar a través de un cilindro *C*

(figura 21) de kieselguhr (tierra de infusorios, § 2,[1]). En muchas ciudades se filtra el agua destinada a la bebida, mediante filtros de arena.

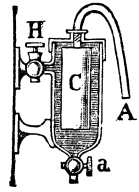


Fig. 21. — Filtro Berkefeld.

También los **líquidos** son porosos:

a) El agua contiene aire y ácido carbónico; al calentar el líquido estos gases se desprenden.

b) 50 partes de agua y 50 de alcohol dan, al ser mezcladas, sólo 96 partes de espíritu (en volumen).

Finalmente, el hecho de la compresión y dilatación de **los gases** (§ 59) prueba que también éstos son porosos.

De todo lo que acabamos de decir se deduce que, por lo menos entre las moléculas, deben de existir espacios vacíos, es decir, poros. Por consiguiente:

Todos los cuerpos son porosos

7. En un cuerpo se pueden distinguir **tres volúmenes diferentes:** *a)* el volumen exterior, es decir, comprendidos los poros; *b)* el volumen físico, que es igual al anterior menos el espacio ocupado por los poros físicos (no por los espacios intermoleculares); *c)* el volumen estricto de las moléculas.

EJEMPLO:

Una **esponja** presenta, por ejemplo, un volumen exterior *(a)* de *1 litro;* su volumen físico *(b)* es de *16 cm³;* experimentos modernos han demostrado que el volumen estricto de sus moléculas *(c)* es apenas de *2 mm³* (tamaño de una cabeza de alfiler).

§ 7. El peso

1. Todos los cuerpos son pesados, es decir, ejercen una tracción o una presión sobre el obstáculo que impide su caída.

Como al dejarlos sueltos se aproximan a la Tierra, se dice que son atraídos por la Tierra. La atracción terrestre recibe el nombre de *gravedad* (fig. 22).

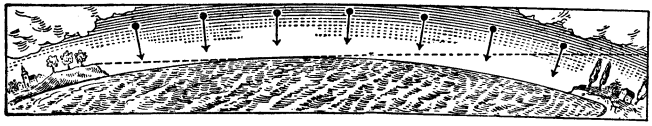


Fig. 22. — Acción de la gravedad.

2. La dirección de la gravedad, es decir, la dirección en que caen los cuerpos, es la señalada por la plomada.

La plomada (fig. 23) consiste en un hilo que en un extremo lleva colgado un peso. La dirección del hilo de la plomada se llama **vertical;** toda dirección normal a la vertical recibe el nombre de **horizontal.**

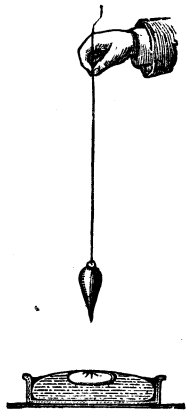


Fig. 23. — Plomada y nivel.

a) Es horizontal la superficie del agua en reposo.

b) La verticalidad de las paredes, esquinas, etc., se prueba mediante la plomada; la horizontalidad, por medio del nivel, que consiste en un tubo de vidrio algo encorvado, lleno de líquido y con una burbuja de aire. Cuando la posición de la burbuja es la señalada por dos trazos grabados en el tubo de vidrio, la superficie en que el nivel se apoya es horizontal.

c) Las verticales se dirigen al centro de la Tierra (fig. 22). Las verticales de dos lugares A y B forman, pues, determinado ángulo α. Éste vale $1''$ cuando la distancia AB es de unos 31 metros (§ 4, [8]).

3. Peso de un cuerpo es la presión que ejerce sobre la superficie horizontal en que se apoya.

La unidad de peso es el gramo

o sea la presión que sobre una superficie horizontal ejerce 1 cm^3 de agua a 4° centígrados, en París y en el vacío. (Definición teórica.)

1000 g = 1 kilogramo (1 Kg); 1000 Kg = 1 tonelada.

Prácticamente, el gramo es el peso, en París, de la milésima parte del **kilogramo-patrón** que se conserva en los archivos.

100,	200,	200,	500
10,	20,	20,	50
1,	2,	2,	5

a) Para que se pueda pesar con comodidad, se construyen y usan series de pesas de latón, cuyos valores son los anotados al margen.

Eligiendo convenientemente las pesas, se puede equilibrar cualquier número de gramos; así, por ejemplo: 83 gramos = = 50 + 20 + 10 + 2 + 1.

b) **Otras unidades de peso:**

1 libra inglesa = 454 gramos. | 1 libra castellana = 460 gramos.
1 » catalana = 400 »

c) A falta de pesas, se pueden efectuar las pesadas con monedas. He aquí los pesos de las más comunes.

1 cént.	2 cénts.	5 cénts.	10 cénts.	1 pta.	2 ptas.	5 ptas.
1 g	2 g	5 g	10 g	5 g	10 g	25 g

d) En el sistema de unidades absolutas, la unidad de peso es la **dina** = $^1/_{981}$ gramos. Para comprender lo pequeña que es la dina, bastará saber que 1 cm^2 del papel de este libro pesa unas 10 dinas.

1 g = 981 dinas; 1 Kg = 981000 dinas.

4. Pesar un cuerpo es medir su peso. A dicho fin se usan las balanzas (§ 30).

También se pueden emplear las *balanzas de resorte* (figura 24) y los *dinamómetros,* fundados en la elasticidad de los muelles metálicos; no necesitan pesas, utilizándose en vez de éstas una escala graduada.

El *dinamómetro* (medidor de fuerzas) tiene mucha importancia práctica. El representado en la figura 25, con escala circular, consiste esencialmente en un muelle semicircular que lleva en sus extremos dos piezas *a* y *b;* la pieza *b* se dirige hacia abajo y termina en una cremallera; *a* se dirige hacia arriba y sostiene una rueda dentada, que engrana con la cremallera anterior y está sólidamente unida a una aguja indicadora. Las cargas son indicadas por la aguja sobre el arco graduado.

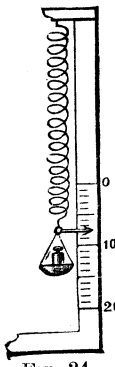


Fig. 24. Balanza de resorte.

Los dinamómetros no miden sólo pesos, sino toda clase de tracciones y presiones. De aquí su empleo en gimnástica, en las pruebas de caballos, locomotoras, automóviles, etc.

5. El peso de los cuerpos no es constante. Cuanto más se eleva el cuerpo sobre el nivel del mar, tanto menor es su peso. Pero esto no se puede demostrar con la balanza ordinaria, pues simultáneamente con el cuerpo pierden su peso las pesas utilizadas.

a) Se explica este hecho, porque la atracción entre el cuerpo y la Tierra disminuye cuando la distancia aumenta.

b) El valor de la disminución es de $^{3}/_{10\,000}$ por cada kilómetro de altura, es decir, la pérdida de peso que un cuerpo de 10 Kg experimentaría si se elevara a la altura de 1 Km sobre el suelo, sería de 3 g.

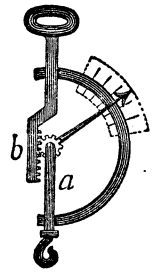


Fig. 25. Dinamómetro.

6. Aunque el peso varíe, la masa de los cuerpos se mantiene inalterable. Se ha adoptado como unidad de masa la cantidad de materia que en París pesa 1 gramo. Dicha unidad se denomina gramo-masa.

Un gramo-masa (Materia) **pesa en París 1 gramo** (Fuerza)

a) Aislado en el espacio, lejos de todo astro, ningún cuerpo pesa; igual sucede en el centro de la Tierra. En el polo, los cuerpos pesan más que en el ecuador.

b) Para diferenciarlos, se designa el gramo-fuerza por **g** y el gramo-masa por **gr.**

c) 1 gr de plata y un gr de azufre, pesados en París, tienen igual peso; al trasladar dichos cuerpos a otro lugar de la superficie terrestre, sus pesos variarán, pero se mantendrán siempre iguales entre sí.

Problemas

1. **¿Qué ángulo** forman las verticales de los extremos de **una calle** recta de 3,1 kilómetros de longitud? — R.: $\alpha = 1' 40''$.

2. ¿Cuántos gramos pierde de peso **un hombre** de 75 Kg, cuando se eleva **en globo** a una altura de 9 kilómetros? — R.: 202,5 g.

3. ¿Cuál es la mínima distancia de **Cristianía a Lübeck**, si las verticales de esos dos lugares forman un ángulo de 5° 54'? — R.: 658 Km.

4. **Una hoja de papel** de 75 cm de ancho por 50 de largo, pesa 20 gramos. **¿Cuál es el peso por cm²?** — R.: $5\,^1/_3$ mg = 5,2 dinas.

§ 8. El peso específico

1. El peso de 1 cm³ de agua = 1 gramo.

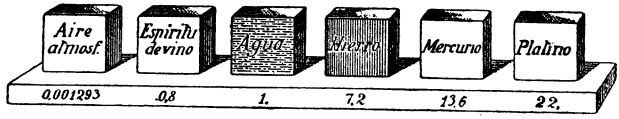
Fundándose en este principio, es muy fácil determinar el volumen de cualquier cantidad de agua mediante la pesada.

Así, por ejemplo, se podrá deducir el volumen de una vasija, del peso del agua que la llena. Así se gràdúan también las probetas.

2. Se entiende por peso específico de un cuerpo, el peso de 1 cm³ del mismo.

Peso específico = Peso de la unidad de volumen

(1.ª definición)



Se ha dado a este peso el nombre de específico, porque sirve con frecuencia para distinguir unos cuerpos de otros. Así, si tenemos 1 cm^3 de magnesio y 1 cm^3 de plomo (metales de aspecto bastante semejante), bastará tomarlos en la mano para distinguirlos, pues la mano apreciará muy bien cuál es el de mayor peso específico: el cm^3 de plomo pesa 11,4 g; el de magnesio 1,8 g.

De que el peso específico del cobre sea 8,9, se deduce: *a)* 1 cm^3 de cobre pesa 8,9 gramos; 1 dm^3 de cobre pesa 8,9 Kg; 1 m^3 de cobre pesa 8,9 toneladas; *b)* 1 cm^3 de cobre pesa 8,9 veces más que un cm^3 de agua; siempre el cobre pesa 8,9 veces más que un volumen igual de agua.

El peso específico expresa también cuántas veces el **cuerpo** *es más pesado que un volumen de* **agua** *igual al suyo*

(2.ª definición)

Llámase **densidad** de una substancia el número de *gramos-masa* que contiene. Por lo tanto, densidad y peso específico están representados por el mismo número:

Peso específico del cobre = $= 8{,}9\ g/cm^3$ | **Densidad del cobre** = $= 8{,}9\ gr/cm^3$

La **densidad** (relativa) del platino con respecto al aire es $d = \frac{22}{0{,}001293} =$ aprox. 17000, es decir, un trozo de platino es 17000 veces más atraíble por la Tierra (tiene 17000 veces más masa) que un volumen igual de aire.

3. Fórmula del peso específico. Si v cm³ de un cuerpo pesan p gramos, el peso e de 1 cm³ será:

$$\text{Peso específico } e = \frac{p}{v}$$

y de esa fórmula se deducen las siguientes:

$$\text{Peso } p = e \times v \qquad \text{Volumen } v = \frac{p}{e}$$

De las dos fórmulas que anteceden se deduce que el conocimiento del peso específico puede ser aplicado:

a) **A la determinación del peso de los cuerpos;** basta para ello multiplicar el volumen por el peso específico. *Ejemplo:* ¿Cuánto pesa una viga de 10 metros de longitud y de 18 × 24 cm de sección, si el peso específico de la madera de que está formada es 0,5? — Respuesta: $v = 1{,}8 \times 2{,}4 \times 100$ dm³; $e = 0{,}5$ (Kg, por tratarse de dm³); luego: $p = 1{,}8 \times 2{,}4 \times 100 \times 0{,}5 = 216$ Kg.

Para facilitar el cálculo de los pesos, adviértase que:

El peso de una barra de 10 m de longitud y 1 cm² de sección es igual al peso específico en Kg.

El peso de una lámina de 1 m² de superficie y 1 mm de espesor es igual al peso específico en Kg.

b) **A la determinación del volumen de los cuerpos;** para ello hay que dividir el peso p por el peso específico e. *Ejemplo:* Un volante de hierro fundido pesa 300 Kg. ¿Cuál es su volumen? — Respuesta: $p = 300$ Kg; $e = 7{,}2$; luego, $v = 300 : 7{,}2 = 42$ dm³ aproximadamente.

4. Determinación experimental del peso específico. — *a) De los cuerpos sólidos.*

Se mide el **peso** (en la balanza) $= p$ } por la def. 1.ª (pág. 30) } $e = \frac{p}{v}$
» » » **volumen** (§ 6, 4) . . $= v$ }

b) De los cuerpos líquidos. Se llena un frasco, primero con el líquido y después con agua.

Peso del **líquido** que llena el frasco $= p$ } por la def. 2.ª (pág. 30) } $e = \frac{p}{a}$
» » **agua** » » » » $= a$ }

Pesos específicos

Metales

Iridio	22,4
Platino fundido	21,48 a 21,50
— forjado	21,25
— en plancha o en hilos	21,2 a 21,7
Oro fundido	19,30
— en plancha o en hilos	19,36
— acuñado	19,32
Mercurio	13,596
Plomo fundido	11,35
— laminado	11,38
— en hilos	11,40
Plata fundida	10,46
— laminada	10,62
— en hilos	10,56
Cobre fundido	8,3 a 8,9
— forjado	8,9
— electrolítico	8,9
— en hilos, templado	8,96
— recocido	8,86
Latón fundido	8,4 a 8,7
— laminado	8,56
— en hilos	8,4 a 8,7
Níquel fundido	8,35
— forjado	8,67
— en hilos	9,20
Niquelina	8,63 a 8,77
Maillechort	8,30 a 8,45
Metal de cañón	8,8
Bronce	8,8
— de aluminio	7,7
Hierro fundido	7,0 a 7,7
— dulce	7,6 a 7,9
— en hilos	7,6 a 7,8
— puro	7,88
Acero	7,3 a 7,9
Zinc	6,9 a 7,2
Estaño	7,3
Aluminio comercial	2,6
— puro	2,58
Magnesio	1,7
Potasio	0,87
Sodio	0,98
Litio	0,59

Piedras

Piedra imán	4,9
Basalto, Granito	2,7 a 3,2
Cuarzo	2,6 a 2,8
Pizarra	2,8
Alabastro	2,3 a 2,8
Mármol	2,7
Hormigón	2,47
Cemento (duro)	2,7 a 3
Argamasa de cemento	1,8 a 1,9
Cal viva	2,3 a 3,2
Mampostería	2 a 2,6
Obra de fábrica	1,4 a 1,7
Arenisca	2,4 a 2,7
Ladrillos	1,5 a 2,3
— refractarios	2 a 2,15
Arena	2,3
Asfalto	1,07 a 1,46
Piedra pómez	0,9 a 1,6
Tierra humus	1,3 a 1,8
— arenosa	1,4 a 1,9
— arcillosa	1,6 a 1,9
Creta	1,8 a 2,7

Maderas

(secadas al aire)

Arce	0,75
Abedul	0,51 a 0,77
Fresno, haya	0,75
Ébano	1,26
Encina	0,7 a 1,03
Pino, abeto, tilo	0,35 a 0,60
Corcho	0,24
Álamo, chopo	0,36
Boj	0,95
Caoba	0,56 a 0,85
Castaño	0,60
Nogal	0,66
Olivo	0,99
Olmo	0,70
Roble	0,70 a 0,82
Cedro del Líbano	0,52

Advertencia: Las maderas verdes tienen un peso específico más elevado.

Carbones

Antracita	1,4 a 1,7
Hulla	1,2 a 1,5
Lignito	0,8 a 1,5
Coque	0,5
Filamentos de carbón	1,25 a 2,1
Barras de carbón	1,6
Grafito	1,8 a 2,3

Otras substancias

Cristal de roca	2,65
Diamante	3,5
Vidrio de espejos	2,45 a 2,72
— de ventana	2,4 a 2,6
Cristal	2,9 a 3,0
Flintglass	3,15 a 3,9
Mica	2,65 a 3,2
Porcelana	2,1 a 2,3
Marfil	1,87
Espuma de mar	1,3
Ebonita	1,15
Caucho	0,93
Pez	1,07
Azufre	1,9 a 2,1
Estearina	0,97
Fibra vulcanizada	1,28
Cera	0,97
Espermaceti	0,94
Azúcar	1,6

Líquidos

Éter	0,72
Alcohol	0,79
Bencina (de petróleo)	0,69 a 0,73
Bencina (de alquitrán)	0,90
Cerveza	1,02
Glicerina	1,26
Agua de mar	1,02 a 1,04
Leche	1,03 a 1,06
Aceites:	
De oliva	0,92
De lino	0,94
De adormidera	0,93
De colza	0,91
Petróleo	0,80
Ácido nítrico	1,5
Ácido clorhídrico (29 %)	1,16
Ácido sulfúrico (concent.)	1,84
Ácido sulf.° diluído al 15 %	1,12
Agua	1,0
Hielo	0,92

Gases (a la temperatura de 0° y a la presión de 760 mm)

Agua = 1		Aire atmosférico = 1	Hidrógeno
Aire atmosférico	0,001293	1	14,45
Cloro	0,003159	2,47 ($2^1/_2$ aprox.)	35,5
Anhídrido carbónico (gas carbónico)	0,001977	1,53 ($1^1/_2$ »)	22
Hidrógeno	0,000090	0,0693 ($^1/_{14}$ »)	1
Oxígeno	0,001424	1,106	16
Nitrógeno	0,001250	0,967	14
Gas del alumbrado ...	0,000569	0,44	6,4
Vapor de agua a 100°.	0,0006059	$^5/_8$ aprox.	6,8

También se puede hallar el peso específico fundándose en el *principio de Arquímedes* (§ 50).

Problemas

1. ¿Cuánto pesa:

a) Una **carretada de arena**? Dato: el volumen es aproximadamente de 1 m^3. — R.: 2300 Kg.

b) Un **bloque de mármol** cuyas tres dimensiones son 30 cm, 40 cm y 50 cm? — R.: 162 Kg.

c) El **mármol de una mesa** rectangular de café, de 25 mm de espesor, 80 cm de longitud y 50 cm de anchura? — R.: 27 Kg.

d) Una **pared** de 5 m de longitud, 4 de alto y 50 cm de espesor? — R.: De 14 a 22 toneladas.

e) Un **cable de cobre** de 2 Km de longitud y 2 cm^2 de sección? — R.: 400 × 8,9 = 3560 Kg.

f) Un **alambre de cobre** de 10 millas geográficas de longitud y 2 mm^2 de sección? — R.: 1321 Kg.

g) Un **techo de cobre** de 20 m de longitud, 8 m de anchura y 2 mm de espesor? — R.: 2848 Kg.

h) El **aire de una habitación** de 8 × 5 × 4 m, a 0° y a 760 mm? — R.: 207 Kg.

i) El **hidrógeno** necesario **para llenar un globo** de 800 m^3, y el aire que el globo, lleno, desalojará? — R.: 71,2 Kg y 1034,4 Kg.

2. Determínese el volumen:

a) de una **llave de hierro** que pesa 72 g. — R.: 10 cm^3.

b) de un **martillo de hierro** que pesa 1 Kg. — R.: 139 cm^3.

c) de 50 Kg de **petróleo.** — R.: 62,5 litros.
d) de un **riel de oro** que pesa 500 g. — R.: 25,9 cm^3.
e) de 100 Kg de **mercurio.** — R.: 7,355 litros.

3. La plaza mayor de Nuremberg tiene aproximadamente 1 hectárea (10000 m^2). ¿Cuánto pesa la cantidad de agua que cae en dicha plaza durante una lluvia de 5 mm de altura? — R.: 50000 Kg.

4. En una **salina litoral** se recogen 80 m^3 de agua de mar, de peso específico 1,026. ¿Cuánto pesará el residuo salino que dejará el agua después de su evaporación completa? — R.: 2080 Kg.

5. Las **Frauentürme** de Munich (de 100 m de altura) están construídas de ladrillos (peso específico: 1,6). ¿Qué presión sufre 1 cm^2 de la superficie del ladrillo más bajo?— R.: 16 Kg.

CAPÍTULO III

CONSTITUCIÓN DE LOS CUERPOS (FUERZAS MOLECULARES)

§ 9. La cohesión

1. Se da el nombre de **cohesión** a la fuerza que mantiene unidas entre sí las moléculas de un cuerpo. Es grande en los sólidos, pequeña en los líquidos, casi nula en los gases.

A su gran cohesión se debe que **los cuerpos sólidos** no sólo tengan constante el volumen, sino también una forma determinada. La cohesión de **los líquidos** se manifiesta en la forma esférica de las gotas; pero los líquidos en grandes masas ya no tienen forma determinada, sino que bajo la acción de la gravedad toman la del vaso que los contiene. **Los gases**, por fin, llenan siempre todo el espacio en que se los mantiene encerrados; no muestran cohesión, sino fuerza expansiva, es decir, tendencia a dilatarse.

2. Por los distintos grados de cohesión que presentan, los cuerpos sólidos pueden ser: **duros, dúctiles, frágiles, elásticos.**

a) Se denominan **duros** aquellos cuerpos que oponen mucha resistencia a ser rayados por otros. El grado de dureza de los cuerpos se expresa mediante las escalas de dureza. La más conocida es la de Mohs (1804), que

comprende 10 minerales dispuestos por orden de dureza creciente; cada uno de esos minerales se deja rayar por el que le sigue:

1, Talco; 2, Yeso; 3, Calcita; 4, Fluorita; 5, Apatito;
6, Feldespato; 7, Cuarzo; 8, Topacio;
9, Corindón; 10, Diamante.

Los grados de dureza se expresan por los números 1 a 10. Los metales puros presentan poca dureza; pero formando ligas entre ellos o con carbón pueden dar origen a cuerpos más duros; así, por ejemplo, el hierro puede ser convertido en acero.

b) Llámanse **dúctiles** (o maleables) aquellos cuerpos cuya forma puede alterarse mecánicamente sin que se rompan; son, por ejemplo, maleables todos los metales que se dejan aplastar por el martillo (plomo, cobre, hierro dulce). Los cuerpos dúctiles se dejan estirar en hilos al hacerlos pasar a través de los orificios de la hilera (plancha de acero muy duro provista de una serie de orificios cónicos de diámetro decreciente).

c) Reciben el nombre de **frágiles** los cuerpos que, al revés de los anteriores, se rompen antes de cambiar de forma. Ejemplos: el cristal, el hierro colado.

Si se calienta el acero hasta la incandescencia y se enfría después con rapidez en el agua fría *(temple)*, se vuelve tan duro que raya el vidrio. El vidrio incandescente, enfriado con rapidez en el agua fría, o bien el vidrio calentado mucho tiempo en un baño de aceite a 300°, se vuelve muy duro, pero también muy frágil. El examen de las secciones de rotura de los cuerpos permite reconocer fácilmente la ductilidad o fragilidad de los mismos; dichas secciones muestran una estructura fibrosa en el primer caso, y granujienta o cristalina en el segundo.

d) Son **elásticos** los cuerpos que, cuando se los deforma, no sólo no se rompen, sino que muestran tendencia a recobrar la forma primitiva (cinta de goma, muelle espiral). La elasticidad se usa algunas veces como fuerza motriz (muelle de reloj), otras para suavizar los choques (topes de los vagones) y otras para medir (dinamómetros). Como esta propiedad es, entre todas las dependientes de la cohesión, la de más interés desde el punto de vista técnico, la estudiaremos con más detalle en el párrafo siguiente.

3. La resistencia a la rotura da la medida de la cohesión. Se ensaya dicha resistencia tratando de romper un cuerpo, es decir, de vencer la atracción de sus moléculas en un punto determinado.

La rotura puede ser producida de distintas maneras:

1. Por **tracción** (se tira de un cordel para romperlo).
2. Por **presión** (se trituran los terrones de azúcar).
3. Por **flexión** (se rompe una astilla de madera).
4. Por **torsión** (trátese de retorcer una bujía).
5. Por empuje o **arranque** de parte del cuerpo. (El tornapuntas *M*, representado en la figura 26, empuja la madera *ABCD;* pero ésta se mantiene unida a la viga *N* por la superficie *AB*.)
6. Por **corte,** cuyo efecto es la separación de las dos porciones en que se divide el cuerpo hacia los lados del instrumento cortante (cuña, cuchillo, espada).

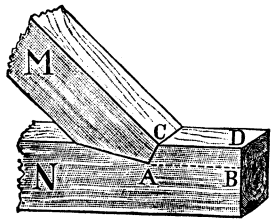


Fig. 26.— Esfuerzo cortante.

Cabe, por consiguiente, distinguir las siguientes formas de resistencia a la rotura: resistencia a la tracción, a la presión, a la flexión, a la torsión, al arranque y al corte.

§ 10. Elasticidad y resistencia

1. Llámase **perfectamente elástico** todo cuerpo capaz de recobrar la forma primitiva cuando cesa la acción que lo deformaba; en caso contrario se llama incompletamente elástico.

La **mayor carga que puede sufrir un cuerpo sin perder su elasticidad,** es decir, conservando la propiedad de recuperar por sí mismo la forma inicial cuando la carga cesa, se llama **límite de elasticidad.**

EXPERIMENTO: Si cargamos el resorte espiral de la figura 24 con 1 g, 2 g, 3 g, 5 g..., siempre, al descargarlo, volverá a su primitiva posición; pero si lo cargamos con 50 g, podremos notar, al descargarlo, que queda definitivamente alargado. Si su límite de elasticidad es 30 g, ninguna carga inferior a 30 g producirá una deformación permanente; pero toda carga superior a 30 g dejará el muelle deformado.

A menudo, los cuerpos emplean largo tiempo en recobrar la primitiva forma (elasticidad retardada).

2. Los límites de elasticidad T vienen casi siempre dados por las tablas **en Kg por cm²** de sección.

Así, por ejemplo, la tabla de la página 41 da como **límite de elasticidad,** por tracción, **del hierro fundido, 750;** esto significa que si una varilla de hierro fundido de 1 cm² de sección (aproximadamente la sección de un dedo) se carga con un peso inferior a 750 Kg, al suprimir la carga vuelve la varilla a su primitiva longitud (en parte, hasta al cabo de mucho tiempo); mas no sucedería así si la carga fuera superior a 750 Kg.

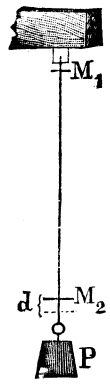


Fig. 27. Alargamiento.

3. Mientras la carga por cm² es inferior al límite de elasticidad T, el alargamiento (no permanente) es proporcional a dicha carga; es decir: 2, 3, 4,... Kg, producen alargamientos dobles, triples, cuádruples ... del producido por 1 Kg.

Se denomina **coeficiente de alargamiento,** α, el pequeño alargamiento (fig. 27) que experimenta una varilla de 1 m de longitud y 1 cm² de sección bajo la carga de 1 Kg. El coeficiente de alargamiento de la fundición, por ejemplo, es de 0,000001.

El número recíproco de α recibe el nombre de **módulo de elasticidad:** $E = 1/\alpha$. Para la fundición, $E = 1 : 0{,}000001 = 1000000$.

4. Valor del alargamiento a. Si una varilla de q cm² de sección experimenta la acción de P Kg, a

cada cm² le corresponde la tracción de $\frac{P}{q}$ Kg. El alargamiento que experimentaría la varilla si su longitud fuera de 1 m, sería $\alpha \frac{P}{q} = \frac{1}{E} \frac{P}{q}$. Pero si la longitud de la varilla es de l m, su alargamiento será:

$$\text{Alargamiento: } a = \frac{1}{E} \times l \times \frac{P}{q}$$

EJEMPLO: El acortamiento de una columna de hierro de 4 m de altura y 200 cm² de sección, sometida a una carga de 10 toneladas será:

$$a = 0{,}000\,001 \times 4 \times \frac{10\,000}{200} = 0{,}0002 \text{ m} = 0{,}2 \text{ mm}.$$

ACLARACIÓN: Supongamos, en la fórmula anterior, $l = a$; tendremos: $E = \frac{P}{q}$. Por consiguiente, E es la carga por cm² capaz de producir un alargamiento tal que se duplique la primitiva longitud (definición puramente teórica: ¿por qué?).

5. Si aumenta la carga por cm² hasta hacerse superior al límite de elasticidad, se produce primero un alargamiento persistente y después la rotura. La menor carga, por cm², capaz de ocasionar la rotura, se llama **resistencia o coeficiente de rotura.**

La resistencia tiene distintos valores según sea el procedimiento empleado para producir la rotura, como se indica en la tabla de la página 41.

EJEMPLO: ¿Qué fuerza es necesaria para aplastar un ladrillo (25 × 12 cm)? — Respuesta: La resistencia de semejante material es (véase la tabla) $K = 150$ Kg, luego la fuerza que se desea conocer es de $150 \times 12 \times 25 = 45\,000$ Kg.

Los cables y cuerdas de mucha longitud pueden romperse por su propio peso. Por ejemplo: ¿se podría hacer llegar el extremo de un cable de acero al fondo de los mares más profundos (unos 9 Km), suponiendo que no existiera el empuje hacia arriba que se deduce del principio de

Arquímedes (§ 6,[4])? — R.: No, porque el peso de un cable de acero de 9 Km de longitud y 1 cm² de sección metálica es (§ 8,[3]):

$$9 \times 100 \times 7{,}3 = 6570 \text{ Kg},$$

y como la resistencia del acero es sólo de 5500 Kg, el cable se rompería por su propio peso antes de haber alcanzado el fondo.

6. La carga k por cm² admitida en las construcciones debe ser sólo una fracción de la carga de rotura K.

Coeficiente de seguridad. No hay necesidad de formar tablas de la carga admitida k, bastando hacer uso de los factores de seguridad, iguales a $^1/_6$ el de los metales y a $^1/_{10}$ el de las maderas; es decir, **para los metales** se admite $k = {}^1/_6\, K$; **y para las maderas** $k = {}^1/_{10}\, K$.

EJEMPLO: ¿Cuál es la carga máxima que se puede admitir sobre una columna de encina de 18 × 24 cm de sección? — Respuesta: La máxima carga admitida = 18 × 24 × $^1/_{10}$ × 660 = 28512 Kg.

7. Fibras neutras. Imaginemos una viga sujeta por un extremo y cargada por el otro (fig. 28). Las fibras de la capa superior *a a* experimentan una tracción (se alargan); las de la capa inferior *c c* sufren una compresión (se acortan). Entre ambas capas se encontrará forzosamente una, *b b*, que no sufrirá tracción ni compresión. Ésta es la llamada capa o fibra *neutra*.

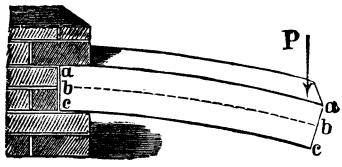


Fig. 28. — Fibras neutras.

Problemas

1. ¿Qué alargamiento experimentará un **alambre de cobre** de 2 m de longitud y 5 mm² de sección, bajo la acción de una carga de 10 Kg? ¿Cuál debiera ser la carga para alcanzar el límite de elasticidad? ¿Cuál para determinar la rotu-

ra? ¿Y cuál es la carga admisible en la práctica?—R.: 0,33 milímetros; 60 Kg; 200 Kg; 33,3 Kg.

2. Resuélvase el mismo problema para un **alambre de acero** de las mismas dimensiones y con la misma carga. — R.: 0,18 mm; 150 Kg; 400 Kg; 67 Kg.

3. ¿Cuál es la carga máxima admisible en la práctica para **una columna de fundición** de 120 cm^2 de sección? ¿Y qué acortamiento sufre, siendo su altura de 4 m? — R.: 150 toneladas; 5 mm.

4. ¿Qué fuerza sería precisa para aplastar **un cubo de hierro fundido** (o de **acero;** o de **roble**) de 1 dm de lado? — R.: 750 toneladas (ó 850 t; ó 66 t).

Tabla de resistencias

Materiales	Límite de elasticidad σ_e		Límite de ruptura σ_b		Módulo de elasticidad	Módulo de deslizamiento
	Tracción	Compres.	Tracción	Compres.	$E = 1/\alpha$	$G = 1/\beta$
Fundición	750	1500	1250	7500	1 000 000[1])	400 000[1])
Acero laminado	3000	3000	8000 a 18000		2 200 000	860 000
Acero dulce	1400	1400	3000 a 8500		2 050 000	830 000
Cobre	1200	.	4000	.	1 200 000	420 000
Bronce manganesífero	770		3570		940 000	350 000
Latón laminado	1200		3500 a 6000		900 000	330 000
Latón fundido	650		1500		900 000	330 000
Plomo (alambre)	30	50	130	.	150 000	55 000
Madera (roble)[2])	270	200	1100	660	125 000	.
Vidrio	.	.	500	7000	700 000	250 000
Id. de cuarzo	.	.	.	.	600 000	220 000
Ladrillo	.	.	.	150	100 000	.

[1]) Tracción. — [2]) Valores muy variables.

§ 11. La adherencia

1. Recibe el nombre de **adherencia** la atracción que se ejerce entre las superficies en contacto de dos cuerpos diferentes.

La adherencia actúa sólo a pequeñísimas distancias; para poder notar sus efectos es necesario que sean muchos los puntos de contacto de las superficies superpuestas. En el caso de ser la adherencia suficiente, los dos cuerpos quedan pegados uno a otro.

a) **Los cuerpos sólidos** únicamente se adhieren cuando sus superficies están perfectamente pulimentadas, y aun exigen una compresión inicial para que la adherencia muestre sus efectos. Así, p. ej., se puede determinar la adherencia de dos placas de plomo o de cristal. La adherencia de superficies imperfectamente pulimentadas se puede aumentar en gran manera mojándolas antes de ponerlas en contacto; el líquido rellena todos los huecos, que en seco no contribuirían a la atracción, y las dos superficies resultan fuertemente unidas. Pero entonces contribuyen a la unión la cohesión del líquido interpuesto y su adherencia con los sólidos, más que la adherencia de los sólidos entre sí.

EJEMPLO: Humedézcase con agua la lámina de cristal *a* sostenida por un soporte (fig. 29) y aplíquesele otra lámina *b*: ésta quedará fijada a la primera, y para separarlas, será preciso un esfuerzo considerable.

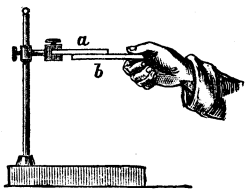


Fig. 29. — Adherencia.

b) **Los cuerpos líquidos** suelen adherirse a los cuerpos sólidos; entonces se dice que el líquido **moja** al sólido (agua y vidrio; aliento sobre el cristal; cobre y mercurio). En estos fenómenos de adherencia se fundan una multitud de artes útiles (la escritura, el dibujo, la pintura, la imprenta...), así como varias operaciones que se efectúan para unir dos cuerpos (encolar, soldar...). Al solidificarse el líquido que mantiene

unidos dos cuerpos sólidos, la atracción en la superficie de unión resulta a veces más enérgica que en el seno de los mismos cuerpos; así, el conjunto formado por dos maderos pegados con cola, se rompe con frecuencia por una zona que no es la de unión.

c) **Los gases** se adhieren también a ciertos sólidos, adquiriendo un estado especial de condensación; p. ej., el hidrógeno sobre el platino (propiedad utilizada en los encendedores automáticos del gas del alumbrado, que contiene hidrógeno), el vapor de agua sobre el cristal, el olor de tabaco en los vestidos.

2. Cuando la cohesión de un líquido es mayor que su adherencia a un sólido, éste no es mojado por dicho líquido. Así el mercurio se adhiere al vidrio, pero no le moja; y lo mismo sucede con el mercurio y el hierro, con el agua y el vidrio engrasado.

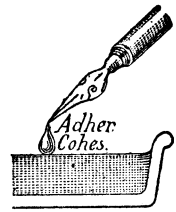


Fig. 30.—Adherencia y cohesión.

La figura 30 representa el caso de una gota líquida (tinta), que cuelga de una pluma. La gota está sometida a la acción de dos fuerzas opuestas: la adherencia con la pluma, que tiende a separarla del líquido, y la cohesión del líquido, que tiende a separar la gota de la pluma. Ahora bien:

a) Si la cohesión es vencida por la adherencia, la pluma saldrá mojada (caso de pluma y tinta).

b) Si la adherencia es vencida por la cohesión, la pluma no podrá salir mojada (caso de pluma y mercurio).

3. Adherencia entre líquidos. La miscibilidad de los líquidos es un fenómeno de adherencia. Si la cohesión vence a la adherencia, los dos líquidos no se mezclan (por ejemplo: agua y aceite, agua y mercurio); si, por el contrario, la cohesión es vencida por la adherencia, los líquidos se mezclan (agua y alcohol). En algunos casos los líquidos son parcialmente miscibles (agua y éter).

4. Difusión. La **gradual mezcla espontánea** de dos líquidos entre sí, recibe el nombre de difusión.

EJEMPLO: Si en el fondo de un vaso de bastante altura se colocan unos cristales de sulfato de cobre (azul) y se llena el vaso de agua, en el fondo se formará un líquido azul (solución del sulfato de cobre en el agua), que se mantendrá separado del resto de agua incolora. Pero si se guarda el vaso así preparado durante algunas semanas o algunos meses, se encontrará al fin en él un líquido azul homogéneo, producido por la difusión de los dos líquidos que antes contenía. — Repítase el experimento en otra forma: en vez de dejar los cristales de sulfato de cobre en el fondo del vaso, suspéndanse en la parte superior por medio de una bolsa de tela. Al echar luego el agua se notará la formación, alrededor de la bolsa, de unos filetes azules que se *difundirán* con rapidez por todo el vaso: a los pocos momentos obtendremos el líquido homogéneo que en el caso anterior obteníamos al cabo de mucho tiempo. La razón de esa diferencia estriba en que el agua que contiene en disolución sulfato de cobre es más densa (de mayor peso específico) que el agua ordinaria, y tiende, por consiguiente, en el primer caso a mantenerse en el fondo, y en el segundo caso a alcanzarlo a través del agua clara, originando movimientos de ascenso y descenso que contribuyen a acelerar la difusión.

De manera parecida se difunde en el agua salada del mar el agua dulce de los ríos.

5. Ósmosis. La difusión, cuando se realiza a través de un tabique poroso que separa los dos líquidos miscibles, recibe el nombre de ósmosis.

En este fenómeno ocurre siempre que uno de los líquidos atraviesa los poros del tabique con más facilidad que el otro, de lo que resulta una tendencia a aumentar la cantidad del líquido de uno de los lados del tabique.

La ósmosis desempeña un importante papel en **la naturaleza.** Por ósmosis circula la savia por los árboles. Por ósmosis los alimentos llegan a nuestra sangre. — Por ósmosis, también, se mantienen frescas las hojas y flores cortadas puestas en agua.

El hecho de que los tabiques porosos (membranas orgánicas) ofrezcan más fácil paso a las substancias que pueden cristalizar *(cristaloides)*, que a las incristalizables *(coloides)*, encuentra importante aplicación en las fábricas de azúcar para separar el azúcar del almidón.

6. Difusión y ósmosis en los gases. Todos los gases son miscibles.

a) **La difusión** de los gases se verifica siempre con bastante rapidez; sin embargo, hay a veces necesidad de acelerarla (ventilación).

EJEMPLO: El gas carbónico (más denso que el aire) que exhalamos al respirar o que se produce en las combustiones, se difunde en el aire con mucha facilidad; pero el mismo gas producido en abundancia en lagares, bodegas y en ciertas cuevas y pozos, ya no se difunde tan fácilmente, y es necesario proceder a una enérgica ventilación antes de aventurarse a entrar en semejantes lugares.

b) **La ósmosis** se verifica en los gases como en los líquidos; uno de los gases atraviesa siempre con más facilidad que el otro el tabique poroso.

EXPERIMENTO: Ciérrese un vaso *T*, de porcelana sin barnizar, mediante un tapón lacrado atravesado por un tubo *W* que contenga agua; en el vaso *T* quedará encerrada cierta cantidad de aire. Colóquese el conjunto en la forma indicada por la figura 31. Cúbrase el vaso *T* con una copa invertida *B*, y diríjase a ésta un chorro de gas del alumbrado; en seguida se verá descender el nivel del agua en el tubo *W* y salir burbujas a través del agua *A* del vaso inferior. Ciérrese ahora la espita del gas y suprímase la copa *B*. Las condiciones del experimento se habrán invertido; la salida, a través de la porcelana, del gas que había penetrado en *T*, se verificará con más rapidez que la entrada del aire exterior, y se advertirá una succión en el tubo *W*.

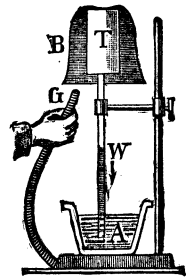


Fig. 31.— Ósmosis de los gases.

APLICACIONES: En estos hechos se fundan muchos de los aparatos de señales que se usan en las minas (aparatos que advierten la presencia del *grisú*, gas del alumbrado producido naturalmente y que mezclado con el aire de las minas puede dar origen a explosiones).

7. Capilaridad. *a)* Si el extremo inferior de un tubo capilar (de diámetro interior comparable al de un cabello) se introduce en un líquido que *moje* la subs-

tancia de que el tubo esté formado (p. ej., cristal), el líquido sube en el interior del tubo a alturas que en determinadas condiciones pueden ser muy considerables (figura 32). Esta propiedad se designa con el nombre de capilaridad, y no es más que una forma de manifestarse la adherencia entre el líquido y el sólido.

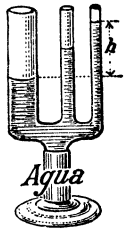


Fig. 32. Ascensiones capilares.

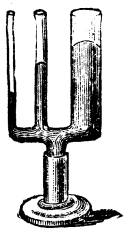


Fig. 33. Depresiones capilares.

A la capilaridad se debe la subida del aceite y del petróleo por las mechas de las lámparas; del agua en un trapo; de la tinta en el papel secante; del café en un terrón de azúcar; de la salsa en el pan. Déjese una torcida colgando a ambos lados del borde de un vaso lleno de agua, y el vaso se vaciará.

b) Cuando el tubo capilar no es mojado por el líquido, los fenómenos ocurren al revés. La cohesión, al vencer la adherencia, tiende a hundir la superficie del líquido, y por lo tanto el nivel de éste en los tubos estrechos es más bajo que en los vasos con que dichos tubos comunican.

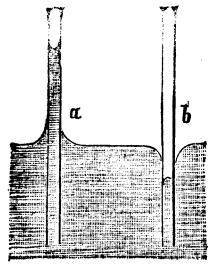


Fig. 34. — Ascensión y depresión capilar.

La figura 33 representa la depresión capilar del mercurio.

La cúspide de la columna líquida contenida en un tubo capilar, se llama **menisco;** es *cóncavo* en las ascensiones, y *convexo* en las depresiones capilares.

CAPÍTULO IV

TRATADO DEL MOVIMIENTO (DINÁMICA)

§ 12. Las dos manifestaciones de la fuerza

1. Una fuerza puede manifestarse de dos maneras:

a) Si no existe ningún obstáculo, el cuerpo que recibe la acción de la fuerza se pone en movimiento.

b) Si el obstáculo existe, se origina una tracción o una presión sobre el obstáculo.

EJEMPLO: Cuando un buque de vela no está anclado, se pone en movimiento por la acción del viento; mas si el barco está anclado, aquella acción produce sólo una tensión de la cadena del ancla.

2. El estudio de las fuerzas (Mecánica) se dividirá, por lo tanto, en dos partes.

1.ª Estudio del **movimiento** (Dinámica).

La *Dinámica* trata de investigar las relaciones que existen entre las fuerzas que actúan sobre los cuerpos y los movimientos que su acción engendra. — Cabe también estudiar los movimientos sin considerarlos como efecto de las fuerzas (Cinemática).

2.ª Estudio del **equilibrio** (Estática).

Cuando varias fuerzas actúan sobre un cuerpo, puede suceder que éste se mantenga quieto, y se expresa el hecho diciendo que aquéllas se equilibran; en este caso, las fuerzas sólo se pueden manifestar en forma de presiones o de tensiones.

§ 13. El movimiento

1. Un cuerpo se mueve cuando el lugar que ocupa varía con respecto al ocupado por otros cuerpos que se suponen fijos.

No conocemos en el Universo puntos fijos. De aquí que los movimientos que podemos estudiar sean siempre **aparentes** o **relativos.** El movimiento **absoluto** de un punto (con respecto a tres ejes de coordenadas fijos) es una abstracción.

Ejemplos. *a)* Los arcos que diariamente describen el Sol y las estrellas en la bóveda celeste constituyen las trayectorias de su movimiento aparente con respecto a la Tierra, supuesta fija. Cuando para corregir esta apariencia se obtiene la fotografía de una región celeste con mucho tiempo de exposición, mediante una ecuatorial fotográfica, cada estrella dibuja sobre la placa un punto, mas los planetas dibujan líneas, pues durante la exposición cambian de lugar respecto a las estrellas fijas.

b) El viajero, cómodamente sentado en un vagón del tren en marcha, se imagina parado y ve el paisaje moverse a su alrededor.

2. Para que un movimiento quede determinado es preciso conocer:

a) La trayectoria (recta o curva) que recorre el cuerpo.

b) El punto de la trayectoria en que el cuerpo se ha encontrado o se encuentra en el instante t.

c) La ley del movimiento en cuestión, es decir, la relación que existe entre los caminos recorridos y los tiempos empleados por el cuerpo en recorrerlos.

EJEMPLO: Para seguir el curso del Sol, los antiguos asirios construían altos obeliscos y marcaban las sucesivas posiciones de la sombra de la punta sobre la arena (trayectoria). Sobre la línea obtenida señalaban la posición del Sol de hora en hora. (Fundamento de los relojes de sol.)

§ 14. El movimiento uniforme

1. Cuando el cuerpo móvil, en tiempos iguales, recorre espacios (caminos, longitudes) iguales, **el movimiento** se denomina **uniforme.**

El camino recorrido en la unidad de tiempo (minuto, hora, segundo) se llama **velocidad** y se expresa por la letra *c.*

Valor de algunas velocidades

Hombre al paso . . .	1,4 m/seg.	**Buques**	
Hombre corriendo a toda velocidad. . . .	7 m/seg.	Vapor correo . . .	10 nudos
Ciclista rápido . . .	15 m/seg.	(= 10 millas marinas/hora)	
Caballo de carrera .	12-15 m/seg.	El barco de vela más rápido	16 nudos
Paloma mensajera . .	40 m/seg.	Vapores rápidos . .	23 nudos
Automóvil . Hasta	100 Km/hora	Cruceros	23 nudos
Granadas	400 m/seg.	Torpederos	30 nudos
Brisa fuerte	10 m/seg.		
Huracán	20-50 m/seg.		
Tren ómnibus . . .	25 Km/hora = 7 m/seg.	Sonido en el aire . .	333 m/seg.
Tren rápido . Hasta	86 Km/hora = 24 m/seg.	Luz en el espacio	300 000 Km/seg.
Punto del ecuador (en virtud de la rotación de la Tierra)	463 m/seg.	Corriente eléctrica en los hilos telegráficos	17 100 Km/seg.
Luna	1 Km/seg.		
Tierra	4 millas/seg.		

Igualdades de aplicación frecuente en los cálculos:

1 Km/hora = 0,28 m/seg. | 1 m/seg. = 3,6 Km/hora.
1 nudo = 0,51 m/seg. | 1 m/seg. = 2 nudos aprox.te

La unidad de velocidad en el sistema de unidades absolutas es la velocidad de un cm por seg. y recibe el nombre

(poco usado) de *cel.* Expresadas en función de esta unidad, la velocidad de un peatón sería 140; la de un tren ligero $2{,}4 \times 10^3$ (o sea $2{,}4 \times 1000$); la del sonido $3{,}33 \times 10^4$ (es decir, $3{,}33 \times 10000 = 33300$); la de la luz 3×10^{10} cel.

2. *a)* **Para calcular el espacio** que un cuerpo dotado de movimiento uniforme recorrerá en cierto tiempo, bastará multiplicar la velocidad (espacio recorrido en la unidad de tiempo) por el tiempo.

Espacio $s = c \times t$ = velocidad por tiempo.

EJEMPLO: ¿Qué camino recorrerá un batallón de infantería en una hora de marcha ($v = 1{,}4$ m/seg.)?—R.: $s = 1{,}4 \times 60 \times 60 = 1{,}4 \times 3600 = 5040$ m.
segundos

b) A su vez, **la velocidad** puede calcularse si se conoce el valor del espacio y el del tiempo empleado en recorrerlo.

$$\textbf{Velocidad } t = \frac{s}{t} = \frac{\textbf{Espacio}}{\textbf{Tiempo}}$$

EJEMPLO: ¿Cuál es la velocidad de un caballo que en 2 min. y 21 seg. da la vuelta a una pista circular de 400 m de diámetro? — R.: $s = \pi d = \pi \times 400 = 3{,}1416 \times 400 = 1257$ m; $t = 2 \times 60 + 21 = 141$ seg.; $c = \frac{1257}{141} = 8{,}9$ m por seg.

c) También, por fin, si se conoce el espacio que se ha de recorrer y la velocidad, se puede calcular **el tiempo** necesario para recorrerlo.

$$\textbf{Tiempo } t = \frac{s}{c} = \frac{\textbf{Espacio}}{\textbf{Velocidad}}$$

EJEMPLO: ¿Qué tiempo emplea la luz para ir del Sol a la Tierra? — R.: Como la distancia del Sol a la Tierra es de 20 millones de millas (de $7^1/_2$ Km.) será: $t = \frac{2 \times 10^7 \times 7{,}5}{3 \times 10^5} = \frac{2 \times 10^2 \times 7{,}5}{3} = \frac{1500}{3} = 500$ seg. $= 8$ min. 20 seg.

¿Qué tiempo se emplearía con la velocidad de un tren rápido para recorrer el mismo espacio? — R.: 199 años.

3. Representación gráfica del movimiento uniforme. Dibújense dos rectas (ejes) perpendiculares entre sí, una horizontal y una vertical: a partir del punto de intersección *O*, tómese sobre la horizontal una magnitud proporcional al tiempo (es decir, que tenga, por ejemplo, tantas unidades de longitud como segundos el tiempo), y sobre la vertical, a partir del mismo punto de intersección, tómese una longitud proporcional a la velocidad (que tenga tantas unidades de longitud como indique el número que expresa la velocidad). Por los extremos de las magnitudes señaladas trácense dos paralelas a los ejes, y la magnitud del rectángulo resultante será proporcional al espacio (abarcará tantas unidades de superficie como unidades de longitud comprende el camino recorrido).

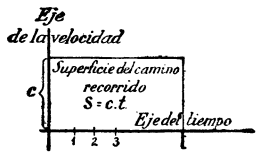


Fig. 35.
Movimiento uniforme.

4. Movimiento circular uniforme. Al estudiar el movimiento de un volante, lo primero que se advierte es que todos sus puntos efectúan en un tiempo determinado igual número de *vueltas* o *revoluciones*. Pero como el círculo que describen los puntos más apartados del eje es mayor que el que describen los puntos próximos a él, la velocidad de los lejanos será mayor que la de los próximos.

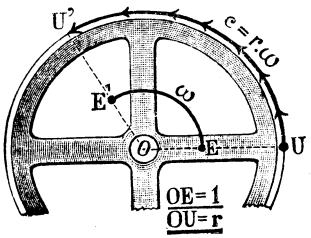


Fig. 36. — Velocidad angular.

Cabe distinguir en el movimiento del volante dos clases de velocidad:

1. La **velocidad tangencial** (c) o camino que recorren por segundo los puntos situados en la periferia.

2. La **velocidad angular** (ω), o velocidad lineal de los puntos que distan 1 del eje.

El número de revoluciones por minuto, de un volante, es n y su radio es r.

¿Cuál es la velocidad tangencial?

$$c = \frac{n \times 2\pi r}{60} = r\,\omega$$

El número de revoluciones por minuto, de un volante, es n y su radio es r.

¿Cuál es la velocidad angular?

$$\omega = \frac{c}{r} = \frac{n \times 2\pi}{60} \left(= \frac{n}{10} \text{ próx.te} \right)$$

La velocidad angular ω, como el número de revoluciones n, no es más que un número, sin denominación. Una y otro expresan el mismo concepto, diferenciándose sólo en un coeficiente: $\omega = \left(\frac{2\pi}{60}\right) n$, o bien, $n = 10{,}04\,\omega$.

EJEMPLO: Un volante de radio $r = 3$ m marcha a 38 revoluciones por minuto. ¿Cuál es su velocidad tangencial y cuál su velocidad angular?

$$c = \frac{38 \times 2 \times 3{,}14 \times 3}{60} = \mathbf{11{,}93\ m\ por\ seg.}$$

$$\omega = \frac{c}{r} = \frac{11{,}93}{3} = \mathbf{3{,}98} \left(= \frac{n}{10} = 3{,}8 \text{ próximamente} \right).$$

5. Medición práctica de velocidades.

1. El número de revoluciones **del árbol (eje) de una máquina** se determina mediante un reloj y un contador de vueltas. Éste consiste esencialmente en un tornillo sin fin (fig. 37) que engrana con una ruedecita dentada unida (directamente o mediante otras ruedas dentadas) a una aguja indicadora. La punta c se aplica al punto central del extremo del eje. — Hay contadores (tacómetros) más perfeccionados, que no requieren el empleo del reloj e indican directamente, a cada momento, el número de revoluciones por minuto a que la máquina funciona.

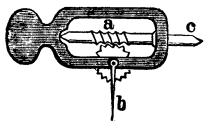


Fig. 37. — Contador de vueltas.

2. En los buques se determina la velocidad por medio de una *barquilla* o flotador convenientemente lastrado, que opone mucha superficie al movimiento; este flotador va unido a una cuerda *(corredera,* arrollada a un *carretel)* que se desarrolla desde el buque con suficiente rapidez para que la barquilla no sea arrastrada por éste. La longitud de corredera desarrollada da el espacio, y un reloj de arena de 14 segundos da el tiempo. — También se emplean otros aparatos consistentes en ruedas de paletas enlazadas a contadores.

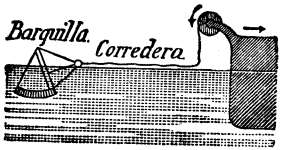


Fig. 37.— Empleo de la barquilla.

Las mediciones darán resultados falsos cuando el buque navegue en una corriente.

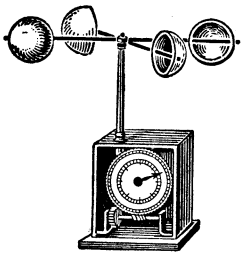


Fig. 39. — Anemómetro.

3. La velocidad **del viento** se determina mediante los *anemómetros,* o molinetes que giran por la acción de aquél y que engranan con las ruedas dentadas de un contador (fig. 39).

4. La velocidad **de un río** se puede determinar: *a)* Por medio de un flotador: midiendo el tiempo que éste emplea en recorrer un trecho señalado de antemano; *b)* Por medio del molinete de Woltmann, molinete con contador, que sostenido por un palo se introduce en el río.

Problemas

1. Marchando a la velocidad de 20 nudos, ¿qué distancia recorre **un buque** en un día? ¿Y a la de 22 nudos en una hora? ¿Y a la de 18 nudos en 5 horas? — R.: 480 millas marinas = 889 Km = 8° de meridiano; 22 millas = = 40,7 Km = 22′; 90 millas = 166,7 Km = 1°,5.

2. ¿Qué camino recorre en 10 horas **un hombre** al paso? ¿Y **un automóvil** (80 Km/hora) en 1 segundo? ¿Y **una granada** en 10 seg.? ¿Y **un tren** rápido (80 Km/hora) en un día? — R.: 50,4 Km; 22,4 m; 4 Km; 1920 Km.

3. ¿Cuál es el espacio recorrido en un día por un **punto de la periferia de una polea** de radio igual a 80 cm

y que marche a 30 revoluciones por minuto?—R.: 217 037 m.

4. ¿Cuál es la velocidad:

a) de **un automóvil** que recorre 300 Km en 7 h. 30 min.? — R.: 11 m/seg.

b) de **un huracán** que en 4 h. 10 min. lleva un globo a una distancia de 440 Km? — R.: 29 m/seg.

c) de **una nave** que en 50 min. recorre 10 millas marinas? — R.: 12 nudos.

d) de **un punto** situado a 2,15 m del eje de **un volante** que rueda a 31 Rs. por min.? — R.: 6,96 m/seg.

e) de **un río** en el que un cuerpo flotante salva un trayecto de 100 m en 75 seg.? — R.: 1,3 m/seg.

5. ¿Cuál es la velocidad angular:

a) de **un volante** que da 38 Rs. por min.?—R.: 4 por seg.

b) de **un eje** que en 40 seg. efectúa 57 revoluciones? — R.: 9 por seg.

c) de **la Tierra,** en su movimiento de rotación? — R.: 0,000 073 por seg.

6. ¿Qué tiempo emplea:

a) un **tren rápido,** para recorrer 120 Km, si marcha a razón de 25 m/seg.? — R.: 1 h. 20 min.

b) un **crucero,** para salvar una distancia de 120 millas marinas? — R.: 5 h. 13 min.

c) una **balsa,** para ser arrastrada 12 Km río abajo por una corriente de 1,5 m de velocidad? — R.: 2 h. 13 min.

7. Un **motor de gas** lleva una polea de 40 cm de radio que gira a la velocidad de 75 revoluciones por min. y pone en movimiento, mediante una transmisión por correa, la polea de una bomba rotatoria (r = 60 cm). ¿A qué velocidad girará esta última polea? — R.: 50 Rs. por min.

§ 15. La inercia

1. Todo cuerpo en movimiento tiende a conservar su velocidad y la dirección en que se mueve (Galileo, 1610).

Si un cuerpo está en reposo tiende a permanecer indefinidamente en él; si está moviéndose con velocidad c, tiende a conservarla eternamente y a mantenerse en una trayectoria rectilínea.

Inercia de los cuerpos en movimiento. Los ciclistas saben que yendo a toda marcha pueden levantar los pies de los pedales sin que la bicicleta se pare.—Si un vehículo en marcha es súbitamente frenado, los que en él viajan conservan su velocidad y tienen que apoyarse para no caer hacia adelante. — De la inercia se hace uso para afirmar en el mango el hierro de un martillo; para ello se golpea el extremo del mango contra el suelo. — El trompo (giroscopio) tiende a conservar su movimiento. — La Tierra, giroscopio enorme, conserva su movimiento en el espacio.

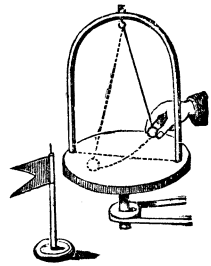


Fig. 40. — Experimento de Foucault.

El péndulo tiende a conservar su plano de oscilación. Si se hace oscilar el péndulo representado en la figura 40 en el plano determinado por la banderola, continuará oscilando en el mismo plano cuando se haga girar el soporte mediante la transmisión que se ve en la parte inferior de la figura. De este hecho se valió Foucault para comprobar experimentalmente la realidad del movimiento de rotación de la Tierra. (Experimento del Panteón de París, 1850.)

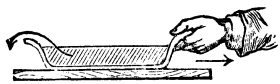


Fig. 41. — Inercia en reposo.

Inercia de los cuerpos en reposo. Tírese de un plato que contenga agua (fig. 41); el agua se verterá por el lado opuesto. — Póngase un lápiz sobre una tabla y córrase ésta, ya hacia adelante, ya hacia atrás: obsérvense los movimientos aparentes del lápiz. — Los viajeros que ocupan un vehículo tienden a caer hacia atrás cuando aquél se pone súbitamente en marcha. — Cúbrase una copa con una tarjeta y colóquese sobre ésta una moneda; al tirar con rapidez de la tarjeta, la moneda, que tiende a conservar su posición, caerá en la copa.

2. Si la velocidad o la dirección de su movimiento varían, se debe a que sobre el cuerpo actúa alguna fuerza.

Fuerza es lo que puede **alterar un movimiento**

Si cuando se hace rodar una bola por el suelo su velocidad disminuye gradualmente; si un trozo de carbón cae en el seno del agua menos aprisa que en el aire; si la Tierra no se mueve en línea recta; si la velocidad de una bola que cae a lo largo de un plano inclinado aumenta constantemente mientras dura la caída, podemos afirmar que en cada uno de estos casos ha sido *una fuerza* la causa del hecho citado.

Suprimiendo en un momento dado todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo en movimiento, el cuerpo conservará inalterables la velocidad y la dirección que en aquel momento poseía.

3. Cuando la velocidad de un cuerpo en movimiento no es constante, se entiende por **velocidad del cuerpo en un momento dado** el camino que en un segundo **recorrería** si a partir de ese momento cesara la acción de las fuerzas que determinan la variación de la velocidad.

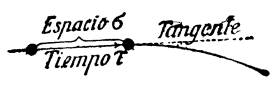


Fig. 42. — Velocidad en un momento dado.

Se **calcula** la velocidad, dividiendo un espacio σ infinitamente pequeño, recorrido a partir del instante considerado, por el tiempo, también infinitamente pequeño, τ empleado en recorrerlo: $c = \frac{\sigma}{\tau}$. Esto equivale a suponer que durante el tiempo pequeñísimo τ, la velocidad c no experimenta variación sensible.

Problemas

1. ¿Por qué el **peligro de descarrilamiento** es muy grande en las curvas?

2. ¿Por qué **una piedra lanzada oblicuamente** hacia arriba no describe una recta?

3. ¿Cómo escapa la **piedra de la honda** en el momento en que se suelta la cuerda?

4. ¿Qué precaución se debe tomar al **bajar de un vehículo** que esté en marcha?

5. Las piedras que se dejan caer de gran altura no siguen exactamente la vertical, sino que se desvían un poco

hacia el este: explíquese este hecho fundándose en la rotación de la Tierra.

§ 16. Movimiento uniformemente variado

1. El movimiento se llama **variado** cuando su velocidad no es constante. Cuando ésta aumenta se llama **acelerado,** y cuando disminuye **retardado.**

Es acelerado el movimiento de los cuerpos que caen o el del tranvía que se pone en marcha; es retardado el de los cuerpos lanzados verticalmente hacia arriba y el del tranvía que se ha frenado para detenerlo.

2. Movimiento uniformemente variado es aquel cuya velocidad experimenta en cada segundo el mismo incremento a (aumento o disminución). Este incremento por segundo recibe el nombre de *aceleración.*

EJEMPLO: **Un tren** que marcha a la velocidad de 24 m/seg. es detenido por los frenos en 4 minutos. La disminución de velocidad por segundo (es decir, la aceleración) vale $\frac{2400}{4 \times 60} = 10$ cm.

3. Causa del movimiento uniformemente variado. Los cambios de velocidad son debidos a la acción de una fuerza. Y puesto que aquellos cambios son continuos y tienen para cada segundo el mismo valor, la fuerza causante de ellos debe ser continua y constante.

Una *aceleración,* no sólo permite **reconocer** la existencia de una *fuerza,* sino que sirve para **medir** el valor de ésta.

4. Fórmulas del movimiento uniformemente variado

Cuando un cuerpo recibe la acción continua de una fuerza constante (impulso u obstáculo), su movimiento es uniformemente variado. Si representamos por:

a el valor de la aceleración (incremento de la velocidad por segundo),

v la velocidad que posee el cuerpo al cabo de t segundos de recibir la acción continua de la fuerza constante, y
s el espacio recorrido en el mismo tiempo,
podremos deducir con facilidad una fórmula que relacione esas cantidades.

Determinación de la velocidad final v. Si designamos con la letra c la velocidad inicial, tendremos que la velocidad v al cabo de t segundos será:

$$c \pm \underset{(1)}{a} \pm \underset{(2)}{a} \pm \underset{(3)}{a} \pm \dots \pm \underset{(t)}{a},$$

o sea:

$$\boxed{v = c \pm a \times t.}$$

Se tomará el signo + o el — según se trate de movimiento acelerado o retardado.

Determinación del espacio s. El cuerpo dotado de movimiento uniformemente variado recorrerá, en t segundos, un espacio igual al que recorrería en igual tiempo otro cuerpo, dotado de movimiento uniforme, con una velocidad igual a la velocidad media de aquel movimiento uniformemente variado, es decir, con la velocidad $\frac{v+c}{2}$. El espacio que este segundo cuerpo recorrería es:

$$s = \left(\frac{v+c}{2}\right) \times t = \frac{c + c \pm at}{2} \times t = ct \pm \frac{1}{2} at^2.$$

Por consiguiente, en el movimiento uniformemente variado:

$$\boxed{\text{Espacio } s = ct \pm {}^1/_2\, at^2.}$$

5. Representación gráfica del movimiento uniformemente variado. Sobre dos ejes rectangulares tomaremos longitudes proporcionales a los sucesivos valores del tiempo y de la velocidad; en el eje horizontal mediremos t unidades de longitud, que representarán

los t segundos del tiempo, y en cada uno de los puntos 1, 2, 3..., levantaremos una perpendicular de longitud proporcional a la velocidad en el correspondiente momento; uniremos los puntos extremos de las perpendiculares trazadas y obtendremos un trapecio, cuya **área** vendrá dada por la misma fórmula que el espacio recorrido (fig. 43).

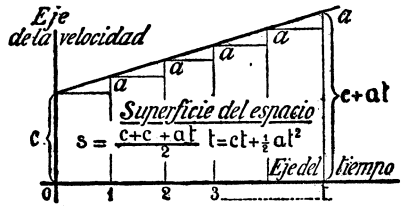


Fig. 43. — Movimiento uniformemente variado.

§ 17. Determinación de la aceleración (Primera manifestación de la fuerza)

1. Se llama **masa** lo que es capaz de ser movido. Como unidad de masa, se toma la milésima parte del kilogramo-patrón (§ 7,[3]). Por lo tanto, en París, sobre la unidad de masa **(gr)** actúa la unidad de fuerza **(g)**. De una serie de exactas mediciones se ha deducido que el gramo-fuerza (o sea la atracción terrestre que experimenta en París el gramo-masa) comunica cada segundo al gramo-masa la aceleración de 9,81 metros por segundo. Podemos, pues, dejar establecida esta primera relación entre la aceleración y la fuerza:

1 gramo-fuerza comunica al gramo-masa la aceleración de 9,81 m/seg².

2. La propiedad fundamental de la masa es la inercia. La inercia opone una resistencia a todo cambio de velocidad, es decir, a toda fuerza que actúe

sobre la masa. Respecto a la magnitud de esa resistencia, la experiencia muestra lo siguiente:

a) *Cuanto mayor es la fuerza, mayor es el incremento que la velocidad recibe por segundo.*

EJEMPLO: Un vagón de ferrocarril marcha lentamente por una vía horizontal. Con propósito de acelerarlo, un obrero lo empuja, y el efecto de su empuje es casi imperceptible. Pero le ayudan otros obreros, y cuando el vagón es empujado por diez, la velocidad aumenta de prisa.

b) *Cuanto mayor es la masa que recibe la acción de determinada fuerza, menores son los incrementos producidos en su velocidad.*

EJEMPLO: Tengo sobre la mesa un lápiz y una varilla de hierro: soplo sobre ambos con igual fuerza, y pronto el lápiz adquiere mucha velocidad, mientras que la varilla de hierro apenas se mueve.

c) *Si la masa aumenta y simultáneamente aumenta en igual proporción la fuerza que sobre ella actúa, los incrementos de la velocidad permanecen constantes.*

EJEMPLO: El mejor que puede darse es el hecho de que dos cuerpos soltados a la par, aunque sea pesado el uno y ligero el otro, en un momento cualquiera poseen ambos igual velocidad. (Si la masa del primero es seis veces mayor que la del segundo, lo será también su peso, es decir, la fuerza que causa los incrementos de velocidad.)

Los tres hechos que acabamos de señalar nos conducen a la afirmación siguiente:

> *Las aceleraciones producidas son directamente proporcionales a las fuerzas activas, e inversamente proporcionales a las masas sobre las cuales obran dichas fuerzas.*

Para comprobar rigurosamente este aserto, es preciso efectuar una serie de cuidadosas mediciones.

a) **Aceleración en una trayectoria horizontal.** El carretón W (fig. 44) pesa P g y puede ser puesto en movimiento mediante los pesos a colgados de la cuerda. De estos pesos a, una parte q no hace más que vencer los rozamientos (que se oponen a que el carretón se mueva), y por tanto, el carretón, bajo la sola acción del peso q y del rozamiento que la contrarresta, permanecerá en reposo, o bien, si recibe un impulso instantáneo exterior, se moverá con movimiento uniforme.

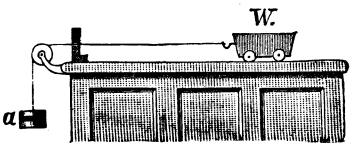


Fig. 44. — Aceleración horizontal.

Pero al peso q adiciónesele otro peso p (cuya acción será toda ella motriz, a causa de estar ya los rozamientos contrarrestados por q) y tendremos:

$$\begin{cases} \text{fuerza motriz} \ . \ . \ . \ . & p \text{ (gramos-fuerza).} \\ \text{masa movida} \ . \ . \ . \ . & P + q + p \text{ (gramos-masa).} \end{cases}$$

Sabemos ya que

1 gramo-fuerza comunica a un gramo-masa la aceleración de 9,81 m; luego:

p gramos-fuerza comunicarán a $P + q + p$ gramos-masa la aceleración de a m y la aceleración a valdrá:

$$a = \frac{9{,}81 \times p}{P + q + p} \text{ m.}$$

Si, por ejemplo, $P = 180$ g, $q = 18$ g, $p = 2$ g, a será aproximadamente igual a 10 cm. Para comprobar que así es en efecto, mídanse los caminos recorridos por el carretón en 1 segundo, 2 seg., 3 seg. ..., los cuales resultarán (por ser $a = 10$ cm) iguales a los que indica la fórmula del espacio en el movimiento uniformemente acelerado, $s = {}^1/_2\, a\, t^2$ (§ 16,[4]):

5 cm, 20 cm, 45 cm...

b) **Aceleración en la caída vertical.** La columna representada en la figura 45 sostiene una polea de cuyo cordel cuelgan pesos m, m. Cuando éstos son iguales, todo el sistema está en equilibrio. Un impulso instantáneo exterior

comunicaría al sistema un movimiento uniforme. Mas al sobrecargar uno de los pesos con el adicional p, el conjunto adquiere un movimiento acelerado. Tenemos:

$$\begin{cases} \text{fuerza motriz} = p \text{ (gramos-fuerza).} \\ \text{masa movida} = m + m + p \text{ (gramos-masa).} \end{cases}$$

1 g-fuerza comunica a 1 g-masa la aceleración de 9,81 m
p íd. íd. $(m + m + p)$ íd. a m

dicha aceleración será por lo tanto:

$$a = \frac{9{,}81 \times p}{m + m + p} \text{ metros.}$$

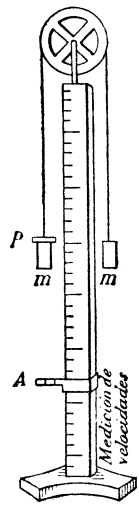


Fig. 45. Aceleración vertical.

Si, por ejemplo, $m = 489{,}5$ g, y $p = 2$ g, la aceleración será de 2 cm; lo cual se comprueba midiendo los espacios recorridos en 1 seg., 2 seg., 3 seg. ..., que en virtud de la fórmula $s = {}^1/_2\, a\, t^2$ deben ser respectivamente iguales a 1 cm, 4 cm, 9 cm...

El mismo aparato permite medir las velocidades alcanzadas al cabo de 1, 2, 3... segundos, que deben ser (por la fórmula $v = at$) respectivamente 2 cm, 4 cm, 6 cm... A dicho objeto se utiliza un anillo A que se puede fijar en la columna a distintas alturas y que permite el paso a su través de la masa m, pero no el del sobrepeso p. Cuando, en el momento de pasar por A, queda suprimido p, el sistema sigue moviéndose, pero con movimiento, desde aquel instante, uniforme. Para medir la velocidad correspondiente a tal instante, basta medir, en las divisiones de la columna, el espacio recorrido en el segundo inmediato.

3. Fórmula de la aceleración.

1 gramo-fuerza comunica a 1 gramo-masa la aceleración de 9,81 m.

P gramos-fuerza comunican a M gramos-masa la aceleración de a m.

luego: $$\text{Aceleración } a = \frac{P \times 9{,}81}{M} \text{ (metros)} \quad \text{(I)}.$$

En Mecánica se emplea a veces como *unidad técnica* de masa, la masa de 9,81 Kg. Es evidente que, adoptando esta unidad,

1 Kg-fuerza comunica a la unidad técnica de masa la aceleración de 1 m

y, por tanto, si actúan P Kg sobre $\mathcal{M}$ unidades técnicas de masa, tendremos:

$$\text{Aceleración } a = \frac{P}{\mathcal{M}} \text{ (metros)} \quad \text{(II)}.$$

EJEMPLO: Sobre un vagón de 5 toneladas actúa la fuerza de un obrero (70 Kg). ¿Cuál será la aceleración del movimiento producido?

R.: Como la masa del vagón es de $\frac{5000}{9{,}81} = 509{,}7$ unidades técnicas de masa, la aceleración será:

$$a = \frac{70}{509{,}7} = 0{,}14 \text{ m} = 14 \text{ cm}.$$

4. Concepto de la dina. El gramo-fuerza (en París) comunica al gramo-masa la aceleración de 981 cm. Para que la aceleración fuera sólo de 1 cm, la fuerza activa debería ser $^1/_{981}$ g. Esta fuerza minúscula, poco mayor que una milésima de gramo, es la llamada *dina* o *dinio*.

La dina, $^1/_{981}$ gramo-fuerza (París), comunica al gramo-masa la aceleración de 1 cm.

La unidad de aceleración, en el sistema de unidades absolutas (sistema centímetro-gramo-segundo, o abreviadamente sistema C. G. S. o cegesimal), es el aumento de velocidad por seg. de 1 cm por seg. Además, en el mismo sistema, la unidad de fuerza es la fuerza precisa para comunicar

a la unidad de masa, o sea al gramo-masa, la unidad de aceleración, o sea la aceleración de 1 cm por segundo. La fuerza que se ajusta a estas condiciones es, por lo que hemos dicho, la dina.

Problemas

1. La expansión de la pólvora actúa con una fuerza de 30 Kg sobre **una bala** de 20 g. ¿Qué aceleración recibe ésta? ¿Qué camino recorre en $^1/_{200}$ de segundo? — R.: $a = 14715$ m $s = 18{,}4$ cm.

2. **Un bólido** de 10 Kg atraviesa en 1 min. la atmósfera terrestre, y su velocidad primitiva, que era de 1000 m, se reduce a 400 m. ¿Qué resistencia media P debe haber encontrado en la atmósfera? — R.: 10,2 Kg.

3. Un **vagón de ferrocarril** pesa 8000 Kg y marcha con una velocidad $c = 0{,}4$ m. Cuatro obreros tratan de acelerarlo aplicando a dicho fin cada uno de ellos una fuerza de 70 Kg. ¿Cuál es la aceleración que consiguen comunicar al vagón? ¿Y cuál es la velocidad que éste posee a los 10 segundos? — R.: $a = 34{,}4$ cm; $v = 40 + 343 = 383$ cm.

4. Del cordel de la derecha de un aparato como el representado en la figura 45, cuelga un peso de 401 g, y del cordel de la izquierda uno de 399. Determínese la aceleración del movimiento ocasionado y el espacio recorrido en 10 segundos. — R.: 2,45 cm; 1,225 m.

5. Sobre **un tren** de 200 toneladas actúa una fuerza de tracción de 18 toneladas. ¿Con qué aceleración se moverá? ¿Qué camino recorrerá en 6 segundos? — R.: 0,88 m; 15,8 m.

§ 18. La caída libre y el tiro vertical

1. La aceleración de los cuerpos que caen libremente es, en la Tierra, de unos 10 metros.

Los cuerpos situados en la superficie de la Tierra experimentan la *acción continua de una fuerza constante* (su peso), acción que, de no impedirlo ningún obstáculo, los pondría

en movimiento *uniformemente acelerado*. Y, en efecto, cuidadosas y exactas mediciones han comprobado que la velocidad de los cuerpos que caen experimenta un aumento constante por segundo, igual a 9,81 m por segundo. Esta aceleración se suele designar con el nombre de *aceleración de la gravedad*.

Aceleración de la gravedad $g = 9{,}81$ m
(próximamente 10 m) **por segundo.**

a) La aceleración de la gravedad no es la misma en toda la Tierra, sino que varía algo de unos lugares a otros: aumenta con la latitud geográfica y disminuye con la altura sobre el nivel del mar. Así, en París vale 9,81 y en Madrid 9,80.

b) La aceleración en el Sol debe de ser de unos 270 m y en la Luna aproximadamente de 1,6 m por segundo.

2. Un cuerpo cae libremente cuando ningún obstáculo se opone a su caída y ningún impulso favorece la atracción terrestre (llamada también *gravedad*). Las fórmulas a que obedece el movimiento adquirido por el cuerpo son las del movimiento uniformemente acelerado; si el cuerpo parte del reposo, la velocidad inicial c será igual a cero; y puesto que la aceleración terrestre vale $g = 9{,}81$ m, será: $a = g$.

I. **Velocidad $v = g \times t$** II. **Espacio $s = \frac{1}{2}\, g\, t^2$**

Consecuencias de la fórmula del espacio
(suponiendo $^1/_2\, g = 5$)

Al cabo de	El camino recorrido es	Diferencias de segundo a segundo
0 seg....	..... **0 m**	
1 seg....	$s_1 = 5 \times 1^2 =$ **5 m**	$l_1 = 5 \times 1$ m
2 seg....	$s_2 = 5 \times 2^2 =$ **20 m**	$l_2 = 5 \times 3$ m
3 seg....	$s_3 = 5 \times 3^2 =$ **45 m**	$l_3 = 5 \times 5$ m
4 seg....	$s_4 = 5 \times 4^2 =$ **80 m**	$l_4 = 5 \times 7$ m
.....	.....	.....

a) **Los espacios *l* recorridos en cada uno de los segundos sucesivos** forman una serie de términos proporcionales **a los números impares:** 1, 3, 5, 7...

b) En cambio, **los espacios totales recorridos al terminar cada uno de los segundos sucesivos,** forman una serie de términos proporcionales a **los cuadrados de los números naturales:** 1^2, 2^2, 3^2...

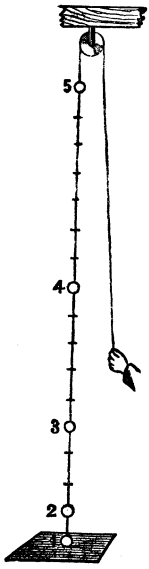


Fig. 46.—Caída de los cuerpos.

Se puede comprobar experimentalmente lo antedicho fijando en el último piso del ojo de una escalera un cordel de longitud suficiente para que llegue al piso inferior, y cargado con balas de plomo, cuyas distancias al piso inferior crezcan como los términos de la serie 1^2, 2^2, 3^2... (fig. 46). Al soltar luego el cordel, se oyen los choques de las balas contra el suelo a intervalos iguales, a pesar de estar ellas desigualmente repartidas sobre el hilo.

c) Entre las igualdades I y II se puede eliminar el tiempo *t*, de esta manera:

$$v^2 = g^2 t^2 = g \times g t^2 =$$
$$= g \times 2 \times {}^1/_2 g t^2 = g \times 2 s = 2 g s$$

$$\boxed{\text{Velocidad } v = \sqrt{2 g \times s}.}$$

Esta fórmula indica que la velocidad **es proporcional a la raíz cuadrada del camino recorrido.**

EJEMPLO: La piedra que cae de una altura de 5 m posee, al llegar al suelo, la velocidad de 10 m.

3. Impulso vertical hacia abajo. Si al iniciarse la caída de un cuerpo se le comunica, impulsándole hacia abajo, la velocidad inicial *c*, habrá que aplicar las fórmulas generales del movimiento uniformemente acelerado (§ 16,[4]).

I. $\boxed{v = c + g t}$ II. $\boxed{s = c t + {}^1/_2 g t^2}$

4. Impulso vertical hacia arriba. Se trata de determinar la altura *A* a que subirá y el tiempo *T* que

tardará en alcanzarla, un cuerpo arrojado hacia arriba con la velocidad inicial c. Este problema se resolverá mediante las fórmulas del movimiento uniformemente retardado:

I. $\boxed{v = c - g\,t}$ II. $\boxed{s = c\,t - {}^1/_2\,g\,t^2}$

En el momento en que el cuerpo llegue a la altura máxima, su velocidad será nula; en la primera fórmula serán: $v = 0$ y $t = T$; por tanto: $c - g\,T = 0$; $T = \frac{c}{g}$.

El valor de la máxima altura lo obtendremos multiplicando el tiempo $\frac{c}{g}$ por la velocidad media $\frac{c}{2}$.

$$A = \frac{c}{g} \times \frac{c}{2} = \frac{c^2}{2\,g},$$

luego:

Tiempo que durará la subida, $T = \frac{c}{g}$.

Altura que alcanzará el móvil, $A = \frac{c^2}{2\,g}$.

1.ª CONSECUENCIA: Si se supone $t = 2\,T$, la aplicación de la fórmula I dará el valor de la velocidad:

$$v = c - g \times 2\,T = c - g \times 2\,\frac{c}{g} = c - 2\,c = -\,c$$

y la fórmula II dará el valor de la distancia del cuerpo al punto de donde partió:

$$s = c \times 2\,T - {}^1/_2\,g \times 2^2 \times T^2 = c \times 2\,\frac{c}{g} - g \times 2 \times \frac{c^2}{g^2} = 0,$$

por consiguiente, al cabo del tiempo $2T$ el cuerpo está a una distancia nula de su punto de partida, y posee una velocidad igual (aunque de opuesto sentido) a la inicial. De aquí la siguiente ley: *El cuerpo emplea tanto tiempo en la subida como en la bajada y adquiere durante ésta una velocidad igual a la que poseía en el momento de partir.*

2.ª CONSECUENCIA: Como cualquier punto de la trayectoria vertical puede ser considerado como punto de partida, podemos establecer esta segunda ley: ***El cuerpo que fué***

lanzado hacia arriba atraviesa, al caer, los distintos planos horizontales (superficies de nivel de la Tierra) con las mismas velocidades con que los atravesó al subir.

Fig. 47. Caída en el vacío.

5. Las fórmulas que acabamos de desarrollar, referentes a la **caída de los cuerpos**, se refieren únicamente al caso de caída en el vacío. Sólo en el vacío caen todos los cuerpos con la misma velocidad. En el seno del aire actúan de un lado el rozamiento y de otro la presión, determinando reducciones de velocidad que tienen especial importancia tratándose de cuerpos ligeros. Esto se puede comprobar mediante un tubo de vidrio que contenga una moneda y una pluma y del cual se pueda extraer el aire. Mientras el tubo contiene aire, la moneda cae más aprisa que la pluma, pero caen ambas en el mismo tiempo cuando en el tubo se ha hecho el vacío (fig. 47).

Problemas

1. ¿Qué distancia recorre un cuerpo en 6 segundos de caída libre?

2. Dispónganse en tabla los valores de las velocidades de caída al cabo de 1, 2, 3, 4... seg.

3. ¿Qué tiempo empleará **una piedra** en caer verticalmente de lo alto de una torre de 100 m, y cuál será la velocidad final? — R.: 4,5 seg.; 44 m.

4. ¿Con qué velocidad debe ser lanzada hacia arriba **una moneda** para que llegue a rasar el techo de la habitación? (altura = 4 m). — R.: 8,9 m por seg.

5. ¿Con qué velocidad se debe lanzar hacia arriba una piedra para que alcance exactamente el alero de **una casa** de 20 m de altura? — R.: 19,8 m por seg.

6. ¿Cuánto tiempo debe caer una piedra para adquirir la velocidad de un **hombre al paso?** ¿Y cuánto para adquirir la del sonido? — R.: $^1/_7$ seg; 34 seg.

7. Si se disparara verticalmente hacia arriba **una bala de cañón** (c = 600 m), ¿a qué altura ascendería, de no exis-

tir las diversas causas (presión del aire, disminución de g al aumentar la altura...) que restan exactitud a las fórmulas establecidas? ¿Y a qué altura se encontraría 80 segundos después del disparo?—R.: unos 18 Km; y de vuelta a 16 Km.

8. De un canalón cae una gota de agua cada $^1/_4$ de segundo. ¿Por qué distancias están separadas entre sí las cuatro gotas que caen por seg. en el momento de desprenderse la última?

CAPÍTULO V

ESTÁTICA
O TRATADO DEL EQUILIBRIO

§ 19. Tensión y presión
(Segunda manifestación de las fuerzas)

1. Cómo se producen las presiones y tensiones. Cuando una fuerza continua P actúa sobre un cuerpo que puede moverse libremente, determina la producción de un movimiento de velocidad creciente, con la aceleración $a = \frac{P}{m}$. Pero si el cuerpo no puede moverse (o si no puede moverse tan rápidamente como corresponde a la aceleración a), la fuerza se manifiesta engendrando una presión o una tensión sobre el obstáculo que impide o dificulta el movimiento del cuerpo.

EJEMPLOS: **Las gotas de lluvia** no caen con la velocidad que correspondería a la aceleración $g = 9{,}81$, porque la resistencia del aire se opone a ello; pero, en cambio, ejercen una presión sobre el aire. — **Cuando llevo una piedra en la mano,** aquélla ejerce sobre ésta una presión; pero si muevo la mano hacia abajo con movimiento uni-

formemente acelerado de aceleración g, la piedra permanecerá en la mano, sin ejercer sobre ella presión alguna. — **Sobre un camión actúa la fuerza P de un caballo;** si el camión está atascado, las cuerdas que lo unen al caballo experimentan una tensión de P Kg.

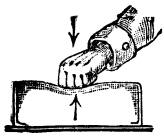


Fig. 48. — Acción y reacción.

2. Principio de la acción y de la reacción. Si un cuerpo que recibe la acción de una fuerza P se mantiene quieto, es porque existe otra fuerza igual Q que se opone a la acción motriz de la fuerza P (equilibrio de dos fuerzas).

Cuando experimenta la acción de una sola fuerza, el cuerpo se pone inevitablemente en movimiento. Para que el cuerpo permanezca en reposo, es preciso que sobre él actúen dos fuerzas, igualmente potentes y de opuesto sentido. Esta ley, establecida por Newton, se expresa de la siguiente manera:

Toda **acción** *sobre un cuerpo en reposo, determina una* **reacción** *igual y opuesta a la acción.*

EJEMPLOS: La existencia de la reacción aparece claramente: al tirar de una cuerda fija por un extremo; al levantar algún peso; al aplastar un muelle de colchón. Aplíquense una a otra las dos manos y trátese de observar cuál es la que ejerce mayor empuje. ¿Es posible, desde dentro de un coche cerrado, ayudar a tirar al caballo?

Un sencillo **experimento** puede practicarse con el muelle espiral de la figura 24, para demostrar la existencia de aquellas dos fuerzas iguales: cuélguese del muelle, mediante un hilo un poco largo, un peso de 3 g. El muelle se alargará algo, pero pronto quedará todo en reposo, porque el peso de 3 g (acción) dirigido hacia abajo estará sostenido por la tensión del resorte (reacción), fuerza de 3 gramos dirigida hacia arriba. Quémese entonces por cualquier punto el hilo, y cada una de aquellas dos fuerzas, separadas por la ruptura del hilo, se manifestará produciendo el correspondiente movimiento: la *acción* determinará la caída del peso de 3 g, y por la *reacción* (tensión) retrocederá el resorte, con rapidez, hacia arriba.

3. Las fuerzas productoras de **tensiones y presiones,** capaces de equilibrarse entre sí, son las mismas que pueden producir movimientos, a saber: la presión del viento, la expansión del vapor, las fuerzas hidráulicas (fuerza del agua), las magnéticas, las eléctricas, las musculares, las almacenadas en los resortes... Cualquiera de **e**las puede servir de término de comparación para la medida de las demás.

EJEMPLO: Cabe medir la presión del viento *W*, por medio de un peso *P*, de la siguiente manera: diríjase una corriente de aire a la parte inferior de un platillo de la balanza y cárguese el mismo platillo con las pesas necesarias para que la balanza se equilibre (fig. 49). Tendremos $P = W$.

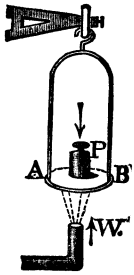


Fig. 49.
$W = P$.

Por medio de pesos cabe medir también la tensión de los resortes: recuérdese el uso del dinamómetro. Y por medio de resorte se mide la fuerza muscular (empleo del dinamómetro en los gimnasios) y la presión del vapor (como veremos más adelante al tratar de los *manómetros* de las calderas).

OBSERVACIÓN. El empleo del dinamómetro constituye el medio más práctico de medición de fuerzas de toda clase. Este aparato se gradúa cargándolo con pesos conocidos.

4. Toda fuerza, ya se manifieste en forma de presión, ya de tensión, puede ser caracterizada por estas cuatro cualidades: *punto de aplicación*, *dirección*, *sentido* e *intensidad*. En cada dirección caben dos *sentidos* opuestos.

EJEMPLO: Atemos a un punto cualquiera *A* de un cuerpo un cordel. Al tirar de éste, aplicamos al punto *A* una fuerza. Pues bien: *A* es el *punto de aplicación* de la fuerza; la dirección del cordel tenso es *la dirección* de la misma; y la magnitud o *intensidad* podrá leerse en un dinamómetro intercalado en el cordel. El *sentido* de la fuerza será aquel en que nosotros tiremos del cordel (fig. 50).

La fuerza que pone o tiende a poner en movimiento a un cuerpo sólido, puede cambiar su punto de aplicación por otro situado en la misma dirección de la fuerza, sin que por ello resulten alterados los efectos.

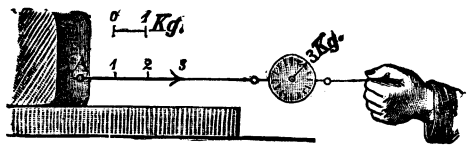


Fig. 50. — Representación de una fuerza.

EJEMPLOS: La locomotora puede estar indiferentemente enganchada a la cabeza del tren, o a la cola, o entre los vagones. En los relojes, el peso motor actúa de la misma manera cuando cuelga de una cuerda corta o de una larga.

5. Representación gráfica de las fuerzas. La fuerza, invisible, que en el anterior ejemplo actúa sobre el cuerpo, puede ser representada en el dibujo mediante una flecha indicadora de su dirección y sentido.

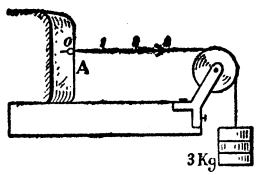


Fig. 51. — Representación de las fuerzas.

A dicha flecha se le da una longitud proporcional a la intensidad de la fuerza representada, y por lo tanto se debe elegir una escala de fuerzas: por ejemplo, acordar que cada unidad de longitud corresponda a la fuerza de 1 Kg.

§ 20. Equilibrio de tres fuerzas

1. Experimento fundamental. A tres hilos, atados entre sí en un punto *A* (fig. 52), aplíquense tres fuerzas *x*, *y*, *z*. (Para mayor comodidad, los hilos no verticales se hacen pasar por poleas en la forma indicada por la figura.) Si ninguna de las tres fuerzas

es mayor que la suma de las otras dos, o menor que su diferencia, se podrá observar que, después de un cambio más o menos grande en la orientación relativa de los hilos, el conjunto queda en reposo. Por lo tanto, *también tres fuerzas pueden equilibrarse entre sí.*

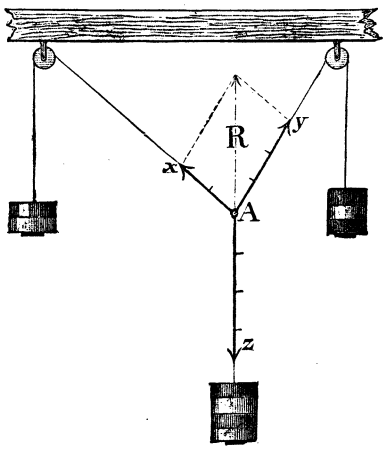


Fig. 52. — Equilibrio de tres fuerzas.

2. Consecuencia. Cuando esto último sucede, es evidente que x e y impiden el movimiento que z tiende a producir, movimiento que también se podría impedir mediante una fuerza única R, igual a z en intensidad y dirección, pero de sentido directamente opuesto al de z. De esto se deduce que *juntas* x e y producen el mismo efecto que *una sola* fuerza R. A la fuerza R se le da el nombre de *resultante* de x e y; y éstas se llaman *componentes* de aquélla.

EXPERIMENTO: Cuélguese el artefacto de la figura 52 delante de la pizarra o encerado, y represéntense en éste gráficamente las fuerzas x, y, z y R; al momento se advertirá que los extremos de x, y y R, y el punto A, ocupan los vértices de un **paralelogramo** (Stevin, 1605). De aquí se deduce la siguiente regla:

3. Se puede determinar gráficamente la resultante de dos fuerzas P y Q, aplicadas ambas a un punto A, construyendo un paralelogramo sobre las representaciones gráficas P y Q y trazando la diagonal que pasa

por el punto A de aplicación. Esta diagonal representa, en dirección, magnitud y sentido, la resultante R (fig. 53).

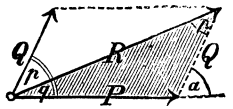


Fig. 53. — Paralelogramo de las fuerzas.

Determinación de la resultante por medio del cálculo. El paralelogramo de las fuerzas está dividido por la resultante R en dos triángulos iguales. Según enseña la Geometría,

$$\text{I} \qquad R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2\,P\,Q\cos a}$$

$$\text{II} \qquad \begin{aligned} P &: Q = \text{sen } p : \text{sen } q \\ P &: R = \text{sen } p : \text{sen } a \\ Q &: R = \text{sen } q : \text{sen } a \end{aligned}$$

4. La resultante de varias fuerzas x, y, z, w, aplicadas a un punto A, se determina mediante la aplicación reiterada de la regla del paralelogramo (fig. 54).

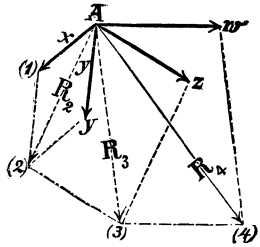


Fig. 54.—Resultante de varias fuerzas concurrentes.

La aplicación de dicha regla a las fuerzas x e y, reduce a tres el número de fuerzas del sistema (R_2 = resultante de x, y). La aplicación de la misma regla a las fuerzas R_2 y z, reduce las fuerzas a dos (R_3 = resultante de R_2 y z). Por fin, la regla del paralelogramo se aplica a las fuerzas R_3 y w, y se obtiene la resultante pedida R_4.

He aquí un **procedimiento rápido** para encontrar la resultante final. Basta trazar la línea quebrada *A (1) (2) (3) (4)* y unir con una recta sus dos extremos; cada uno de los lados de la quebrada debe ser igual y paralelo a una de las líneas representativas de las fuerzas. Se comprenderá mejor esta construcción, objetivándola por medio de cuatro palillos de longitudes respectivamente iguales a las de las rectas x, y, z, w; colóquese cada uno de ellos sobre la correspondiente recta, y trasládese luego paralelamente

a sí mismo: primero el *y* hasta que su extremo *A* coincida con el punto *(1)*; después el *z* hasta que su extremo *A* coincida con *(2)*; y por fin el *w* hasta que su extremo *A* coincida con *(3)*. La unión del extremo *(4)* con el punto *A* dará la recta representativa de la resultante. El polígono *A (1) (2) (3) (4) A* se llama *polígono de las fuerzas*.

5. Equilibrio de tres fuerzas. Como se ve en la figura 52, tres fuerzas aplicadas a un punto sólo pueden estar en equilibrio si la resultante de dos de ellas es igual y directamente opuesta a la tercera.

Por consiguiente, cualquier sistema de fuerzas resultará equilibrado si se introduce una fuerza igual y directamente opuesta a la resultante.

Si la resultante fuera nula, el sistema de fuerzas ya estaría en equilibrio.

6. Fuerzas en línea recta. *a)* Si en un punto *A* actúan dos fuerzas *P* y *Q* en la misma dirección y sentido, la resultante es una fuerza de intensidad igual a la suma de aquéllas, $R = P + Q$, y tiene también el mismo sentido y dirección. Por ejemplo: dos locomotoras, *P* y *Q*, que arrastran un tren, pueden ser substituídas por otra de fuerza $R = P + Q$.

b) Si las dos fuerzas *P* y *Q* de igual dirección, aplicadas al punto *A*, actuaran en sentido contrario, la resultante sería igual a su diferencia, tendría la dirección común y actuaría en el sentido de la componente mayor, $R = P - Q$.

§ 21. Descomposición de una fuerza

1. Descomposición en dos componentes. Toda fuerza puede ser considerada como resultante de dos fuerzas concurrentes, y esto de infinidad de maneras, de suerte que cuando se trata de descomponer una fuerza en dos, se puede muy bien prefijar las direcciones de las fuerzas pedidas. Una vez dadas esas

direcciones, el problema se resolverá con sencillez completando el paralelogramo de las fuerzas a partir del extremo de su diagonal, es decir, de la recta representativa de la fuerza dada.

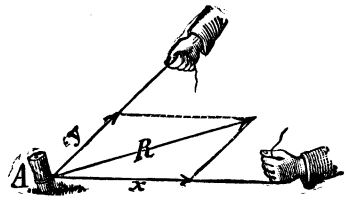


Fig. 55. — *R* es substituída por *x* e *y*.

EJEMPLO: Si sobre un cuerpo en movimiento actúa la fuerza *R* (fig. 56), podemos considerar a ésta descompuesta en dos; la *W*, que actúa en la dirección del movimiento y contribuye, por tanto, a acelerarlo o a vencer las resistencias que a él se oponen (*W* = **componente dinámica**), y la *B*, normal a aquélla y que en nada puede contribuir a la producción del movimiento, consistiendo su efecto en un aumento de presión del cuerpo móvil contra el suelo (*B* = **componente estática** o *presión normal*).

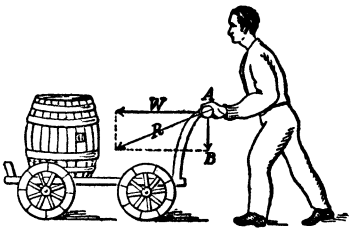


Fig. 56. — Descomposición ordinaria de una fuerza.

2. La descomposición de una fuerza *P* en dos componentes normales entre sí se lleva a cabo como indica la figura 57. Para calcular numéricamente en este caso los valores de las componentes, sirven estas fórmulas:

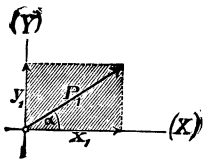


Fig. 57. — Descomposición en dos componentes normales.

$x = P \cos \alpha$	$y = P \operatorname{sen} \alpha$

$\alpha =$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
sen $\alpha =$	0,00	0,17	0,34	0,50	0,64	0,77	0,87	0,94	0,98	1,00
cos $\alpha =$	1,00	0,98	0,94	0,87	0,77	0,64	0,50	0,34	0,17	0,00

EJEMPLOS DE DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS. *a)* El peso R de una **lámpara de arco** (fig. 58) se descompone en dos fuerzas P y Q, tensoras de los dos ramales de la cuerda que sostiene la lámpara. Adviértase que esas fuerzas tensoras serán tanto más grandes cuanto más se aproxime a ser horizontal la cuerda. — *b)* La figura 59 indica la forma en que se descompone en dos fuerzas, de mayor intensidad que ella, la presión que ejercemos con el pulgar cuando tratamos de tapar una **botella de cerveza** provista de cierre mecánico.

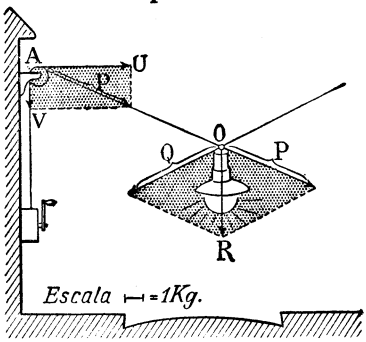


Fig. 58. — Lámpara de arco.

Problemas

1. Unos muchachos, agrupados en dos partidas, tiran de **una soga:** de un cabo de ella tiran en un sentido con fuerzas de 20, 25, 15 y 30 Kg; y del otro cabo tiran en sentido opuesto con fuerzas de 18, 23, 21 y 24 Kg. ¿Qué sucederá? ¿Podría emplearse en lugar de la soga un cordel de 35 mm² de sección? (Resistencia del cordel a la rotura = 5 Kg por mm².)

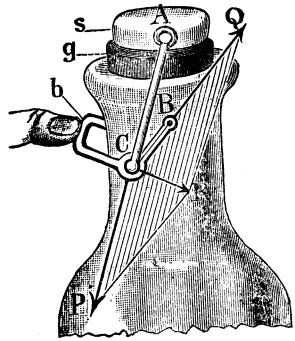


Fig. 59. — Cierre mecánico de botella.

2. Un vapor navega hacia el este con una velocidad de a millas marinas por hora. Mas de pronto sopla un viento norte que le arrastra hacia el sur con una velocidad de b millas marinas por hora. ¿En qué dirección correrá el buque?

3. Una **barcaza** situada en el centro de un canal, está sostenida desde las orillas mediante dos cabos que forman

angulos de 30° con la dirección del agua. En cada uno de los cabos está intercalado un dinamómetro que indica una tensión de 16 Kg.

a) ¿Con qué fuerza tiende el agua a llevarse la barca?

b) ¿Qué presión por cm^2 ejerce la corriente de agua sobre la barca, si ésta opone a la corriente una superficie de 40 dm^2?

R.: 27,7 Kg; 6,93 g por cm^2.

4. Determínense, numérica y gráficamente, las resultantes de esos cinco **sistemas de fuerzas:**

P = 100 Kg	20 g	120 g	300 Kg	2 Kg
Q = 50 Kg	20 g	80 g	400 Kg	2 Kg
α = 90°	45°	60°	90°	120°
[R.: 111,8 Kg]	[36,9 g]	[160 g]	[500 Kg]	[2 Kg]

5. Una **lámpara de arco** de 10 Kg pende de dos cables que forman con la horizontal ángulos de 30°;

a) determínese la tensión de los cables. — R.: 10 Kg.

b) hágase ver que esa tensión aumenta cuando el ángulo disminuye: supóngase, por ejemplo, $\alpha = 15°$. (Escala: 1 Kg = 4 mm).

6. Un **cuadro** que pesa 400 g está colgado, por sus ángulos superiores, de dos cordeles que forman con la horizontal ángulos de 30°. ¿Cuál es la tensión que sufren los cordeles? (Escala: 10 g = 1 mm.) — R.: 400 g.

7. Un **bloque de mármol,** de 1 m^3 de volumen, descansa en un suelo, que determina un rozamiento de 10 %, y debe ser arrastrado mediante dos cuerdas que forman (una a la derecha y otra a la izquierda) ángulos de 30° con la dirección del arrastre. ¿Qué fuerza se debe aplicar a las cuerdas? ¿Bastarán sogas de 1 cm^2 de sección? Resistencia: 2 Kg/mm^2 — R.: unos 155,7 Kg; Sí.

8. Explíquese la descomposición de fuerzas que ocurre en la **viga horizontal** representada en la figura 26, si esa viga recibe del tornapuntas una presión de 1500 Kg bajo un ángulo de 30°. — R.: Empuje lateral = 1299 Kg; Presión vertical = 750 Kg.

§ 22. Composición de fuerzas no aplicadas al mismo punto

1.er caso. Las dos fuerzas se cortan. Si las dos fuerzas x e y están aplicadas a dos puntos distintos A

y *B* del mismo cuerpo sólido, y sus direcciones se cortan, se puede determinar la resultante de igual manera que si ambas fuerzas estuvieran aplicadas al mismo punto. Bastará tener en cuenta la ley establecida en el § 19-4, de que una fuerza que actúa sobre un sólido se puede considerar aplicada a cualquier punto de su dirección.

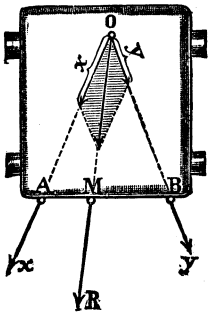


Fig. 60. — Resultante de dos fuerzas concurrentes.

Construcción. Si *O* es el punto de intersección de las direcciones de *x* e *y* (fig. 60), supondremos trasladadas a *O* ambas fuerzas y aplicaremos la regla del paralelogramo; obtenida la resultante, podremos considerarla trasladada a cualquier punto de su dirección (p. ej.: al *M*, situado en la recta *AB*).

2.º caso. Las dos fuerzas son paralelas. Puede reducirse este problema al anterior mediante un sencillo artificio. En los puntos de aplicación *A* y *B* de las dos fuerzas dadas *x* e *y*, apliquemos dos fuerzas *z z* iguales y directamente opuestas. Es evidente que contrarrestándose exactamente las dos fuerzas *z z*, los efectos de las fuerzas *x y* no habrán sido alterados. Hallemos, por la regla del paralelogramo, la resultante *P* de las fuerzas *z* y *x*, y la resultante *Q* de las fuerzas *z* e *y*. Salta a

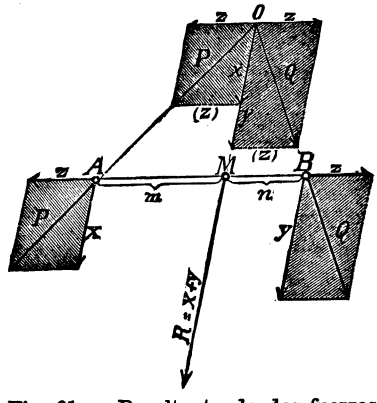


Fig. 61. — Resultante de dos fuerzas paralelas.

la vista que P y Q no pueden ser paralelas, y en efecto, sus direcciones se cortan en O. Consideremos P y Q trasladadas a ese punto, y descompongamos P en sus primitivas componentes z y x, y Q en las suyas z e y. Las dos fuerzas z z aplicadas a O, por equilibrarse entre sí, pueden ser suprimidas, y las x e y, aplicadas a O, que actúan según la misma recta, se suman conforme a la regla del § 20-6, dando la resultante:

$$\boxed{R = x + y}$$

que podremos considerar aplicada en el punto M.

Para determinar la posición de M sobre la recta AB atenderemos a los dos pares de triángulos semejantes que se hallan respectivamente a derecha y a izquierda de la recta MO, y tendremos:

a la izquierda: $m : MO = z : x$
a la derecha: $n : MO = z : y$
} y por división $\boxed{\frac{m}{n} = \frac{y}{x}}$

luego:

a) **La resultante** es igual a la suma de las fuerzas componentes, y paralela a ellas.

b) **El punto de aplicación** divide a la recta AB en partes inversamente proporcionales a las componentes.

Si las dos fuerzas paralelas fueran de sentidos opuestos, un razonamiento análogo al anterior nos demostraría que $R = x - y$, y que M es un punto exterior al segmento AB, situado del lado de la fuerza mayor y, y que cumple con la condición $\frac{AM}{BM} = \frac{y}{x}$.

Caso EXCEPCIONAL: Dos fuerzas antiparalelas:

$$x\downarrow \text{ e } y\uparrow$$

de igual magnitud forman un sistema llamado **par de fuerzas.** No es posible componer dos fuerzas de esta clase.

Cuando las fuerzas x e y son pesos, el punto M recibe el nombre de ***centro de gravedad*** de x e y.

EJEMPLO: En los extremos de una varilla están fijados dos pesos (fig. 62): uno, *A*, de 5 Kg, y otro, *B*, de 3 Kg. ¿Por qué punto debe estar sostenida la varilla para conseguir el equilibrio? — Dividiremos la varilla en 5+3 partes iguales, y el punto *M*, que dista 3 partes de *A*, será el punto pedido.

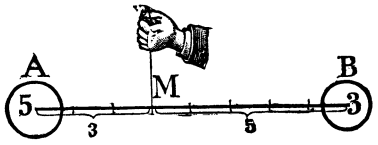


Fig. 62. — Punto de aplicación de la resultante de dos pesos.

La comprobación experimental puede llevarse a cabo por medio de *dos pesacartas*.

Se coloca sobre los platillos una regla (fig. 63) ligera y dividida en cm, y se leen las indicaciones *a* y *b* de los pesa-

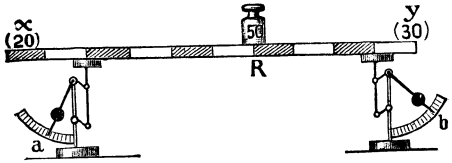


Fig. 63. — Comprobación experimental.

cartas. Se deja el peso *R* sobre la regla. Las indicaciones aumentan respectivamente en *P* y *Q* gramos. Los valores de *P* y *Q* dependen del punto en que se haya colocado *R*; pero siempre $P + Q = R$.

3.er caso. Cuando se trata de varias fuerzas paralelas *x*, *y*, *z*, *w*, la resultante es igual a la suma:

$$R = x + y + z + w.$$

Su punto de aplicación, llamado *centro* de las fuerzas paralelas, se halla aplicando reiteradamente el procedimiento explicado para el caso de dos fuerzas paralelas (fig. 64).

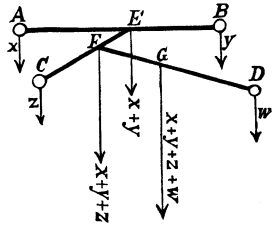


Fig. 64. — Composición de varias fuerzas paralelas.

EJEMPLO: ¿Cuál es el punto por donde debe estar sostenida una plancha (fig. 65) formada de tres porciones rectangulares de 3×2, 2×3 y 4×3 cm, para que pueda permanecer horizontal?—En el centro A del primer rectángulo actuará el peso 6; en el centro B del segundo rectángulo actuará también el peso 6; y en el centro C del tercer rectángulo actuará un peso 12. En vez de considerar aisladamente A y B, podemos determinar el punto E, centro de gravedad de un peso = 12; y en vez de E y C aislados, tendremos el punto M, con un peso = 24, que será el punto pedido.

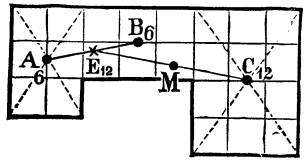


Fig. 65. — Punto de aplicación del peso de una plancha.

4.º caso. En el caso más general de varias fuerzas en un plano diversamente dirigidas y aplicadas a distintos puntos, se determina la resultante mediante el llamado *polígono funicular.*

Si se trata de determinar la resultante de P_1, P_2 y P_3 (figura 66 *a*), se empieza por dibujar el polígono de las fuerzas, *ABCD* (fig. 66 *b*), en el cual las fuerzas P_1, P_2, P_3

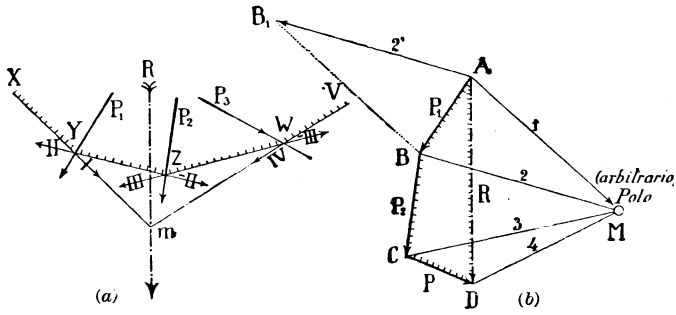


Fig. 66. — Caso general de composición de fuerzas.

están colocadas una a continuación de otra conservando sus magnitudes y direcciones. Se toma luego un punto M (polo) cualquiera, desde el cual se trazan los radios 1, 2, 3, 4. La

fuerza P_1 puede considerarse descompuesta en $A\ M$ y $A\ B_1$ o bien, por ser $A\ B_1 = M\ B$, en $A\ M$ y $M\ B$; de la misma manera se puede considerar a P_2 descompuesta en $M\ B$ y $M\ C$ y a P_3 en $M\ C$ y $M\ D$. Estas mismas descomposiciones podemos suponerlas efectuadas en la figura 66 *a*. Por un punto cualquiera de la fuerza P_1 trazaremos I paralela a *1* y II paralela a *2*; por el punto de intersección de II con P_2, trazaremos III paralela a *3* y así sucesivamente. De esta manera obtendremos el *polígono funicular* $X\ Y\ Z\ W\ V$. Pero como las fuerzas II y — II, III y — III del polígono se equilibran, quedan solamente las fuerzas extremas I y IV. La resultante de éstas, y por consiguiente, la resultante pedida, es $R = A\ D$ y pasa por el punto de intersección de los lados extremos del polígono funicular.

§ 23. El centro de gravedad

1. Centro de gravedad de un cuerpo es el punto de aplicación de su peso. — En el centro de gravedad se puede suponer condensado todo el peso del cuerpo.

Todo cuerpo está formado de gran número de partículas; cada una de ellas tiene su peso. Estos pesos elementales pueden ser representados, siguiendo el procedimiento general, mediante flechas, dirigidas todas hacia el centro de la Tierra, es decir, sensiblemente paralelas; y de un sistema de fuerzas paralelas ya sabemos hallar la resultante. **Esa resultante R es el peso total del cuerpo.** El punto S, a que este peso está aplicado, o sea el *centro* de aquella multitud de fuerzas paralelas, es llamado *centro de gravedad del cuerpo*.

Cuando un cuerpo gira, cambian las posiciones de sus moléculas respecto a la Tierra, pero cualquiera que sea la nueva posición, la resultante R de todos los pesos elementales se mantiene constante, e igualmente permanece inalterable el punto S de aplicación. Imagínese aplicada al centro de gravedad una fuerza R_1 igual y contraria a R; en virtud de las acciones de ambas fuerzas el cuerpo permanecerá en equilibrio cualquiera que sea su posición. De aquí la definición siguiente:

Se entiende por **centro de gravedad** el punto por el cual debe estar sostenido un cuerpo para que en cualquier posición se mantenga en equilibrio.

PROBLEMA: Determínese el centro de gravedad de un martillo, de un disco, de un bastón, tratando de sostenerlos con un dedo, o mejor sobre el filo de un cuchillo. (El centro de gravedad estará próximo a la parte más pesada del cuerpo.)

2. El centro de gravedad puede determinarse experimentalmente **suspendiendo dos veces** (por puntos distintos) el cuerpo.

Estando el cuerpo colgado del punto *B* (fig. 67), se logra el equilibrio cuando el centro de gravedad *S* está situado debajo de *B* y en la misma vertical. Entonces todo el peso del cuerpo (que ya sabemos puede considerarse concentrado en *S*) es sostenido por el esfuerzo que se realiza en *B* (fuerzas directamente opuestas). Colgando luego el cuerpo por el punto *A* obtendremos otra recta (vertical entonces) *S A*, sobre la cual también se debe encontrar el centro de gravedad: luego éste coincidirá con la intersección de *S A* y *S B*.

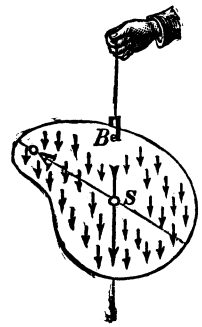


Fig. 67. — Determinación del centro de gravedad.

Obsérvese que el centro de gravedad siempre tiende a ocupar la posición más baja posible.

3. El centro de gravedad de algunos cuerpos de forma sencilla puede ser **determinado geométricamente,** o mediante cálculos muy fáciles.

a) Si el cuerpo dado (fig. 68) tiene **centro de simetría** éste es el centro de gravedad, pues a toda partícula *m* situada a la distancia *a* de *S* corresponderá otra partícula igual situada a la misma distancia y al otro lado de *S* sobre la misma recta. Aplicando esta regla tendremos que el centro de gravedad de una recta está en su punto

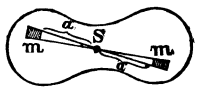


Fig. 68.—Cuerpo con centro de simetría.

medio; el del círculo en su centro, y en su centro también el de una esfera, sea hueca o maciza; el del cilindro en el punto medio del eje; el de un paralelogramo en el punto de intersección de las diagonales, etc.

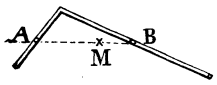


Fig. 69.—Centro de gravedad de un alambre.

b) **Centro de gravedad de un alambre doblado** (fig. 69). Cada lado del ángulo puede ser reemplazado por su punto medio, suponiendo condensado en éste el peso de todo el lado. En seguida se obtendrá el centro de gravedad, aplicando la regla del § 22-2. Es evidente que ese centro de gravedad será exterior a la masa del cuerpo, lo cual demuestra que el centro de gravedad puede no ser un punto material. Algo parecido sucede en el conocido experimento de sostener por la punta un lápiz que lleva clavado un cortaplumas (figura 70).

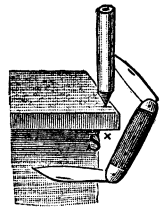


Fig. 70.
El centro de gravedad, *S*, está en el aire.

c) El centro de gravedad de un **triángulo** está sobre la mediana (recta que une un vértice con el punto medio del lado opuesto), a una distancia de la base igual al tercio de la misma mediana. Para demostrarlo, imagínese el triángulo dividido en tirillas (prácticamente líneas rectas) paralelas a la base; cada tirilla tendrá el centro de su gravedad en su punto medio, y la línea formada por estos puntos medios (mediana) debe contener el centro de gravedad pedido (fig. 71). Así, éste debe encontrarse en la línea *C U* y por la misma razón en la *A V:* luego coincidirá con el punto de intersección de las dos. Ahora bien: tenemos:

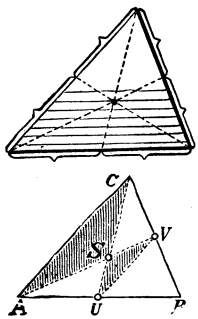


Fig. 71.
Centro de gravedad del triángulo.

1.° $UV = {}^1/_2\, AC$, puesto que *U* y *V* son puntos medios de dos lados.

2.° Aplicada la igualdad anterior a la semejanza de los triángulos *ACS* y *VUS*, tendremos las siguientes igualdades: $US = {}^1/_2\, CS$, y $VS = {}^1/_2\, AS$.

d) El centro de gravedad de un **cuadrilátero** se determina por división de la figura en triángulos. El cuadrilátero *A B C D* (fig. 72) se ha divi-

dido en dos triángulos mediante la diagonal AC; el centro de gravedad del triángulo ABC se encuentra en R; el del triángulo ADC se encuentra en T; el del cuadrilátero deberá hallarse en la recta RT. Procederemos a nueva división del cuadrilátero en triángulos trazando la diagonal BD; el centro de gravedad del triángulo BAD se encuentra en U; el del triángulo BCD se encuentra en V; el del cuadrilátero deberá hallarse en la recta UV. Luego el punto buscado es S, intersección de UV y RT.

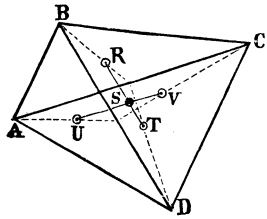


Fig. 72. — Centro de gravedad de un cuadrilátero.

e) El centro de gravedad de un **tetraedro** (pirámide de tres caras) se halla a la cuarta parte, a contar desde la base, de la recta que une el centro de gravedad de ésta con el vértice opuesto. Si U es el centro de gravedad de la base ABC (fig. 73), el centro de gravedad del tetraedro deberá encontrarse en la recta DU. (Imagínese, para comprenderlo, descompuesto el tetraedro en delgadas láminas triangulares paralelas a la base.) De igual modo, si V es el centro de gravedad de la cara DBC, el del tetraedro deberá encontrarse en la recta AV; luego coincidirá con S, punto de intersección de AV y DU. Ahora bien, $UV = {}^1/_3\, AD$ (puesto que se tiene $UM = {}^1/_3\, AM$ y $VM = {}^1/_3\, DM$). Por consiguiente, ya que $UV = {}^1/_3\, AD$, la semejanza de los triángulos UVS y DAS da

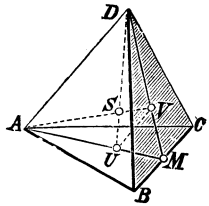


Fig. 73. — Centro de gravedad de un tetraedro.

$$US = {}^1/_3\, SD \qquad (\text{y } VS = {}^1/_3\, AS).$$

f) El centro de gravedad de un **arco de círculo** se encuentra, aproximadamente, reduciendo el arco a otro de menor longitud, y éste a otro y así sucesivamente hasta llegar a uno de longitud exigua y sensiblemente rectilíneo. Supongamos, por ejemplo, que se trata de determinar el centro de gravedad del arco AB (fig. 74) y sea M su punto medio; se agruparán por pares los puntos del arco, de modo que la distancia entre los dos puntos de cada par sea igual a la distancia AM; así obtendremos los pares 1-1; 2-2;

3-3, etc. El centro de gravedad del sistema 1-1 está en 1′; el de 2-2 en 2′; el de 3-3 en 3′, etc. Los puntos 1′, 2′, 3′... forman un arco $A'\ B'$ concéntrico con el primero pero más pequeño que él. Además, el centro de gravedad de $A\ B$ será el mismo que el de $A'\ B'$. Repetiremos con éste las anteriores operaciones y continuaremos hasta obtener con suficiente exactitud el centro de gravedad pedido. Este método conduce muy rápidamente al fin propuesto.

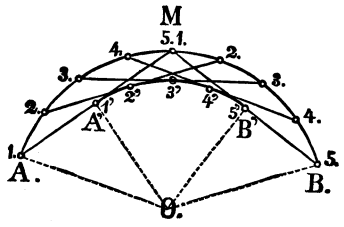


Fig. 74. — Centro de gravedad de un arco de círculo.

La construcción que acabamos de describir puede servir también para la determinación del centro de gravedad de **arcos no circulares.**

Problemas

1. Determínese el centro de gravedad de **una silla,** manteniéndola en equilibrio sobre un pie, luego sobre otro, y buscando en cada caso la vertical mediante la plomada. Para fijar las verticales úsense cordeles pegados con cera.

2. ¿Dónde está el centro de gravedad de **un alambre** de 24 cm de longitud, una vez doblado de modo que la longitud de un lado sea de 18 cm y la del otro de 6 cm, o bien la primera de 15 y la segunda de 9 cm?

3. Hállese el centro de gravedad de **una plancha cuadrada,** doblada en ángulo recto por una de sus diagonales.

4. ¿Dónde está el centro de gravedad de **un cucurucho cónico** circular? (Divídase la superficie en tiras triangulares cuyo vértice coincida con el cono.)

5. Un volante de 95 Kg lleva en el borde, a 2,20 m del eje, un contrapeso de 15 Kg. ¿Dónde se encuentra el centro de gravedad de la rueda? — R.: divídase la distancia del eje al contrapeso en 95 + 15 partes iguales; etc.

§ 24. Diversas clases de equilibrio

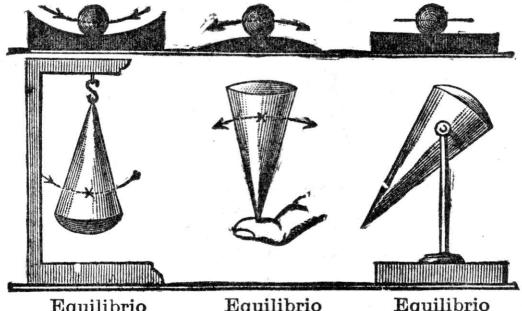
1. Maneras de sostener un cuerpo. Todo cuerpo pesado tiende a caer; para evitarlo se le puede soste-

ner de distintas maneras: *a)* suspendiéndolo (gabán, lámpara, péndulo); *b)* apoyándolo (arca, frasco, mesa).

Mas lo que constituye un obstáculo para la caída, no siempre impide que el centro de gravedad experimente movimientos más o menos considerables; así el cuerpo puede *oscilar* alrededor de su punto de suspensión (péndulo) o *girar* alrededor de un lado de la superficie de apoyo *(volcarse)*. Cuando el cuerpo, con estos limitados movimientos, ha alcanzado una posición de reposo, se dice que está en *equilibrio*. Se pueden distinguir tres clases de equilibrio.

2. Las tres clases de equilibrio son las siguientes:

a) Equilibrio **estable** (el cuerpo está *seguro* en su posición). Existe cuando en cualquiera de los movi-



Equilibrio estable | Equilibrio inestable | Equilibrio indiferente

Fig. 75. — Clases de equilibrio.

mientos que el cuerpo puede experimentar, el centro de gravedad debe subir.

Como el centro de gravedad tiene precisamente la tendencia opuesta, es decir, a descender, el equilibrio estable se puede reconocer separando un poco el cuerpo de su posición de equilibrio: al soltarlo vuelve a tomar la primitiva posición (bamboleo de un frasco, ídem de los muebles durante los temblores de tierra ligeros).

EJEMPLOS: Una bala en un platillo; una lámpara colgada; una balanza.

b) Equilibrio **inestable** (el cuerpo está inseguro).

Existe cuando en todos los movimientos posibles desciende el centro de gravedad.

Se reconocerá, por lo tanto, en que ligeramente separado el cuerpo de su posición, la abandona definitivamente, para tomar la correspondiente al equilibrio estable.

EJEMPLOS: Bastón que se mantiene derecho sobre un dedo; esfera colocada encima de otra esfera.

c) Equilibrio **indiferente.** Existe en un cuerpo cuando ninguno de los movimientos posibles aleja o acerca a la Tierra el centro de gravedad.

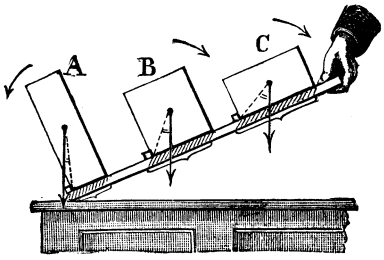


Fig. 76. — *A* está cayendo.

Se reconocerá esta forma de equilibrio en que, separado el cuerpo de su posición, no tiende a volver a ella ni a adquirir otra determinada.

EJEMPLOS: Una rueda montada en su eje. Una bala colocada en un plano horizontal.

3. Condiciones de estabilidad. El equilibrio de un cuerpo apoyado será estable, si la vertical que pasa por el centro de gravedad cae dentro de la base de sustentación. Y será tanto más seguro: *a)* cuanto mayor sea la base de sustentación; *b)* cuanto más bajo esté el centro de gravedad; *c)* cuanto más pesado sea el cuerpo.

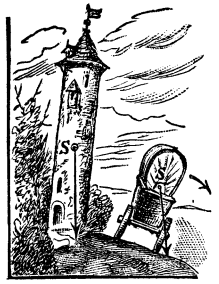


Fig. 77. — Base de sustentación.

a) EXPERIMENTO: De los tres bloques prismáticos sostenidos por la tabla (fig. 76), *A* va a caer, pero *B* y *C* se mantienen todavía firmes. Si inclinamos más la tabla, ¿cuál caerá primero, *B* o *C*?

b) EJEMPLOS Y APLICACIONES. La base de sustentación del cuerpo humano es el trapecio limitado lateralmente por

los dos pies. — Instintiva inclinación del cuerpo cuando va cargado de un lado. — El andar, en esencia, consiste en un continuo caer. — Torre inclinada de Pisa. — Un carro excesivamente cargado hacia la parte superior, vuelca al pasar por un mal camino (fig. 77).

c) **Trípodes.** Para apoyo de un cuerpo en equilibrio estable, bastan tres puntos (mesa de tres pies, trípodes). La superficie triangular cuyos vértices coinciden con esos tres puntos es la base de sustentación.

CAPÍTULO VI

TRABAJO Y ROZAMIENTO

§ 25. El trabajo

1. Se realiza un **trabajo** cuando una fuerza mueve un cuerpo venciendo una resistencia. El trabajo es, pues, un gasto de fuerza a lo largo de un espacio.

Fig. 78. — Concepto del erg.

EJEMPLOS: Introducir un tapón en el cuello de un frasco. Sacar de un pozo un cubo de agua. Comprimir un muelle. Impulsar un vehículo.

2. La **unidad de trabajo** es el **kilográmetro** (Kgm), es decir, el trabajo desarrollado para vencer la fuerza de un Kg a lo largo de 1 m.

EJEMPLO: Se desarrolla 1 Kgm cuando se eleva 1 Kg a 1 m de altura.

1 libra-pie (inglés) = = 0,1383 Kgm.	1 Kgm = 7,233 libras-pies ingleses.

En el sistema de unidades absolutas, **la unidad de trabajo** es el **ergio** *(erg)*, que es el trabajo desarrollado por una dina ($^1/_{981}$ g en París) al recorrer 1 cm.

Desarrollaría el trabajo de un ergio un insecto que ele-

vando una gotita de agua del tamaño de una cabeza de alfiler, se encaramara por una pared a 1 cm de altura (figura 78); en este ejemplo se hace caso omiso del peso propio del insecto.

3. Fórmula del trabajo. Supongamos que la carga que hay que subir, o resistencia que hay que vencer, sea de P Kg, y que el camino que se debe recorrer sea de s metros: el trabajo desarrollado será de $P \times s$ Kgm, es decir, el trabajo es igual al producto de la fuerza por el espacio.

$$\textbf{Trabajo} = T = \textbf{fuerza} \times \textbf{espacio} = P \times s$$

Representación gráfica del trabajo. Si la fuerza se representa sobre un eje de ordenadas y el camino recorrido sobre uno de abscisas normal al primero, el trabajo vendrá medido por el área del rectángulo construído sobre las rectas representativas de la fuerza y del espacio (fig. 79).

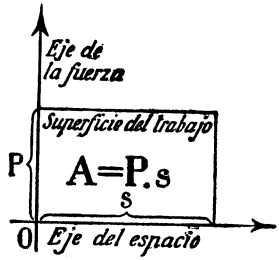


Fig. 79. — Diagrama del trabajo.

EJEMPLOS: 1.° Un hombre que pesa 70 Kg sube a una torre de 90 m de altura; el trabajo que debe desarrollar es de $70 \times 90 = 6300$ Kgm.—2.° Un caballo arrastra a lo largo de 1 Km un vehículo muy cargado. Un dinamómetro instalado entre el caballo y el vehículo indica constantemente una tensión de 45 Kg. El trabajo desarrollado es de $45 \times 1000 = 45000$ Kgm. —3.° Cada segundo cae de una altura de $^1/_2$ m una gota de agua de $^1/_4$ g de peso. El trabajo diario es de $\frac{1}{4000}$ Kg $\times$ $^1/_2$ m $\times$ 86400 = 10,8 Kgm; y el trabajo anual es de $365\ ^1/_4 \times 10{,}8 = 3944{,}7$ Kgm.

4. Se da el nombre de potencia (o efecto) al trabajo desarrollado por segundo.

En la práctica debe tenerse siempre en cuenta la rapidez con que se verifica el trabajo. Para poder comparar desde este punto de vista los distintos procedimientos de produc-

ción de trabajo, se determina en cada caso el trabajo producido por segundo.

a) Se ha adoptado como **unidad de potencia** el kilográmetro por segundo, pero para potencias grandes se usa el caballo de vapor.

1 caballo de vapor = 75 Kgm por segundo.

1. OBSERVACIÓN: 1 caballo de vapor inglés (horsepower) HP = 550 pies-libras/seg. = 76,04 Kgm/seg.

Las iniciales HP y también las PS se usan con frecuencia para designar el caballo de vapor ordinario.

2. En el sistema CGS, la unidad de potencia será el ergio por segundo; 10 millones de ergios por segundo reciben el nombre de **vatio** *(o watt)*. Esta es la unidad de potencia más usada en Electrotecnia:

1 vatio = 10^7 ergio/seg. | 736 vatios=1 caballo. / 9,81 » =1 Kgm/seg. | 1000 vatios=1 kilovatio.

b) Se obtendrá la **fórmula de la potencia** dividiendo el trabajo ($P \times s$) por el tiempo t. Si representamos por K la potencia expresada en Kgm/seg., por N la expresada en caballos de vapor y por W la expresada en vatios, tendremos estas tres fórmulas de la potencia:

$$K = \frac{P \times s}{t} \text{ (kilográmetros por seg.)}$$

$$N = \frac{P \times s}{75 \times t} \text{ (caballos)}$$

$$W = \frac{P \times s \times 9{,}81}{t} \text{ (vatios)}$$

Si en esas fórmulas se substituye el cociente $\frac{s}{t}$ por su valor c (velocidad), tendremos:

$$K = P \times c \quad \left| \quad N = \frac{P \times c}{75} \right. \quad W = 9{,}81 \times P \times c.$$

EJEMPLOS: **1. Si el caballo que hemos supuesto en el**

segundo ejemplo de la página 93, realiza el trabajo en $^1/_4$ de hora, su potencia será:

$$\frac{45\,000}{15 \times 60 \times 75} = {}^2/_3 \text{ de caballo de vapor.}$$

Observación: Un caballo desarrolla normalmente una potencia inferior a un caballo de vapor.

2. Si, mediante **una grúa,** se eleva un peso de 600 Kg a una altura de 15 m en 1 minuto, la potencia será de:

$$\frac{600 \times 15}{60} = 150 \text{ Kgm/seg.} = 2 \text{ HP.}$$

3. Un cubo de arena que pesa 50 Kg, se sube con una velocidad de 3 m por seg. La potencia desarrollada por el motor que esto realiza es de $50 \times 3 = 150$ Kgm/seg.=2 HP.

4. Una dinamo alimenta 2000 lámparas eléctricas de 55 vatios. La potencia desarrollada por la dinamo es de $2000 \times 55 = 110\,000$ vatios = 149 HP.

5. ¿Cómo se calculará la potencia de una **máquina de vapor,** si la presión del vapor que sobre ella actúa es de p Kg por cm², el diámetro del pistón d cm, la carrera del pistón h metros y n el número de revoluciones por minuto? — La fuerza motriz F es igual a $p \times \frac{\pi d^2}{4}$; el espacio $s = n \times 2h$; el tiempo $t = 60$; luego $N = \frac{p \times d^2 \pi \times 2hn}{4 \times 60 \times 75}$.

5. Transformaciones del trabajo. El trabajo, $T = P \times s$, depende de dos factores, que pueden variar de valor manteniéndose el producto constante: si el espacio s se hace mayor, la fuerza P debe ser más pequeña; si el espacio se multiplica por n, la fuerza se debe dividir por el mismo número para que no varíe T:

$$T = P \times s = \left[\frac{P}{n}\right] \times \left[s \times n\right].$$

Toda transformación del trabajo consiste en la conversión del producto $P \times s$ en otro del mismo valor pero de factores distintos. Los aparatos que sirven para efectuar transformaciones del trabajo reciben el nombre de máquinas.

Por tanto,

Máquina = Transformador de trabajo.

EJEMPLOS: Las máquinas más sencillas que se conocen son: la *maza* (martinete, mazo, martillo), la *palanca* y el *plano inclinado*. Estudiaremos las dos últimas en los §§ 29 y 33.

La **maza**, mediante su caída, ejerce una presión P mayor que su peso Q. Si cae, por ej. (fig. 80), un peso $Q = 100$ Kg de altura $h = 4$ m sobre una estaca que se introduce en el suelo, en el momento del choque recibirá la estaca un trabajo de $Q \times h = 100 \times 4 = 400$ Kgm. Si es P la fuerza que se opone al avance de la estaca, y s el camino que recorre al recibir el choque, tendremos $T = P \times s = 400$ Kgm. Si $P = 2000$ Kg, será $s = {}^1/_5$ m. El camino recorrido por la estaca será 20 veces menor que el recorrido por la maza, pero la fuerza será 20 veces mayor que el peso. El número 20 recibe el nombre de *reducción*.

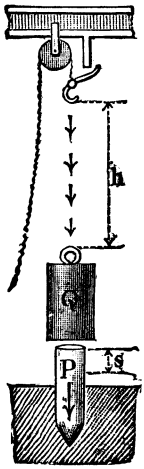


Fig. 80. Maza.

6. Regla de oro de la Mecánica. Las máquinas, o transformadores de trabajo, consideradas haciendo caso omiso del rozamiento que inevitablemente existe entre sus órganos, obedecen a la siguiente ley:

Trabajo motor = Trabajo resistente
o bien:
Lo que se pierde en fuerza se gana en espacio

Esta sencillísima ley es la más importante de la Mecánica, y su empleo simplifica a menudo la resolución de embrollados problemas.

EJEMPLO: Un obrero, por medio de un mecanismo (máquina o sistema de máquinas) más o menos complicado, formado de manubrios, poleas, cremalleras y ruedas denta-

das, levanta una compuerta. Un observador advierte que por cada 10 cm que se levanta la compuerta, el obrero da 8 vueltas a un manubrio de 40 cm de longitud. ¿Qué fuerza debe desplegar el obrero si el peso de la compuerta es de 1000 Kg? — Respuesta:

Camino recorrido:

Por la fuerza P (incógnita) . . $8 \times 80\,\pi = 2000$ cm (aprox.)
Por la fuerza Q (1000 Kg) . . . . . 10 cm
Luego $P \times 2000 = Q \times 10$, de donde $P = 5$ Kg

En realidad, el valor de P será bastante mayor que el calculado de este modo, a causa del trabajo que absorben los rozamientos, como pronto hemos de ver.

7. Si la fuerza actúa oblicuamente al camino (fig. 56), al calcular el trabajo sólo debe entrar en cuenta la componente dinámica W, paralela al camino recorrido.

La componente estática B, normal al camino, no desarrolla trabajo.

Problemas

1. ¿Qué potencia se desarrolla en una grúa, con la cual se eleva en 1 minuto a 7,5 metros de altura un fardo de 1200 Kg? — R.: 2 HP.

2. ¿Qué potencia desarrollan las dinamos de una central eléctrica que alimentan en la ciudad 24 000 lámparas eléctricas de 55 vatios? — R.: unos 1793 caballos.

§ 26. Energía de movimiento

1. Se denomina **energía actual** (o energía de movimiento, o fuerza viva) la capacidad de desarrollar trabajo que tienen los cuerpos en movimiento.

Todo cuerpo en movimiento puede desarrollar trabajo. Así, las **corrientes de aire** empujan los barcos de vela, transportan los globos y las nubes y ponen en acción los molinos de viento; los ciclones levantan mangas de agua y de arena, y los huracanes derriban los edificios y tronchan los árboles. El **agua en movimiento** impele los buques y

las balsas y mueve las ruedas hidráulicas y las turbinas; y conocidos son los efectos de las mareas, de las inundaciones y de los aguaceros. Las **rocas que se desprenden** de los montes arrasan árboles y cabañas. Un tren en marcha derriba los obstáculos que encuentra por delante.

2. Cuando un cuerpo en movimiento desarrolla trabajo, su velocidad disminuye. El cuerpo, en virtud de la inercia, conservaría constante su velocidad; pero el trabajo que desarrolla al vencer un obstáculo, determina la disminución de aquélla.

EJEMPLO: Una rueda de molino se mueve con más rapidez cuando marcha *de vacío* que cuando verifica trabajo. Las balas de cañón pierden velocidad cuando atraviesan una pared. Un cuerpo lanzado hacia arriba sube con velocidad decreciente (movimiento uniformemente retardado), porque debe vencer la atracción terrestre y, por lo tanto, desarrollar el trabajo de subida.

3. El cálculo del trabajo desarrollado por un cuerpo cuya velocidad pasa del valor V al v, se comprenderá mediante el siguiente ejemplo: supongamos que una bala lanzada con la velocidad V atraviesa una pared que le opone una fuerza P; el espesor de la pared es s y la velocidad del cuerpo después del paso es v. El trabajo que el cuerpo debe verificar en ese paso, puede ser expresado **de dos maneras:**

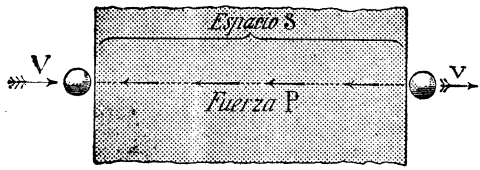


Fig. 81. — La velocidad de la bala disminuye.

1.ª Como fuerza × espacio, según la fórmula $T = P \times s$.

2.ª Fundándose en las fórmulas del movimiento. Es evidente que el movimiento del cuerpo, a su paso por la pared, no podrá ser otro que el uniformemente retardado que obedezca a estas fórmulas:

I) $M \times a = P$; II) $v = V - at$;

(masa × aceleración = fuerza; velocidad final = velocidad inicial — aceleración × tiempo).

$$\text{III)} \quad s = t \times \left(\frac{V + v}{2}\right)$$

(véanse §§ 16-4 y 17-3).

Substituyendo los valores de P y s (deducidos respectivamente de I y III) en la fórmula del trabajo $T = P \times s$, tendremos:

$$\text{trabajo } P \times s = M\,a \times {}^1/_2\,t\,(V + v);$$

y como de la fórmula II se deduce $at = V - v$,

$$P\,s = {}^1/_2\,M\,(V+v)\,(V-v) = {}^1/_2\,M\,(V^2-v^2) = {}^1/_2\,M\,V^2 - {}^1/_2\,M\,v^2$$

El producto ${}^1/_2\,MV^2$ recibe el nombre de **energía actual** de la masa que se mueve. De aquí que el resultado anterior pueda ser expresado de esta manera:

La disminución de energía actual da directamente el valor del trabajo desarrollado.

$$\underbrace{Ps}_{\text{trabajo}} = \underbrace{{}^1/_2\,MV^2 - {}^1/_2\,Mv^2}_{\text{pérdida de energía actual}}$$

4. Aumento de la energía actual. Los obreros que empujan un vagón de ferrocarril desarrollan un trabajo $P \times s$, que determina un aumento en la velocidad. Si imaginamos que en el caso de la figura 81 la fuerza P cambia de sentido, obrando en el mismo en que se mueve la bala, un razonamiento matemático análogo al anterior nos conducirá a la siguiente ley:

El aumento de energía actual es igual al trabajo que ha sido aplicado al cuerpo.

Adviértase que en esta importantísima ley no se habla para nada del espesor de la pared atravesada, ni del valor de la resistencia opuesta al paso (o fuerza favorable al mismo), ni del tiempo empleado en efectuarlo.

No requiere más conocimiento que el de las energías actuales inicial y final, para que se pueda determinar el trabajo efectuado o recibido por el cuerpo (siendo indiferente que entre los dos momentos considerados hayan transcurrido pocos segundos o millares de años).

EJEMPLO: Una bala de cañón de 20 Kg experimenta, al atravesar el aire, una disminución de velocidad, pasando ésta de $V = 500$ m a $v = 400$ m por seg. ¿Cuánto trabajo ha absorbido la resistencia del aire?—La masa de la bala, en unidades técnicas, es: $20 : 9{,}81 = 2$ aproximadamente.

a) la fuerza viva inicial será $^1/_2\, MV^2 = {}^1/_2 \times 2 \times 500^2 = 250\,000$ Kgm.
b) la fuerza viva final será $^1/_2\, Mv^2 = {}^1/_2 \times 2 \times 400^2 = 160\,000$ Kgm.

La diferencia = 90 000 Kgm da el valor pedido.

Los 160 000 Kgm expresan el trabajo que la bala puede todavía desarrollar en el choque.

5. Valor total del trabajo que un cuerpo, dotado de la velocidad V, puede desarrollar. Un cuerpo en movimiento puede perder *toda* su energía actual ($^1/_2\, MV^2$); luego éste es el valor total del trabajo que por la pérdida de la velocidad puede desarrollar.

EJEMPLO: Una bala de cañón de 12 Kg da contra el suelo con la velocidad $V = 600$ m por seg. El trabajo desarrollado en el choque se obtendrá así:

$$M = \frac{12}{9{,}81} = 1{,}223$$ unidades técnicas de masa; $V = 600$ m: luego $T = {}^1/_2\, MV^2 = 220140$ Kgm.

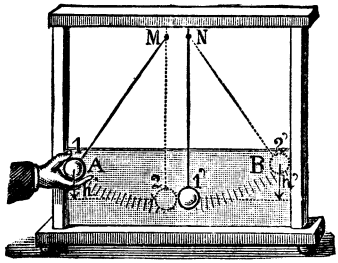


Fig. 82. — Choque de dos esferas.

6. La energía actual que en un punto determinado de su carrera **posee un cuerpo que cae** es igual al trabajo que sería necesario aplicarle para elevarlo desde el punto considerado a la altura de donde procede, es decir, a $P \times h$.

Por lo tanto,

Energía actual $= \frac{1}{2} Mv^2 = P \times h =$ **Peso** $\times$ **altura**

EXPERIMENTO: **Dos esferas de marfil** de igual tamaño, *A* y *B*, cuelgan de dos hilos verticales, y en la posición de equilibrio están en contacto. Déjase caer *A* de la altura *h* (figura 82), y en el momento en que choca con *B*, se para y comunica a ésta toda la energía actual, con lo cual la *B* asciende a una altura *h'* igual a la *h* de que *A* cayó.

EXPERIMENTO DEL PÉNDULO DE GALILEO: El hilo del péndulo *A* es detenido en *B* por una varilla horizontal (figura 83); a pesar de ello, la esfera sube a la altura $h' = h$.

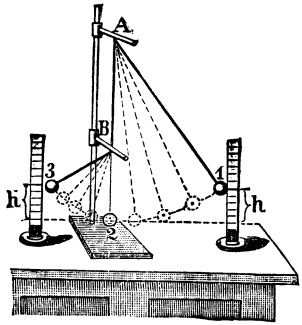


Fig. 83. — Experimento de Galileo.

El **trabajo que una maza** puede desarrollar es igual al trabajo que hay que comunicarle para elevarla al punto de donde se la deja caer (§ 25-5).

Problemas

1. ¿Qué energía (capacidad para desarrollar trabajo) poseen:

a) **Un vagón de tren de viajeros**, de 7000 Kg de peso, cuando marcha a la velocidad normal? (Véase la tabla de velocidades.) — R.: 17 482 Kgm.

b) **Un río** de 5 m² de sección, si la corriente de agua va con una velocidad de 1 m por segundo? (Nótese que cada segundo pasan 5 m³ de agua = 5000 Kg.) — R.: 255 Kgm por segundo.

c) **Una persona** cuyo peso es de 75 Kg, si tropieza al andar? (Véase la tabla de velocidades.) — R.: 7,5 Kgm.

d) **El viento** de 10 m de velocidad, al actuar sobre una vela de superficie igual a 20 m²? (Cada segundo llegan a la superficie de la vela $10 \times 20 = 200$ m³ de aire, o sea $200 \times 1{,}293 = 260$ Kg próximamente.) — R.: 1325 Kgm por segundo.

2. ¿Qué trabajo se consumirá:

a) para conseguir, mediante los frenos, que la velocidad de **un vagón** de 7000 Kg pase de 7 m por seg. a 2 m por segundo? — R.: 16 055 Kgm.

b) en la caída de 5000 Kg de **agua de lluvia,** la cual, si cayera en el vacío, llegaría teóricamente al suelo con una velocidad de 141 m por seg. y en cambio, cayendo en el seno del aire, llega sólo con la de 1 m por seg.?—R.: unos 5 000 000 Kgm.

3. ¿Qué trabajo desarrolla el **viento** sobre **la vela,** en el caso del problema **1,** *d,* cuando la nave corre con una velocidad de 6 m por seg. en el sentido del viento? (Ahora la velocidad eficaz es la relativa = 10 — 6 = 4 m por seg.? — R.: unos 212 Kgm.

§ 27. Momento de inercia

1. Se puede calcular **la energía actual de un volante,** calculando separadamente la energía actual de cada una de sus partículas y sumando los valores encontrados (fig. 84):

Partículas:	M_1	M_2	M_3
Distancias:	r_1	r_2	r_3
Velocidades:	$r_1\,\omega$	$r_2\,\omega$	$r_3\,\omega$

Energías actuales: $\frac{1}{2} M_1 r_1^2 \omega^2$, $\frac{1}{2} M_2 r_2^2 \omega^2$, $\frac{1}{2} M_3 r_3^2 \omega^2$

(designando ω la velocidad angular, o sea la velocidad de los puntos E situados a la unidad de distancia del eje). Por consiguiente, la energía cinética total valdrá:

$$\tfrac{1}{2}\,(M_1 r_1^2 + M_2 r_2^2 + M_3 r_3^2 + \ldots)\,\omega^2 = \tfrac{1}{2}\,I\,\omega^2,$$

siendo:

$$I = M_1 r_1^2 + M_2 r_2^2 + M_3 r_3^2 + \ldots$$

Se obtiene el factor I multiplicando la masa de cada partícula por el cuadrado de su distancia al eje y sumando los productos obtenidos. Esto se puede expresar algébricamente de una manera abreviada, antepo-

niendo el signo Σ (léase *suma de*) a uno de los sumandos:

$$I = \Sigma M r^2$$

Este factor I recibe el nombre de **momento de inercia** del volante, o del cuerpo que se considere.

2. Numéricamente considerado, **el momento de inercia** equivale a una masa que, colocada a la unidad de distancia del eje poseería la misma energía actual que el volante entero.

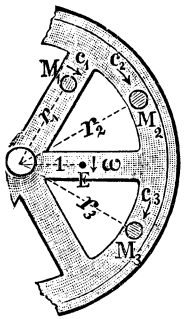


Fig. 84. — Energía cinética de un volante.

Imaginemos un volante sin peso y que contenga a la unidad de distancia del eje una masa igual a I; esta masa se moverá con la velocidad ω y su energía actual será $^1/_2 I \omega^2$, es decir, igual a la del volante real antes considerado.

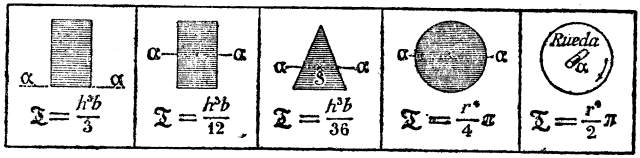


Fig. 85. — Momentos de inercia.

3. Momentos de inercia de algunas superficies. A veces conviene considerar el momento de inercia de una superficie (lámina de espesor uniforme) que gira alrededor de determinado eje. En la figura 85 damos algunos valores referentes a los casos más sencillos.

4. La masa colocada a la distancia 1, cuya energía actual es igual a la de la masa total, equivale, como hemos dicho, al momento de inercia. A la distancia ρ la masa equivalente valdrá $\frac{I}{\rho^2}$, puesto que a la distancia ρ esta masa girará con la velocidad $\rho\omega$, y su energía

actual será $\frac{1}{2}\frac{I}{\rho^2} \times \rho^2 \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$, es decir, la misma del volante.

EJEMPLO: La garganta de una polea de 5 cm de radio y de momento de inercia $I = 200$ lleva arrollado un hilo de cuyo extremo pende un peso $P = 20$ g. ¿Cuál es la aceleración del movimiento de caída?

La masa que se ha de mover es $P + \frac{I}{\rho^2} = 28$ g.

La fuerza motriz vale . . . . . 20 g.

Luego la aceleración $a = \frac{9{,}81 \times 20}{28} = 7$ m.

5. La determinación práctica de momentos de inercia se funda en la observación de las oscilaciones de los cuerpos suspendidos (§ 41-8).

§ 28. El rozamiento

1. Recibe el nombre de **rozamiento** la resistencia que oponen los cuerpos en contacto a que uno resbale sobre otro; esa resistencia es debida a que las asperezas de las superficies rozantes se compenetran.

Si aplicamos uno contra otro dos cepillos de modo que sus cerdas encajen; si juntamos dos peines de manera que las púas de uno se intercalen en las del otro, tendremos una imagen exagerada de lo que en pequeña escala sucede en el contacto de dos superficies mal pulimentadas.

Por el rozamiento se adhiere un hilo a nuestros vestidos, el polvo al papel, el clavo a la pared, el tapón de corcho al cuello del frasco.

2. Para vencer el rozamiento es precisa la acción de una fuerza. Arránquese un clavo de la pared; sáquese el tapón de un frasco. Para ello, las asperezas que se oponen al movimiento deberán ser dobladas o rotas.— El pulimento y el engrase disminuyen el rozamiento.

3. La magnitud del rozamiento de un cuerpo con una superficie horizontal se determina sometiendo el cuerpo a una tracción (fuerza) horizontal que aumente gradualmente hasta que el cuerpo empiece a resbalar (Coulomb, 1781). Así se ha deducido la siguiente ley:

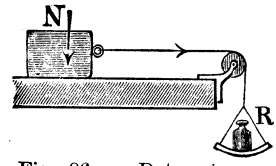


Fig. 86. — Determinación del rozamiento.

a) *El rozamiento crece con la presión que uno de los cuerpos ejerce sobre el otro.*

Si designamos por N la presión y por R la fuerza necesaria para iniciar el resbalamiento, tendremos:

Rozamiento $R = f \times N =$ *coeficiente* por **presión normal**

en esta fórmula, f representa un quebrado propio llamado *coeficiente de rozamiento*, y por consiguiente, se puede decir que f representa la fracción de presión normal que es preciso aplicar horizontalmente al cuerpo para vencer el rozamiento.

De la expresión anterior se deduce: $f = \frac{R}{N}$, y esta fórmula se puede utilizar para calcular el valor de f una vez determinados experimentalmente los de R y N.

EJEMPLO: **En un trineo** de 50 Kg de peso viajan dos personas de 75 Kg de peso cada una. ¿Qué esfuerzo es necesario para que el trineo resbale en una superficie horizontal de hielo ($f = 0{,}01$)? = Respuesta:

$N = 50 + 2 \times 75 = 200$ Kg.

$R = 0{,}01 \times 200 = 2$ Kg.

EJEMPLO: Un caballo que ejerce una tracción de 50 Kg basta para arrastrar **un coche de tranvía,** de 1000 kilogramos de peso, que lleva 20 viajeros (de 75 Kg). ¿Cuál es el valor del coeficiente de rozamiento? — Respuesta:

$N = 1000 + 20 \times 75 = 2500$ Kg

$f = \frac{R}{N} = \frac{50}{2500} = 0{,}02.$

b) *El rozamiento es independiente de la extensión de las superficies rozantes.*

Al aumentar esas superficies, crece, en efecto, el número de partículas en contacto, pero la presión queda, por lo mismo, repartida entre mayor número de puntos.

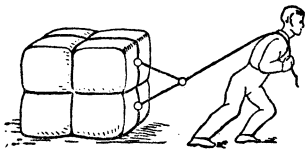


Fig. 87.—Rozamiento por desliz.

c) *El rozamiento, en cambio, depende de la naturaleza de las superficies rozantes y del sistema de lubricación empleado.*

d) *El rozamiento para el* **reposo** *es mayor que para el* **movimiento.**

Se necesita menor fuerza para mantener un cuerpo en movimiento que para iniciar la marcha; o en otras palabras: *el coeficiente de rozamiento es mayor en el momento de partida que durante el movimiento.*

4. Podemos distinguir dos clases de rozamientos:

a) *El rozamiento opuesto al resbalamiento*, que se origina cuando un cuerpo se arrastra sobre otro.

EJEMPLOS: Los trineos y patines. El libro que se corre sobre la mesa. El cajón que se abre o cierra. El tapón de corcho que se saca del cuello del frasco.

Coeficientes de rozamiento (por resbalamiento)

Cuerpos frotantes	Estado de las superficies	Reposo	Movimiento
Metal sobre metal	sin engrasar	$f = 0{,}18$	$f = 0{,}17$
	engrasadas	0,12	0,07
Correas de cuero sobre madera	secas	$f = 0{,}47$	$f = 0{,}27$
Correas de cuero sobre hierro	secas	$f = 0{,}28$	$f = 0{,}56$
Cuero de los pistones	engrasadas	$f = 0{,}12$	$f = 0{,}23$
Madera sobre madera	secas	$f = 0{,}50$	$f = 0{,}36$
	lubricadas	0,44	0,16

b) *El rozamiento opuesto a la rodadura*, que entra en acción cuando la carga se mueve sobre rodillos o sobre ruedas. Las ventajas de este rozamiento, menor que el de resbalamiento, se aprovechan en los carruajes.

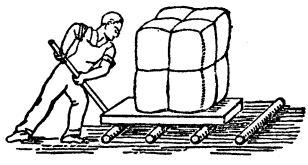


Fig. 88. — Rodadura.

Entre hierro y hierro el coeficiente de resistencia a la rodadura vale 0,02; para el tránsito rodado en las calles se toma $\frac{1}{15}$; para los tranvías $\frac{1}{100}$.

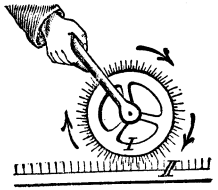


Fig. 89. — Símil de la resistencia a la rodadura.

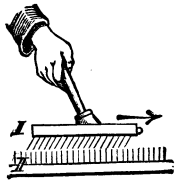


Fig. 90. — Símil de la resistencia al resbalamiento.

Que entre ambas clases de rozamiento debe existir considerable diferencia, lo evidencia esta comparación: si se consideran los cuerpos como cepillos puestos en contacto por el lado de las cerdas, en el resbalamiento *todas* las cerdas de uno se oponen al movimiento de *todas* las cerdas del otro (fig. 90), mientras que en la rodadura la oposición se verifica tan sólo entre *algunas* cerdas (fig. 89).

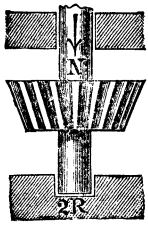


Fig. 91.
Eje vertical.

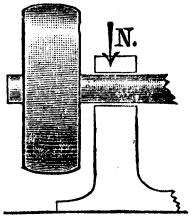


Fig. 92.
Eje horizontal.

5. Rozamiento de los ejes. La fuerza que, a la unidad de distancia del eje, se ha de aplicar a una rueda para ponerla en movimiento, se llama momento de rotación. Cuando esa fuerza tiene

el valor estrictamente necesario para vencer el rozamiento que existe entre el eje y sus soportes, recibe el nombre de momento de rozamiento. Su valor es:

a) **para ejes verticales:**

$$M = \frac{1}{2} f \times N \times R,$$

siendo f el coeficiente de rozamiento (en movimiento), N la presión contra el suelo y R el radio del árbol.

b) **para ejes horizontales**

$$M = \frac{4}{\pi} f \times N \times R,$$

siendo f el coeficiente de rozamiento (en movimiento), N la presión contra el soporte y R el radio del árbol.

El valor $f_1 = \frac{4}{\pi} f = 1{,}27\, f$ se denomina coeficiente de rozamiento de los ejes. Para árboles de acero bien torneados $f_1 = 0{,}003$ a $0{,}03$. Para árboles mal engrasados $f_1 = 0{,}08$ a $0{,}10$. Cuando la velocidad tangencial aumenta de 0,5 a 2 m por seg., f crece hasta adquirir un valor doble.

6. Inconvenientes del rozamiento. El trabajo que en las máquinas se consume para vencer el rozamiento, es trabajo perdido, que escapa a la transformación deseada y recibe el nombre de trabajo de rozamiento; en su mayor parte es convertido en calor (calentamiento de los cojinetes).

Si se representa por N_i el número de caballos de vapor desarrollados (indicados) en una máquina, y por N_u el número de caballos utilizados, el cociente

$$\eta = \frac{N_u}{N_i}$$

será un quebrado propio (igual, p. ej., a $^{96}/_{100}$), que representará el **rendimiento** de la máquina; $N_i - N_u$ será el valor del trabajo perdido (§ 36).

EJEMPLO. Una **máquina de vapor** de 10 caballos acciona una **dinamo** que produce a su vez 7000 vatios. ¿Cuál es el valor del rendimiento? — R.: $N_i = 10 \times 736 = 7360$ vatios; $N_u = 7000$ vatios; $\eta = \frac{7000}{7360} = 0{,}95 = 95\,\%$. El trabajo perdido en la transformación asciende a 5 %.

7. Ventajas del rozamiento. Sin rozamiento sería imposible andar y mantenerse con seguridad en pie; por eso es difícil andar sobre el hielo. Gracias al rozamiento podemos transformar el trabajo por medio de las transmisiones. Los clavos se mantienen clavados en la pared merced al rozamiento.

8. El rozamiento del freno de cinta permite determinar el número de caballos utilizados en una máquina.

En la figura 93 se representa el volante de una máquina de vapor acoplada a una dinamo. Cuando ésta funciona, el volante da un número n de revoluciones por minuto, que se anotará. Desacoplada la dinamo, el volante se acelerará. Mediante una cinta de cáñamo fijada en un extremo y con un dinamómetro intercalado, procuraremos, cargando más o menos el platillo suspendido del otro extremo, que el número de revoluciones se reduzca de nuevo a n. Si entonces señala el dinamómetro 110 Kg, p. ej., y el platillo está cargado con 10 Kg, la diferencia $110 - 10 = 100$ dará el valor Q del rozamiento. Dando n vueltas por minuto, la llanta del volante describe un camino igual a $2\,\pi\,R \times n$, y el trabajo absorbido por el rozamiento por segundo será:

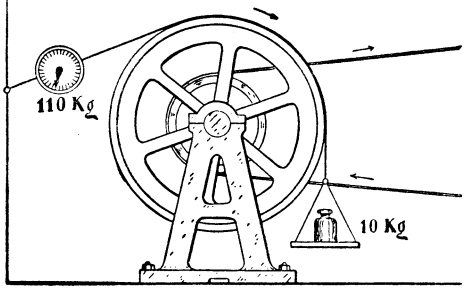


Fig. 93. — Freno de cinta.

$$N_u = \frac{2\,\pi\,R \times n \times Q}{60 \times 75}\ \text{HP}.$$

Si, p. ej., $n = 40$, $R = 1{,}2$ m y $Q = 100$ Kg, será $N_u = 6{,}7$ HP.

Problemas

1. Determínese el **coeficiente de rozamiento** en los siguientes casos:

a) un caballo arrastra **una carreta** que pesa 1300 Kg, y un dinamómetro situado entre la carreta y el caballo indica 26 Kg. — R.: $f = 0{,}02 = 2\,\%$.

b) para arrastrar sobre una mesa horizontal **un objeto** que pesa 1 Kg, ha sido preciso un esfuerzo de 220 g. — R.: $f = 0{,}22$.

2. ¿Qué **fuerza** es necesaria:

a) para arrancar **un coche de tranvía** de 2000 Kg (en el que viajan 30 personas de 75 Kg) sobre los carriles ($f = 0{,}01$)? — Respuesta: $P = 42{,}5$ Kg.

b) para el arrastre de **un vagón de ferrocarril** de 4 toneladas ($f = 0{,}01$)? — R.: $P = 40$ Kg.

3. ¿Cuánto vale el rozamiento **en los cojinetes** de un árbol horizontal de 2 cm de radio, que debe sostener un peso de 100 Kg, si el coeficiente f_1 vale 0,03? — R.: Un momento de 0,06 Kg/m vencerá el rozamiento.

4. Explíquese por qué es tan pequeño el rozamiento de un eje de acero terminado en punta, apoyada verticalmente sobre un **plano de ágata.** — R.: r es muy pequeño.

5. Por aplicación de un **freno de cinta** a una polea de transmisión, de 2 m de radio, que daba $n = 50$ revoluciones por minuto, se han obtenido los siguientes datos: indicación del dinamómetro, 110 Kg; carga del platillo, 10 Kg. ¿Cuántos caballos útiles desarrolla el motor?—R.: $N_u = 13{,}96$ HP.

6. Resolver el mismo **problema anterior** cuando el número de revoluciones es de 90 por minuto, el radio de la polea 1,2 m, la indicación del dinamómetro 80 Kg y la carga del platillo 5 Kg. — R.: $N_u = 11{,}3$ HP.

7. ¿Por qué **las locomotoras** destinadas a los trenes de mercancías son las más pesadas?

8. ¿Por qué en las regiones heladas se emplean **trineos,** a pesar de ser la resistencia al resbalamiento mayor que la opuesta a la rodadura? — (Porque el rozamiento en los ejes sería algo mayor que el rozamiento en la periferia de las ruedas, y éstas patinarían.)

CAPÍTULO VII

LAS MÁQUINAS SIMPLES

§ 29. La palanca

1. La palanca, empleada para levantar grandes pesos, consiste en una barra rígida que puede girar alrededor de un eje (punto de apoyo).

En el caso más sencillo que se puede presentar, actúan sobre la palanca dos fuerzas: **potencia** o **esfuerzo** y **resistencia** o **carga.** Las distancias de estas fuerzas al punto de apoyo reciben el nombre de brazos de palanca.

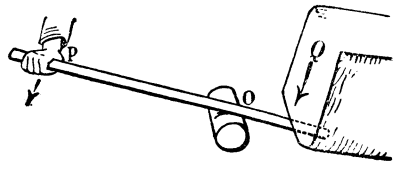


Fig. 94. — Alzaprima.

a) **El alzaprima** (figura 94) ¿es una palanca? ¿Dónde está la potencia, y dónde la resistencia? ¿Cuál es el brazo de la potencia, y cuál el de la resistencia?

b) Cuando se hace caso omiso del peso de la barra que constituye la palanca, se dice que ésta es una **palanca matemática;** en caso contrario se llama **palanca física.** Si la palanca está sostenida por su centro de gravedad, su peso no puede ejercer acción alguna en favor del esfuerzo ni de la carga.

2. Clases de palanca. Cuando los dos brazos de palanca están en línea recta, la palanca se denomina recta; en caso contrario, recibe el nombre de angular. Son palancas angulares las escuadritas de hierro (torniquetes) intercaladas en los cordones de las campanillas, y las palancas de algunas balanzas (fig. 113).

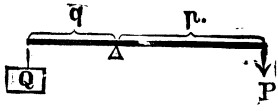


Fig. 95. — Palanca de dos brazos.

a) Recibe el nombre de palanca **de dos brazos** la que presenta el punto de apoyo comprendido entre los puntos de aplicación de las dos fuerzas.

EJEMPLOS: Balanzas, tenazas, tijeras.

b) Se denomina palanca **de un solo brazo** la que presenta ambos puntos de aplicación a un mismo lado del punto de apoyo.

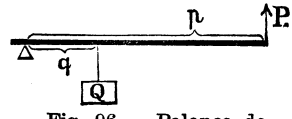


Fig. 96. — Palanca de un brazo.

EJEMPLOS: Carretilla, remo, pinzas.

OBSERVACIÓN: La palanca de dos brazos se llama también de *primer género*. La de un brazo que presenta el punto de aplicación de la resistencia entre el punto de apoyo y la potencia se llama de *segundo género;* y constituyen el *tercer género* las que presentan el punto de aplicación de la potencia entre el apoyo y la resistencia.

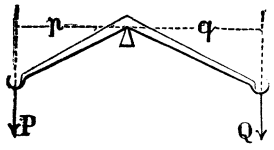


Fig. 97. — Palanca angular.

3. Experimentalmente (figura 98) se pueden establecer las siguientes **leyes,** descubiertas por Arquímedes 212 años antes de Jesucristo.

a) **Las dos fuerzas** P (potencia) y Q (resistencia) que actúan sobre una palanca con los brazos p y q, respectivamente, están en equilibrio cuando:

$$\text{I} \quad \boxed{P : Q = q : p}$$

es decir: *la potencia es a la resistencia, como el brazo de la resistencia es al de la potencia.* La igualdad anterior puede escribirse de esa manera:

$$\text{II} \quad \boxed{P \times p = Q \times q}$$

es decir: la palanca está en equilibrio cuando el *producto del esfuerzo por su brazo es igual al producto de la carga por su brazo.*

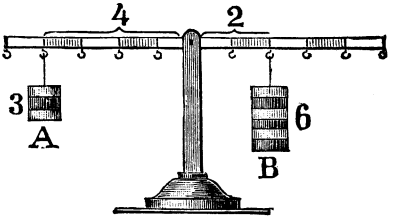


Fig. 98. — Comprobación de la ley de la palanca.

El producto de una fuerza por su brazo de palanca, recibe el nombre de momento estático o de rotación, o simplemente **momento** de la fuerza.

Momento = Fuerza × brazo de palanca.

y, por lo tanto, la igualdad II puede expresarse así:

La palanca está en equilibrio cuando el momento de la potencia es igual al momento de la resistencia.

α) En la figura 98, la fuerza 3 con brazo de palanca 4 equilibra la carga 6 con brazo de palanca 2, porque $3 \times 4 = 2 \times 6$. — Ensáyense con el mismo aparato otras fuerzas y otros brazos para comprobar que siempre a mayor brazo corresponde menor fuerza.

β) Obsérvese que en el estudio de la palanca no se debe atender a la magnitud de las fuerzas, sino a la de sus momentos. Por esto pudo decir Arquímedes: «Dadme en el Universo un punto de apoyo suficientemente resistente y separaré la Tierra de sus goznes.» Con lo cual quería indicar que prolongando suficientemente el brazo de la palanca

podía disminuir en igual proporción la correspondiente fuerza. De las igualdades

$$P \times p = \frac{P}{n} \times np = Pp \times 1$$

fuerza brazo fuerza brazo fuerza brazo

se deduce que sólo se necesita emplear la *enésima* parte de la fuerza cuando se hace uso de un brazo de palanca n veces mayor; y que *el momento de una fuerza tiene por valor el de la fuerza que aplicada a un brazo de palanca igual a 1 produce el mismo efecto que la dada, actuando ésta en el extremo del correspondiente brazo.*

γ) Aunque de ordinario se emplean brazos de potencia mayores que los de resistencia con objeto de favorecer el esfuerzo (palancas de presión), no dejan de usarse brazos de potencia cortos y de resistencia largos, con objeto de obtener velocidades mayores que las de la potencia (palancas de velocidad). Compárense las tijeras de cortar planchas metálicas con las de cortar papel, y obsérvese su diferente construcción y manera de actuar.

b) Una palanca, sobre la que actúen **varias fuerzas,** estará en equilibrio cuando la suma de los momentos de las fuerzas que tienden a hacerla girar hacia la derecha, sea igual a la suma de los momentos de las que tiendan a hacerla girar hacia la izquierda. Así, en la figura 99, tendremos como condición de equilibrio:

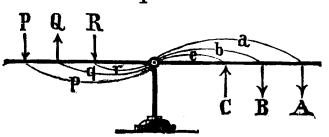


Fig. 99.— Varias fuerzas obrando sobre una palanca.

$$Qq + Bb + Aa = Pp + Rr + Cc$$

DEMOSTRACIÓN: En lugar de P en el extremo del brazo p, se puede aplicar la fuerza Pp en el extremo del brazo 1: del mismo modo Q puede ser reemplazada por Qq, y R por Rr, etcétera. Y las fuerzas Pp, Qq, Rr, etc., aplicadas todas a la distancia 1 del punto de apoyo, deben evidentemente equilibrarse entre sí.

TRANSFORMACIÓN DE LA FÓRMULA ANTERIOR. Si a las

fuerzas que tienden a hacer girar la palanca en opuestos sentidos se les aplica signos contrarios, podremos escribir:

$$P \times p + R \times r + C \times c - Q \times q - B \times b - A \times a = 0;$$

o simbólicamente:

$$\Sigma (P \times p) = 0;$$

en esta igualdad el signo Σ indica una suma de términos semejantes al $P \times p$. Por consiguiente, la palanca está en equilibrio cuando la suma algébrica de los momentos es igual a cero.

EJEMPLO: ¿Por qué está en equilibrio la palanca representada en la figura 100?

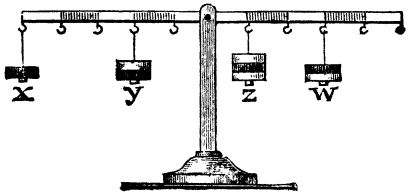


Fig. 100. — Comprobación de la ley de la palanca.

4. Esas leyes son aplicables tanto a las palancas rectilíneas como a las angulares. Pero se debe observar que en todo caso se han de tomar por brazos de palanca las mínimas distancias del punto de apoyo a las direcciones de las fuerzas.

Brazo de palanca es la **perpendicular** trazada desde el punto de apoyo a la dirección de la fuerza.

DEMOSTRACIÓN: Si la fuerza R actúa en una dirección oblicua con respecto a la de la palanca (fig. 101), podremos suponerla descompuesta en dos fuerzas:

$$P = R \cos \alpha; \; Z = R \operatorname{sen} \alpha.$$

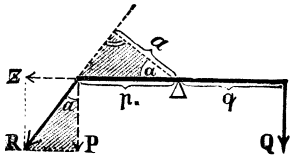


Fig. 101. — El brazo de palanca de R es a.

La acción de Z es nula por efectuarse en la dirección de la palanca y, por lo tanto, sólo P debe tenerse en cuenta; **la condición de equilibrio será:**

$$P\,p = Q\,q;$$

pero como $p = \frac{a}{\cos \alpha}$, tendremos:

$$\frac{P\,a}{\cos \alpha} = Q\,q$$

o bien, puesto que $\frac{P}{\cos \alpha} = R$,

$$R \times a = Q \times q;$$

es decir, la distancia a debe ser considerada como brazo de palanca de la fuerza R.

5. Cuando se trata de una palanca real **(de una palanca física)** cuyo peso no sea despreciable y cuyo centro de gravedad no coincida con el punto de apoyo, se tendrá en cuenta su peso suponiéndolo aplicado al centro de gravedad.

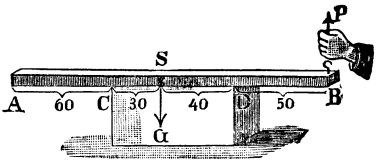


Fig. 102. — Fuerza necesaria para levantar una barra.

EJEMPLO: Una barra de hierro AB, de 8 Kg de peso y 180 cm de longitud, está apoyada en una caja CD de 70 cm de anchura, de manera que el extremo A sobresale 60 cm del punto C (fig. 102). ¿Cuál será el esfuerzo que se deberá aplicar en el punto B para levantar la barra? Siendo levantada por B, la barra girará alrededor del punto C: tendremos, por consiguiente, una palanca de segundo género. Aplicando la ley: momento de la fuerza P = momento del peso G de la barra (aplicado al centro de gravedad S), obtendremos: $P \times 120 = 8 \times 30$; de donde resulta $P = 2$ Kg.

6. La presión que una viga cargada ejerce **sobre sus soportes** se determina fácilmente por medio de las leyes de la palanca.

EJEMPLO: Sea AB una viga de 10 m de longitud y 200 Kg de peso, sostenida por A y por B. A una distancia de A igual a 3 m sostiene un peso $P = 120$ Kg, y a una distancia de B igual a 4 m, otro peso $Q = 280$ Kg. Las presiones sobre los soportes en A y B se determinarán así:

I. **La presión en A se podría determinar experimental-**

mente atando en este punto una soga a la viga, intercalando en la soga un dinamómetro y tirando de ella hasta levantar la viga. Pero entonces tendríamos una palanca cuyo punto de apoyo estaría en B y cuya condición de equi-

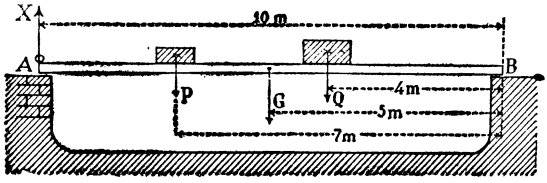


Fig. 103. — Presión de una viga sobre sus soportes.

librio sería (llamando x a la fuerza que para levantar la palanca es necesario aplicar al punto A):

$$x \times 10 = P \times 7 + G \times 5 + Q \times 4$$
$$= 120 \times 7 + 200 \times 5 + 280 \times 4$$
$$= 2960;$$

luego: $x = 296$ Kg.

II. Tratemos ahora de levantar la viga aplicando a B una fuerza y; el punto de apoyo de la palanca estará en A, los brazos de palanca tendrán que contarse a partir de ese punto y la condición de equilibrio será:

$$y \times 10 = P \times 3 + G \times 5 + Q \times 6$$
$$= 120 \times 3 + 200 \times 5 + 280 \times 6$$
$$= 3040;$$

luego: $y = 304$ Kg.

Comprobación:

$$x \uparrow + y \uparrow = P \downarrow + Q \downarrow + G \downarrow = 600 \text{ Kg.}$$

7. Una válvula de seguridad de la forma representada en la figura 104, es una palanca de un solo brazo.

Ejemplo: Supongamos que la válvula deba abrirse cuando la presión en el interior de la caldera llegue a 6 atmósferas (o sea 6 Kg por cm²). Peso de la palanca $G =$ $= 0{,}5$ Kg. Distancia del centro de gravedad S al punto de apoyo $O = 4$ cm. Superficie de la válvula $= 2$ cm². Distan-

cia del punto medio M de esa superficie al punto de apoyo $O = 3$ cm. ¿A qué distancia deberá ser colocado el pilón $L = 2$ Kg?

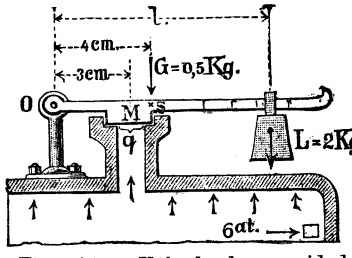


Fig. 104. — Válvula de seguridad.

$L \times l + G \times 4 = P \times 3$; y como la presión ejercida por el vapor es $P = 2 \times 6 = 12$ Kg, resultará $L \times l = 34$; luego $l = 17$ cm.

8. El freno de Prony sirve para la determinación de la potencia útil de las máquinas (§ 28-6-8).

Sobre un volante o tambor A movido por la máquina se aplican dos piezas de madera que ejerzan sobre él una presión tal (graduable mediante los tornillos) que al girar el tambor rozando con ellas, efectúe el número de revoluciones n normal. A las piezas de madera está fijada una palanca de longitud l cuyo extremo lleva suspendido un peso Q suficiente para impedir que el freno sea arrastrado por la rotación del tambor. Si designamos por R el rozamiento que actúa en la periferia del tambor de radio r, el momento del rozamiento será Rr y la condición de equilibrio será $Rr = Q \times l$, y por consiguiente $R = Q \dfrac{l}{r}$. Si la velocidad tangencial del tambor es c, la potencia de la máquina en caballos será:

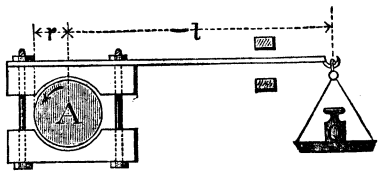


Fig. 105. — Freno de Prony.

$$Nu = R \times c = \frac{Q\,l}{r} \times \frac{n \times 2\,\pi r}{60 \times 75} = \frac{Q \times l \times n \times \pi}{2250} \text{ caballos.}$$

Problemas

1. La tabla $A\ B$ de una mesa tiene 1,20 m de longitud. La distancia entre los pies es de 90 cm. El peso del conjunto es de 14 Kg. ¿Qué fuerza se debe aplicar en B para levantar la mesa? — R.: 6 Kg.

2. Una fuerza horizontal que actúa sobre el respaldo de una **silla** la inclina. ¿Qué clase de palanca entra en juego y en qué puntos están aplicadas las fuerzas obrantes?

3. Un **coche de tranvía** pesa 1,4 toneladas y tiene una longitud $AB = 5$ m. La distancia entre los ejes de los dos pares de ruedas es $A'B' = 1{,}6$ m. ¿Podrán levantar el coche dos hombres aplicando su fuerza al punto B si cada uno es capaz de efectuar un esfuerzo de 175 Kg?—R.: Sí.

4. Por medio de una barra de 3 m de longitud, llevan **dos obreros** una carga de 100 Kg suspendida a 1,8 m del obrero de delante. ¿Cuál es la carga correspondiente a cada obrero? — R.: 40 y 60 Kg (no teniendo en cuenta el peso de la barra).

5. Un **árbol** AB de 2 m de longitud lleva dos poleas X e Y que pesan respectivamente 120 y 160 Kg y están situadas a las distancias: $AX = 60$ cm, $BY = 90$ cm. ¿Qué presión ejercen esas poleas sobre los apoyos del árbol? — R.: 156 y 124 Kg.

6. Una **viga** $A\ B$ de 10 m de longitud y 16 × 24 cm de sección (peso específico = 0,5) descansa por sus extremos sobre otras dos transversales, y está cargada, a 3 m de distancia del punto A, por un carro de 600 Kg de peso, y a 4 m de distancia de B por un aparato elevador de 0,4 toneladas de peso. Determínese la presión sobre los apoyos en los puntos A y B. — R.: 676 y 516 Kg.

7. Un **volante** de radio $R = 1{,}5$ m y peso $P = 100$ Kg se mueve lentamente por la acción de un peso $Q = {}^1/_2$ Kg colgado de su periferia. Determínese el momento del rozamiento del eje y el coeficiente de rozamiento del mismo, siendo su radio de 3 cm. (Fórmula del § 28-5). — Respuesta: $M = RQ = 0{,}75$ Kg/m. Luego $0{,}75 = f_1 r \times 100$, de donde $f_1 = 0{,}25$.

§ 30. La balanza

I. La balanza de brazos iguales

1. La **barra o cruz de la balanza** de precisión (balanza usada en los laboratorios de análisis químicos) lleva tres cuchillas de acero S, S_1 y S_2, de las cuales las extremas sirven de punto de suspensión de

los platillos, y la de en medio, con el filo hacia abajo, constituye el punto de apoyo del conjunto. Para que las oscilaciones se verifiquen sin obstáculo (rozamientos), el soporte, cóncavo o plano, de la cuchilla central es de acero o de ágata.

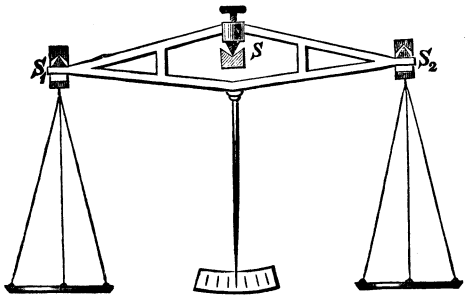


Fig. 106. — Balanza.

A dos circunstancias principales se deben referir los ensayos o pruebas a que se someta una balanza: *a)* al reconocimiento de su exactitud; *b)* a la determinación de su sensibilidad.

2. Condiciones de exactitud. Las condiciones de exactitud de una balanza son:

a) *Que sus brazos sean exactamente iguales.*

Esta condición se cumple cuando, situadas las aristas de las tres cuchillas en el mismo plano, las distancias de las cuchillas extremas a la cuchilla central son iguales. Si esto no se verifica exactamente, las pesadas se complican con la necesidad de resolver un problema cuya solución daremos más adelante. — Se prueba la igualdad de los brazos de una balanza cargando ambos platillos con pesos iguales (p. ej., 1 Kg): la cruz debe permanecer tan horizontal como cuando los platillos estaban descargados.

b) *Que la cruz*, estando la balanza descargada en equilibrio, *se mantenga horizontal.*

Para hacer visibles las menores desviaciones de la barra con respecto a la posición horizontal, lleva la balanza una aguja indicadora *(fiel)* cuyo extremo recorre un arco graduado (escala) cuando la barra oscila. Si estando la balanza descargada y en equilibrio, el fiel indica el cero de la es

cala, la balanza cumple la segunda condición de exactitud. Cuando el fiel se inclina hacia algún lado, debe existir una ligera sobrecarga en el platillo del lado opuesto. Cada división de la escala corresponde a un exceso de peso determinado, por ejemplo, $^5/_{1000}$ g.

c) *Que el equilibrio de la balanza sea estable.*

Para ello es necesario que el centro de gravedad *M* de la cruz esté situado debajo del punto *S* de suspensión. La maniobra del tornillo que corona la balanza permite en todo caso subir o bajar *un poco* el centro de gravedad.

3. Condiciones de sensibilidad. Es *sensible* una balanza cuando ligerísimos excesos de peso (pedacitos de papel) en uno de los platillos determinan inclinaciones del fiel perfectamente perceptibles. Puede servir de medida a la sensibilidad la razón del exceso de peso que obliga al fiel a desviarse *una división* de su posición de equilibrio, al peso total con que el platillo está cargado.

Si, por ejemplo, cada platillo está cargado con 1 Kg, y para que el fiel se desvíe una división es necesario un sobrepeso de 1 cg en uno de los platillos, la sensibilidad de la balanza será $^1/_{100\,000}$. La sensibilidad de las balanzas más finas es de $^1/_{1\,000\,000}$.

La acción del exceso de peso será tanto mayor:

a) *Cuanto más largos sean los brazos de palanca.*

Pues la longitud de los brazos aumenta el momento del sobrepeso.

b) *Cuanto más próximo esté el centro de gravedad* (de la barra) *al punto de suspensión.*

Pues disminuye en la misma proporción el momento del peso de la barra, que actúa sobre el punto *M* (fig. 107).

c) *Cuanto más ligera sea la cruz.*

A este fin se construye la cruz con la menor cantidad de material posible, dándole la forma de reja o entramado

metálico. Con ello se consigue reducir el momento de la fuerza aplicada al punto *M*.

4. Al **afinar una pesada** efectuada con la balanza de precisión, no se usan pesas inferiores al centigramo; para apreciar fracciones menores basta emplear una pesa de forma especial (fig. 108) llamada *reiter* o jinetillo e igual a $^1/_{100}$ de gramo.

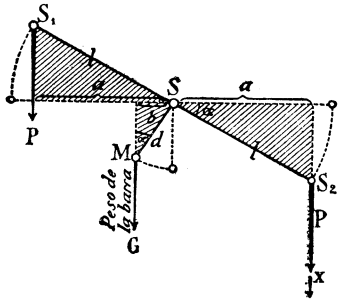


Fig. 107. — Acción del sobrepeso *x*.

EMPLEO: Se coloca el jinetillo sobre un brazo de la balanza, dividido en 10 (ó 100) partes iguales, y se le deja en el punto en que produce el equilibrio. Cuando el jinetillo está colocado a la distancia 1, 2, 3, ... 10 del punto de apoyo, produce el mismo efecto que un peso de 1, 2, 3, ... 10 mg situado en el platillo.

Fig. 108. Reiter o jinetillo.

6. Empleo de balanzas inexactas. La determinación del verdadero peso de un cuerpo mediante una balanza de cuya igualdad de brazos no se esté seguro, puede conseguirse por dos procedimientos:

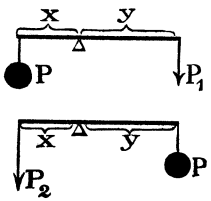


Fig. 109. — Doble pesada.

a) **Por el empleo de una tara.** El cuerpo cuyo peso se trata de determinar, se coloca en uno de los platillos, y se equilibra colocando perdigones, recortes de papel de estaño u otros cuerpos en el otro platillo. En seguida se substituye en el primer platillo el cuerpo por pesas conocidas.

b) **Por doble pesada.** Se coloca el cuerpo en uno de los platillos y se halla su peso en el otro; sea este peso P_1. Se traslada el cuerpo al segundo platillo y se determina su

peso en el primero; sea el peso P_2. Si P_1 y P_2 no son iguales, la balanza no es exacta. El verdadero peso será la media geométrica entre P_1 y P_2:

$$\text{Verdadero peso } P = \sqrt{P_1 \times P_2}$$

DEMOSTRACIÓN: Sean x e y los brazos de palanca; tendremos como condición del equilibrio conseguido en la primera pesada:

$$P \times x = P_1 \times y;$$

y en la segunda:

$$P \times y = P_2 \times x.$$

Multiplicando ordenadamente tendremos:

$$x \times y \times P^2 = x \times y \times P_1 \times P_2,$$

o sea:

$$P^2 = P_1 \times P_2$$

$$P = \sqrt{P_1 \times P_2}$$

En la práctica basta tomar la media aritmética $^1/_2\,(P_1 + P_2)$, en vez de la media geométrica $\sqrt{P_1 P_2}$.

II. La báscula

1. La **báscula decimal** consiste en **una combinación de dos palancas** (una *A O B C* de dos brazos y

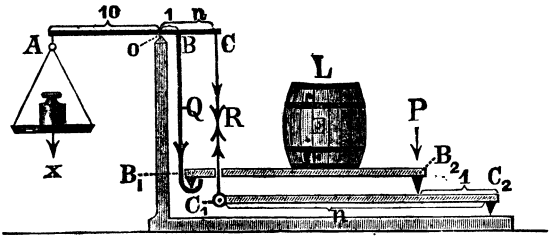


Fig. 110. — Báscula decimal.

otra $C_1\ B_2\ C_2$ de un solo brazo) y **un puente** $B_1\ B_2$. Este aparato permite equilibrar una carga mediante pesas diez veces menores.

Para la fuerza aplicada a B la razón de los brazos en la primera palanca AC es de 10 : 1, y para la fuerza aplicada a C es de 10 : n. La razón de los brazos de la segunda palanca $C_1 C_2$ es de 1 : n.

TEORÍA: 1. La carga L del puente se reparte entre dos cuchillas: éstas reciben la acción de las fuerzas P y Q de modo que se tiene: $L = P + Q$... (I).

2. P empuja hacia abajo a la palanca de un solo brazo; ejerce, por lo tanto, en C_1 una fuerza R tal, que:

$$P \times 1 = R \times n \ldots \text{(II)}.$$

3. La condición de equilibrio de la palanca de dos brazos es: (III)...$x \times 10 = Q \times 1 + R \times n = Q + P = L$, y por consiguiente $x = {}^1/_{10}\, L$. **La pesa x equilibrará a la carga L sostenida por el puente.**

Esta báscula presenta la ventaja de que el puente en sus movimientos de ascenso y descenso se mantiene siempre horizontal.

DEMOSTRACIÓN: Si A baja 10 cm, B y B_1 subirán 1 cm; C y C_1, n cm, y B_2: 1 cm; por lo tanto, B_1 y B_2 se elevarán simultáneamente 1 cm y el puente se moverá paralelamente a sí mismo.

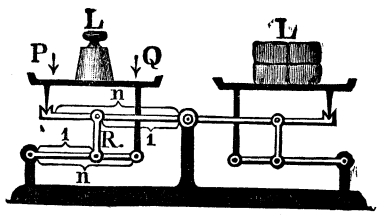


Fig. 111. — Balanza de platillos superiores.

Para pesar grandes cargas (por ejemplo, vagones de ferrocarril) se emplean básculas centesimales en lugar de básculas decimales.

2. La balanza representada en la figura 111 es en esencia una doble báscula.

Imagínese a la izquierda de la figura 110 otra simétrica, modifíquense las proporciones y detalles con objeto de dar al conjunto una disposición más práctica, y se obtendrá la balanza de uso corriente representada en la figura 111.

III. La romana

1. La romana es una palanca rectilínea, con un brazo corto constante y uno largo variable. Del extremo del brazo corto cuelga el gancho o platillo destinado a la suspensión de los objetos que se han de pesar, y a lo largo del brazo mayor puede correrse un peso constante, llamado **pilón,** hasta dejarlo en el punto en que establezca el equilibrio.

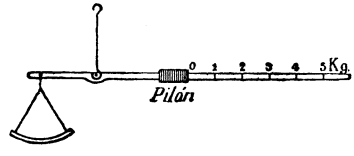


Fig. 112. — Romana.

Pesada. El momento de la fuerza aplicada al gancho o platillo aumenta sólo con el peso del objeto que se trata de pesar; para conseguir el equilibrio se aparta gradualmente el pilón del punto de apoyo hasta que el momento del peso del pilón sea igual al momento del peso del objeto. El primer momento crece con la longitud del brazo del pilón; este brazo lleva grabada una escala que da inmediatamente el valor del peso que se desea conocer.

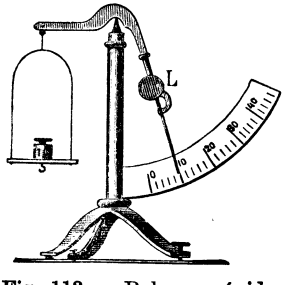


Fig. 113. — Balanza rápida alemana.

OBSERVACIÓN: Las divisiones de esa escala son todas iguales entre sí: ¿por qué?

2. La **balanza rápida alemana** destinada a pesar pequeñas cargas (cartas, monedas, etc.) (fig. 113) consiste en una palanca angular con un platillo colgante a un lado y un contrapeso *L* al otro.

PESADA: Al cargar el platillo se eleva el contrapeso, y una aguja indicadora marca sobre una escala el peso buscado.

Existen otras clases de balanzas que en esencia son verdaderos dinamómetros (§ 7-4), pues en ellas la acción del peso es equilibrada por la tensión de un muelle. El tipo de estas balanzas es la representada en la figura 24.

31. Poleas y polipastos

1. La polea o garrucha consiste en un disco de madera o de metal, acanalado en la periferia (para que se mantenga adaptada a ella una cuerda o una cadena) y fácilmente movible alrededor de su eje, que descansa en un soporte en forma de horquilla, pendiente de un gancho. El soporte recibe el nombre de *armadura*.

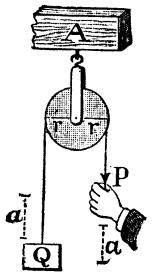


Fig. 114. Polea fija.

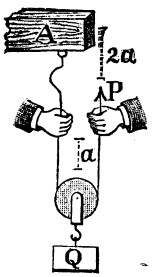


Fig. 115. Polea móvil.

La polea se denomina **fija** cuando al ser accionada gira sin cambiar de lugar; y **móvil** cuando, además del movimiento de rotación, posee otro de avance o retroceso.

El equilibrio de la **polea fija** se logra cuando: **Potencia = Resistencia.**

DEMOSTRACIÓN: La polea fija constituye una palanca de brazos iguales; luego $P = Q$.

El equilibrio de la **polea móvil** se logra cuando: **Potencia = $^1/_2$ Resistencia.**

DEMOSTRACIÓN: La resistencia se reparte entre los dos ramales de la soga; luego $P = {}^1/_2 Q$.

2. Reciben el nombre de **polipastos** las combinaciones de varias poleas fijas y móviles destinadas a

obtener grandes reducciones del esfuerzo con relación a la carga. Tres son las formas de polipastos usadas de preferencia en la práctica.

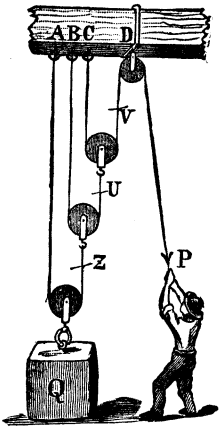


Fig. 116.
Sistema de troclas.

a) **Los sistemas de troclas,** que consisten en la combinación de n poleas (troclas o roldanas) móviles y una fija (fig. 116). Como cada polea móvil reduce a la mitad la carga a ella aplicada, la potencia P que deberá actuar para que haya equilibrio, será igual a la resistencia Q dividida tantas veces por 2 como poleas móviles contenga el aparejo.

$$P = \frac{Q}{2^n}$$

b) **Los motones,** constituídos por la combinación de dos cuadernales, uno fijo y uno móvil (fig. 117). Cada cuadernal está constituído por una armadura provista de 2, 3 ó más poleas. Si el número total de poleas (fijas y móviles) del motón es n, la carga se divide en n partes, puesto que está suspendida de n ramales de cuerda. Luego:

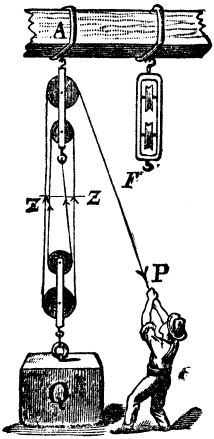


Fig. 117. — Motón.

$$P = \frac{Q}{n}$$

c) **La polea diferencial,** que es la combinación de una polea móvil con dos poleas fijas, dentadas, de distinto radio y sólidamente unidas entre sí (fig. 118). La cadena de enlace es una cadena sin fin. La carga Q queda, primero, dividida en dos mitades por la polea móvil. Una de las mitades actúa con un brazo R (radio de la polea mayor) en sentido contrario de la potencia aplicada por el obrero, y la otra mitad auxilia

al obrero, actuando en el mismo sentido que la fuerza P, pero con el brazo de la palanca r (radio de la polea menor). La condición de equilibrio será, en virtud de las leyes de la palanca:

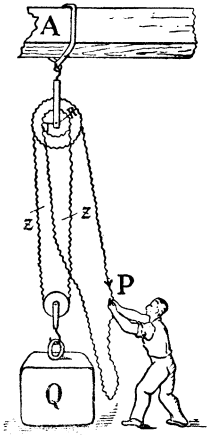


Fig. 118.
Polea diferencial.

$$\frac{Q}{2} \times R = \frac{Q}{2} \times r + P \times R$$

de donde:

$$P\,R = \frac{Q}{2}\,(R - r)$$

$$\boxed{P = Q\left(\frac{R-r}{2\,R}\right)}$$

Por ejemplo: si $R = 10$ cm y $r = 9$ cm, tendremos $P = {}^1/_{20}\,Q$, es decir, ${}^1/_{20}$ de la resistencia.

3. La regla de oro de la Mecánica se cumple también en las poleas y polipastos, como es fácil reconocer.

EJEMPLOS:

En	Potencia	Camino recorrido	Resistencia	Camino recorrido
la polea fija	Q	a	Q	a
la polea móvil	$\frac{Q}{2}$	$2\,a$	Q	a
el aparejo de cuadernales	$\frac{Q}{n}$	$n \times a$	Q	a

Si con el aparejo de cuadernales se ha de subir la carga a una altura a, cada uno de los n ramales de cuerda de que está suspendida aquélla debe experimentar una disminución de longitud igual a a. La suma de estas disminuciones es na, y ésta es la longitud de cuerda que debe cobrar la

potencia y, por consiguiente, el camino que esa fuerza debe recorrer.

4. Los montacargas hidráulicos consisten esencialmente en un aparejo de cuadernales en el que la potencia ocupa el lugar de la resistencia y viceversa.

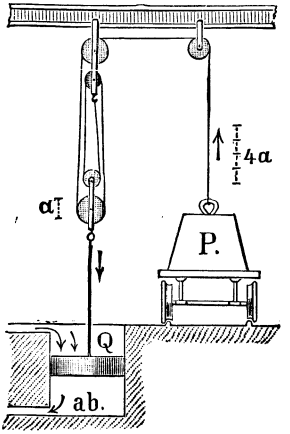


Fig. 119.
Montacargas hidráulico.

A veces no se trata de vencer con débiles potencias grandes resistencias, sino de aumentar el corto camino recorrido por una potencia considerable. Este es el caso de los montacargas hidráulicos, en los que la potencia (presión del agua) actúa sobre la armadura del cuadernal móvil (fig. 119). Si la presión del agua hace descender al pistón a cm, la carga P sube $4 \times a$ cm.

EJEMPLO: ¿Qué carga se podrá elevar por medio de un montacargas de cuatro poleas, si la presión del agua es de 3 atmósferas (3 Kg por cm²) y actúa sobre un pistón de 60 centímetros de diámetro?—La superficie del pistón será: $\frac{60^2 \pi}{4} = 2827$ cm². La presión que el pistón recibe valdrá: $2827 \times 3 = 8481$ Kg. La carga que se podrá elevar será:

$$P = {}^1/_4 \times 8481 = 2120 \text{ Kg} = \mathbf{2{,}1 \text{ toneladas.}}$$

Problemas

1. Dibújese **un motón** de seis poleas. *a)* ¿Qué fuerza se necesitará para elevar por medio de él un bloque de mármol de ${}^1/_{10}$ de m³ de volumen? *b)* ¿Cuántos obreros se necesitarán si cada uno puede ejercer un esfuerzo de 30 Kg? *c)* ¿Podrá utilizarse una cuerda de 50 mm² de sección, cuya resistencia sea de 1 Kg por mm²? *d)* A cada tirón (que dura 10 segundos) cobran los obreros 84 cm de cuerda: ¿cuánto sube la carga? *e)* ¿Qué tiempo em-

plearán para subirla a una altura de 7 m? — R.: 45 Kg; 2 obreros; sí; 14 cm; unos 8 min.

2. ¿Qué carga podrá elevar un **montacargas hidráulico** de seis poleas, si el agua, a la presión de 4 atmósferas, obra sobre una superficie de pistón de 40 cm de diámetro? — R.: 838 Kg.

3. Resolver el **mismo problema** para un motón de cuatro poleas, una presión de 8 atmósferas y un diámetro de pistón de 50 cm. — R.: 3927 Kg.

§ 32. El torno

1. El torno está constituído por un cilindro que puede hacerse girar alrededor de su eje (provisto de los correspondientes soportes) mediante una rueda de mayor radio, o un manubrio fijo a uno de sus extremos.

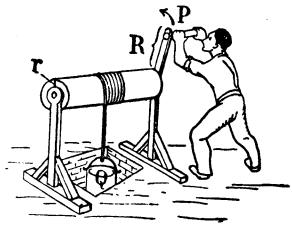


Fig. 120. — Torno.

Alrededor del cilindro se arrolla la cuerda que arrastra la resistencia. El esfuerzo *P* del obrero actúa tangencialmente a la rueda.

a) Si debe ser, en efecto, un obrero el que accione un torno, se emplea un manubrio o manivela (figura 120): si la potencia aplicada al torno ha de ser la fuerza de una corriente de agua o la del viento, la rueda del extremo del cilindro debe estar provista de paletas, aspas o cajas (figs. 121 y 122); si, por fin, el torno debe ser accionado por el intermedio de otras ruedas, la suya debe estar dentada (véase la máquina de un reloj).

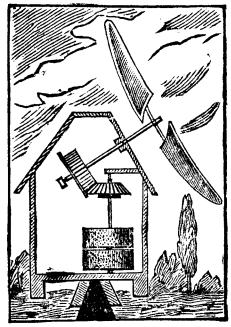


Fig. 121.
Molino de viento.

b) La cabria, el cabrestante, la rueda de canteros, se reducen en esencia a verdaderos tornos. Además, el torno forma parte de

muchas maquinarias más o menos complicadas; los árboles de las transmisiones por correas sin fin, son verdaderos tornos.

2. La potencia es menor que la resistencia, pues la primera es con respecto a la segunda como el radio del cilindro es al radio de la rueda o a la longitud del manubrio.

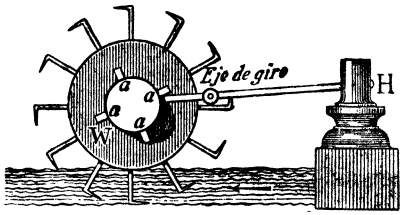


Fig. 122. — Rueda hidráulica.

Para saber cuál es la potencia requerida por un torno, basta medir los radios R y r (de la rueda y del cilindro) y calcular su cociente. Por ejemplo: si el radio de la rueda es $R = 60$ cm, y el del cilindro $r = 5$ centímetros, su cociente $\frac{R}{r} = 12$ nos dice que la resistencia que mediante el torno se vence es 12 veces mayor que la potencia.

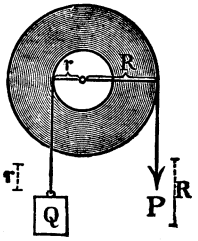


Fig. 123.—Sección transversal de un torno.

DEMOSTRACIÓN: Se puede aplicar al torno la condición de equilibrio de la palanca: el momento (con respecto al eje) de la potencia debe ser igual al de la resistencia: luego

$$P \times R = Q \times r, \text{ y } P = Q\frac{r}{R}.$$

La igualdad $P \times R = Q \times r$ puede obtenerse también aplicando la *regla de oro de la Mecánica*. Si el torno experimenta una rotación de unos 57°, la resistencia avanzará r cm y la potencia habrá recorrido R cm; por consiguiente: Potencia por camino recorrido, $P \times R$ = Resistencia por camino recorrido, $Q \times r$.

3. Los engranajes son combinaciones de varios tornos. La reducción final de la potencia es en ellos igual al producto de las reducciones parciales.

a) El aparato elevador representado en la figura 124 es una combinación de dos tornos. Si llamamos x la fuerza

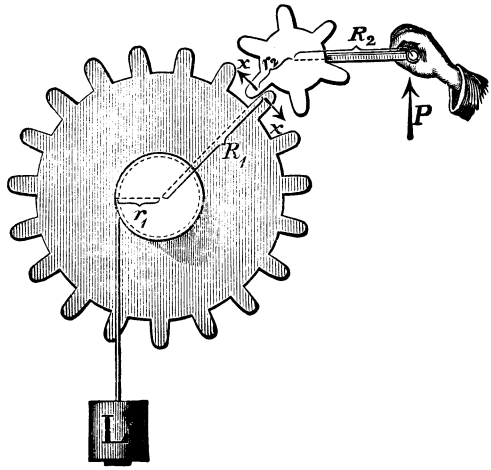


Fig. 124. — Engranaje.

que el diente del piñón (cilindro del primer torno) ejerce sobre el diente de la rueda, las condiciones de equilibrio particulares de los tornos serán:

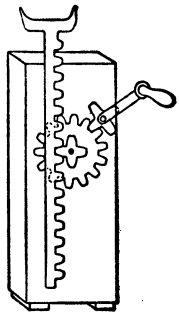


Fig. 125. — Cric.

$$1.^{er}\ \text{torno:}\ x = \frac{r_1}{R_1} L;$$

$$2.^{o}\ \text{torno:}\ P = \frac{r_2}{R_2} x;$$

y por consiguiente:

$$P = \left(\frac{r_1}{R_1}\right) \times \left(\frac{r_2}{R_2}\right) \times L$$

es decir, *la potencia P es igual a la resistencia L multiplicada por todas las reducciones parciales.*

b) En el **cric** o **gato** (fig. 125), el engranaje mueve una **cremallera.**

Problemas

1. **Un cabrestante** tiene un cilindro de radio $r = 10$ centímetros y la longitud de los espeques es $R = 1$ m. ¿Qué carga podrán izar con él dos obreros, si cada uno de ellos puede desarrollar un esfuerzo de 45 Kg? — R.: 900 Kg.

2. ¿Qué reducción posee el **aparato** representado en la figura 124? (Hay que medir los radios con una regla graduada.) — R.: 1 : 9 aproximadamente.

3. ¿A qué circunstancia se debe atender al estudiar **un engranaje?**

4. Demostrar que si el **número de dientes** del piñón es n_2 y el número de dientes de la rueda es n_1 en el aparato de la figura 124, tendremos: $P = \frac{r_1}{n_1} \times \frac{n_2}{R_2} L$.

5. En el manejo de un **cric** se ha observado que la cremallera se eleva 10 cm por cada 10 vueltas que da el obrero a una manivela de 20 cm. ¿Qué esfuerzo es necesario para elevar con este aparato un peso de 500 Kg? — R. unos 4 Kg.

§ 33. El plano inclinado

1. Recibe el nombre de **plano inclinado** el que forma con la horizontal un ángulo agudo α.

a) **En la práctica,** el plano inclinado puede estar constituído por una tabla inclinada (p. ej., la del pupitre), por una escalera, por una cuesta, rampa o declive, por un tejado, por el cauce de un río, etcétera (figs. 126 y 127).

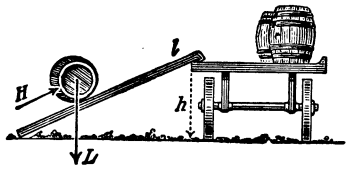


Fig. 126. — Carga mediante un plano inclinado.

b) Como **representación gráfica** del plano inclinado se toma la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyo cateto horizontal *(b)* representa la base, el vertical *(h)* la altura y la hipotenusa *(l)* la longitud del plano.

2. El cociente $\frac{h}{b} = \text{tg } \alpha$ recibe el nombre de pendiente.

Cuando la pendiente es pequeña, se puede tomar como equivalente al cociente $\frac{h}{b}$ el $\frac{h}{l} = \text{sen } \alpha$. Si, p. ej., nos dicen que la pendiente de una vía es de 1 : 1000, deberemos entender que a cada mil metros de longitud corresponde uno de desnivel.

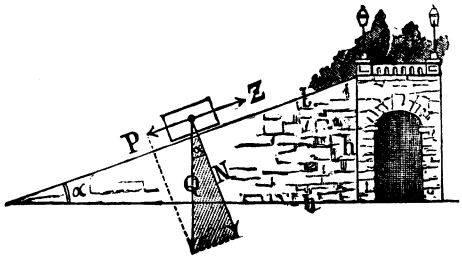


Fig. 127.
Descomposición del peso en el plano inclinado.

3. Descomposición de la resistencia. El peso Q del cuerpo situado sobre un plano inclinado puede descomponerse en dos fuerzas: una P paralela a la longitud del plano y dirigida hacia abajo, y otra N normal a la longitud y que da origen a una presión contra el plano.

Los valores de P y N pueden ser determinados por dos procedimientos:

a) **Por construcción gráfica.** En una figura que represente con exactitud la pendiente del plano, se construye el paralelogramo de las fuerzas tomando por diagonal el peso Q y por direcciones de los lados la paralela y la perpendicular a la longitud del plano. Las longitudes de los lados del paralelogramo representarán, con arreglo a la escala de fuerzas adoptada, los valores de las componentes P y Q.

b) **Por el cálculo.** Se puede observar, en la figura 127, que el paralelogramo de las fuerzas está dividido por Q en dos triángulos rectángulos iguales, y semejantes al que representa el plano inclinado. En cada uno de esos trián-

gulos habrá un ángulo igual a α. Por lo tanto, tendremos:

$$\frac{P}{h} = \frac{Q}{l} = \frac{N}{b}$$

y

$P = Q \times \text{sen } \alpha$	$N = Q \times \cos \alpha$

4. La tracción cuesta arriba. Para evitar que el cuerpo resbale hacia abajo, se le debe aplicar una fuerza Z que contrarreste la acción de la fuerza P. La tracción $Z = P$ mantendrá la carga en equilibrio, pero no la arrastrará hacia arriba; para que esto suceda es preciso que Z contrarreste además el rozamiento del cuerpo contra el plano. Por lo tanto,

Z	$=$	P	$+$	R
tracción cuesta arriba		componente paralela al plano		rozamiento

El valor del rozamiento se deducirá del de N mediante la fórmula del § 28: $R = f \times N$.

EJEMPLO: Un cubo de madera de 100 gramos de peso está colocado en un plano inclinado de 30° de pendiente. ¿Qué fuerza será preciso emplear para arrastrarlo hacia arriba, si el coeficiente de rozamiento es 0,1?

Componente $P = Q \text{ sen } \alpha = 50$ g.
Presión $N = Q \cos \alpha = 87$ g.
Rozamiento $R = 0{,}1 \times N = 9$ g.
Por consiguiente: $Z = P + R = 59$ g.

Si se soltara el cubo, resbalaría por sí solo hacia abajo, pues $P = 50$ g vence al rozamiento $R = 9$ g.

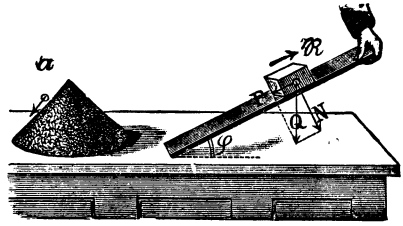


Fig. 128. — Ángulo de rozamiento.

5. Ángulo de rozamiento. Un cuerpo, p. ejemplo, un trozo de yeso, puede permanecer quieto sobre una tabla inclinada; pero al llegar la inclinación de ésta a un cierto ángulo φ,

el trozo de yeso empieza a resbalar. El ángulo φ recibe el nombre de ángulo de rozamiento. De su valor se puede deducir el del coeficiente de rozamiento, f, entre yeso y tabla, mediante la siguiente fórmula:

$$f = \operatorname{tg} \varphi$$

$\varphi =$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
$f = \operatorname{tg} \varphi =$	0,18	0,36	0,58	0,84	1,19	1,73	2,75

DEMOSTRACIÓN: En el momento en que el cuerpo empieza a resbalar, la componente P está exactamente equilibrada por el rozamiento R. Luego $R = P$, y como $R = f \times N = f \times Q \cos \varphi$, y $P = Q \operatorname{sen} \varphi$, tendremos:

$$f \times Q \cos \varphi = Q \operatorname{sen} \varphi, \quad \text{de donde } f = \frac{\operatorname{sen} \varphi}{\cos \varphi} = \operatorname{tg} \varphi.$$

CUESTIÓN: ¿Por qué no se puede lograr que la pendiente de un montón cónico de arena exceda de determinado límite? Porque la máxima pendiente tendrá un valor dependiente del coeficiente de rozamiento de arena con arena. Con esta cuestión está relacionada la del ángulo de los taludes, que debe ser distinto en terrenos de distinta naturaleza.

6. Caída a lo largo de un plano inclinado. Cuando en una tabla algo inclinada se suelta una bala o un lápiz, puede observarse que la caída a lo largo de la tabla se verifica con movimiento acelerado, y que la aceleración de este movimiento es menor que la de la caída libre.

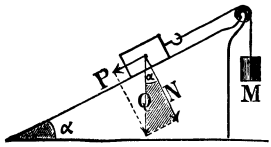


Fig. 129. — Caída en un plano inclinado.

DEMOSTRACIÓN: En la caída libre, la masa del cuerpo es acelerada por la fuerza Q; en la caída a lo largo del plano inclinado, la misma masa es empujada por la componente P de la fuerza Q; las aceleraciones serán directamente proporcionales a las fuerzas, y puesto que $P = Q \times \operatorname{sen} \alpha$, tendremos: $\alpha = g \times \operatorname{sen} \alpha$.

EJEMPLO EN QUE SE TIENE EN CUENTA EL ROZAMIENTO. Un bloque de peso $Q = 200$ g, en su movimiento hacia abajo a lo largo de un plano inclinado ($\alpha = 30°$) arrastra un contrapeso $M = 50$ g, colgante de una polea. Determinar el camino que recorre en 6 segundos partiendo del reposo ($c = 0$) y siendo 0,15 el coeficiente del rozamiento.

I. **Cálculo de las fuerzas:**

Componente $P = Q \operatorname{sen} 30° = 100$ g.
Presión $N = Q \cos 30° = 173$ g.
Rozamiento $R = 0{,}15 \times N = 26$ g.

II. **Cálculo de la aceleración:**

masa movida $= Q + M = 250$ gramos-masa.
fuerza motriz $= P - R - M = 24$ gramos-fuerza.

$$\text{aceleración } a = \frac{981 \times 24}{250} \text{ cm} = 94 \text{ cm}.$$

III. **Fórmulas del movimiento:**

$$v = c + at = 564 \text{ cm por seg.}; \quad s = \frac{v + c}{2} \times t = 1692 \text{ cm}.$$

Problemas

1. Dibújense **ocho planos inclinados** de igual base y distinta altura, y represéntese en cada uno de ellos la descomposición de fuerzas.

2. Represéntense gráficamente las fuerzas P, N y Z para los planos inclinados de estas dimensiones: $\frac{l}{5} = \frac{b}{4} = \frac{h}{3}$; $\frac{l}{37} = \frac{b}{35} = \frac{h}{12}$; suponiendo que el rozamiento sea de 8 % y la carga $Q = 740$ g.

3. En el extremo superior de **una rampa** de 30° de inclinación está instalado un torno ($r = 20$ cm; $R = 1$ m). ¿Qué fuerza será preciso aplicarle para subir por la rampa una carga de 1 tonelada, con un coeficiente de rozamiento $f = 0{,}2$? — R.: 135 Kg.

4. Resuélvase el **problema anterior** siendo la pendiente de 20° y la carga de 2,5 t y estando substituído el torno por un motón de 4 poleas. — R.: 331 Kg.

5. **Un tren** de 250 toneladas sube una cuesta cuya pen-

diente es de 2 %. ¿Qué fuerza será necesaria si el rozamiento alcanza a $^1/_2$ %? — R.: 6250 Kg.

6. Un individuo montado en un trineo se desliza sobre el hielo resbalando por una pendiente de 1 : 20. Entre trineo y carga pesan 100 Kg.

a) ¿Cuál es la fuerza que impulsa el vehículo hacia abajo, si en vencer el rozamiento y la resistencia del aire se consume 2 % de la carga? — R.: 3 Kg.

b) ¿Qué longitud recorrerá en un minuto? — R.: La aceleración es $a = 0{,}3$ m; el espacio $s = 540$ m.

c) ¿Qué camino recorrerá durante el primer segundo? — R.: 15 cm.

§ 34. La cuña

1. La cuña. El cuchillo, el hacha, el cincel, en una palabra, todo cuerpo cortante es una cuña. La sección recta de estos instrumentos está representada por un triángulo isósceles de ángulo muy agudo. En esta sección recibe el nombre de *cabeza* la base r, llamándose *lados* los lados iguales w.

2. Descomposición de la potencia. Si se ejerce normalmente a la cabeza la presión R, podremos considerarla descompuesta en dos componentes W y W normales a los lados y cuyo efecto es la separación de las dos porciones en que el cuerpo está dividido. La comparación de los triángulos semejantes que en la representación gráfica aparecen, da inmediatamente:

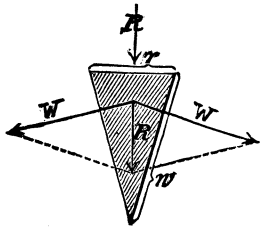


Fig. 130. — Cuña.

$$R : W = r : w$$

Esta proporción puede ser expresada así: $\frac{R}{r} = \frac{W}{w}$, y por consiguiente, la presión que por unidad de superficie

recibe la cabeza, es igual a la presión que por unidad de superficie ejerce un lado. Por tanto, una débil presión sobre la cabeza determinará grandes presiones de los lados, ya que éstos son de mayor superficie que aquélla.

§ 35. El tornillo

1. Formación del tornillo. Si se recorta un triángulo rectángulo de papel, y se arrolla en la forma indicada en la figura 131 sobre un cilindro de radio tal que el perímetro de la base ($2\,\pi\,r$) sea igual al cateto horizontal (b) del triángulo, la hipotenusa de éste dibujará sobre el cilindro una **hélice o rosca:** la altura del triángulo, h, será igual al **paso de rosca.**

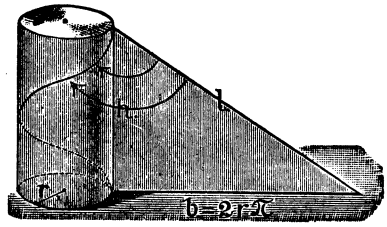


Fig. 131. — Generación del tornillo.

a) Si la superficie del cilindro está provista de una cresta o *filete* de sección triangular o rectangular, que recorra la hélice, se tendrá un tornillo (macho). Los tornillos cuyo filete es de sección triangular, sirven especialmente como tornillos fijadores, mientras que los que tienen el filete de sección rectangular o trapezoidal están casi siempre destinados a transmitir alguna fuerza o movimiento (prensas, tornillos sin fin, llave inglesa, tornillo de pie, etcétera). Estos tornillos funcionan siempre encajados en el hueco de unas piezas fileteadas interiormente, que reciben el nombre de tuercas o hembras. Los pequeños tornillos destinados a fijarse en la madera actúan como verdaderas cuñas, abriéndose paso ellos mismos y construyéndose la tuerca.

b) Según sean uno, dos o varios los filetes arrollados sobre un mismo tornillo, tendremos el tornillo de un filete, de dos filetes, etc.

2. La presión que se puede ejercer mediante un tornillo, se podrá determinar por la aplicación de la regla de oro de la Mecánica, que en este caso dirá:

> **El trabajo aplicado al extremo superior del tornillo** (durante una vuelta) = **al trabajo desarrollado por su extremo inferior** (durante una vuelta)

y puesto que al dar una vuelta al tornillo éste avanza longitudinalmente un paso de rosca, tendremos:

Potencia aplicada tangencialmente a la cabeza del tornillo . P	Presión ejercida por el extremo del tornillo . . . . . Q
Camino recorrido por esa fuerza durante una vuelta . . . . $2\pi R$	Camino recorrido durante una vuelta . h
Trabajo realizado por la potencia. . $P \times 2\pi R$	Trabajo realizado por la resistencia . . $Q \times h$

y por lo tanto:

$$P \times 2\pi R = Q \times h$$

$$Q = \frac{P \times 2\pi R}{h}$$

EJEMPLO: En la prensa de la figura 132, $R = 20$ cm, $h = 5$ mm; la presión ejercida en el extremo del manubrio es $P = 1$ Kg. Tendremos, pues:

$$Q \times h = P \times 2\pi R,$$

$$Q = \frac{1 \times 2 \times 20\pi}{0{,}5} = 251{,}3 \text{ Kg.}$$

3. Aplicaciones. El tornillo puede servir para diferentes usos:

a) para la fijación de tablas, piezas metálicas, etc.;

b) para la medición de espesores (tornillo micrométrico, § 4-6);

c) para la obtención de grandes presiones (prensas de diversas clases);

d) para la transmisión de movimientos, combinado con los engranajes en forma de tornillo sin fin.

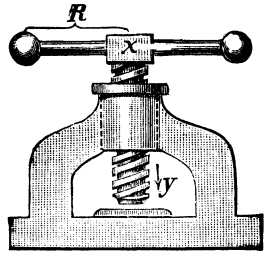


Fig. 132. — Prensa.

4. El filete del **tornillo sin fin** engrana con los dientes de una rueda. Se emplea este tornillo en los contadores (fig. 37) y en algunos aparatos elevadores (ascensores o montacargas).

EJEMPLO: Un tornillo cuyo cilindro tiene un radio $r = 2$ cm, lleva una rueda dentada (de 150 dientes) accionada por un tornillo sin fin, movido a su vez mediante un manubrio de radio $R = 12$ cm. ¿En qué proporción es reducida la resistencia?

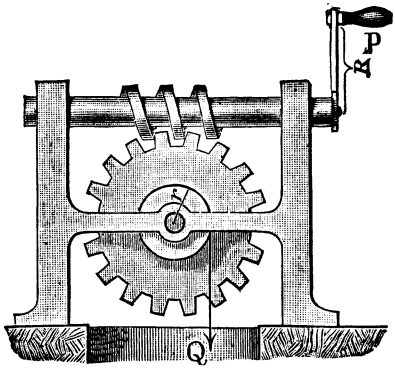


Fig. 133. — Tornillo sin fin.

Para que la rueda efectúe una vuelta completa es necesario que el manubrio efectúe 150; y por lo tanto tendremos:

Camino recorrido por la potencia $= 2\pi R \times 150$;
Camino recorrido por la resistencia $= 2\pi r$;

luego: $\frac{P}{Q} = \frac{r}{150 \times R}$; y en el caso actual:

$$\frac{P}{Q} = \frac{2}{1800} = \frac{1}{900}.$$

Problemas

1. ¿Qué presión se ejercerá con una **prensa de husillo** de paso de rosca igual a 5 mm, aplicando una fuerza de 10 Kg al extremo de un brazo de 30 cm? — R.: 3768 Kg.

2. ¿Qué fuerza habrá que aplicar al extremo de un manubrio de 50 cm en un **tornillo sin fin** con árbol de radio 5 cm y rueda de 100 dientes para elevar un peso de 1000 Kg? — R.: 1 Kg.

§ 36. Rendimiento de las máquinas

1. Las máquinas no son más que transformadores del trabajo. Por esto en toda máquina se cumple lo expresado en la regla de oro de la Mecánica: el *producto de la potencia por el camino que recorre es igual al producto de la resistencia por su trayecto*, es decir: *el trabajo del esfuerzo es igual al trabajo de la carga.*

2. Con frecuencia actúan sobre una máquina **múltiples resistencias.** Así hemos visto que la potencia aplicada a una palanca física no sólo debe vencer la resistencia útil, sino la representada por el peso de la barra. La tracción hacia arriba (potencia) en el plano inclinado debe ser igual a la suma de dos fuerzas (resistencias): la componente del peso del cuerpo paralela al plano y el rozamiento.

a) La palanca física, cuyo centro de gravedad no coincide con el punto de apoyo, puede servir de tipo de máquinas desequilibradas. **El desequilibrio** en las máquinas es causa frecuente de resistencias inútiles y de averías. Salvo en casos especialísimos, se debe siempre procurar que el centro de gravedad de toda parte móvil esté situado en el eje de giro y que la masa esté simétricamente repartida alrededor del mismo eje.

b) **El rozamiento** es la más frecuente de las causas de resistencias pasivas (inútiles) en las máquinas; por esto se

debe atender con escrúpulo al pulimento y engrase de las superficies frotantes (cojinetes, tuercas, etc.).

c) Las máquinas funcionan en general en el seno del aire, a veces sumergidas en el agua, siempre rodeadas de un flúido (líquido o gas); y **los flúidos** oponen al movimiento de los sólidos **una resistencia** tanto mayor: *a)* cuanto mayor es la densidad del flúido; *b)* cuanto mayor es la superficie (cara) que el sólido presenta al flúido, perpendicularmente a la dirección del movimiento; *c)* cuanto mayor es la velocidad (crece como el cuadrado, v^2, de la velocidad). Además, es mayor para superficies cóncavas que para superficies convexas.

EJEMPLO: Agítese la mano en el aire y en el agua. Muévanse un abanico abierto y uno cerrado. — Explíquese el funcionamiento del anemómetro (fig. 39).

3. Cuando actúan sobre una máquina varias resistencias, *el trabajo de la potencia es igual a la suma de los trabajos de las resistencias.* Si una sola de éstas es **útil,** las restantes serán **perjudiciales** (pasivas), y únicamente el trabajo de la primera será **útil,** siendo la suma de los trabajos de las restantes **trabajo perdido.**

Es, por ejemplo, trabajo perdido el consumido en los rozamientos (desarrollo de calor en los cojinetes) y en la agitación del medio ambiente (flúido).

4. El grado de bondad de una máquina viene dado por la proporción en que es aprovechado el trabajo que a ella se aplica. Si, por ejemplo, el trabajo que se aplica a una máquina (trabajo de la potencia o trabajo motor) es N_m y el trabajo resistente útil o aprovechado (trabajo de la resistencia útil) es N_u, el grado de bondad o **rendimiento** de la máquina será (§ 28-6):

$$\text{Rendimiento: } \eta = \frac{\text{Trabajo útil } N_u}{\text{Trabajo motor } N_m}$$

En virtud de la regla de oro de la Mecánica, el trabajo motor debe ser igual al trabajo resistente, es decir, al tra-

bajo útil más el trabajo perdido; por consiguiente, el trabajo útil (numerador de la expresión del rendimiento) es siempre menor que el trabajo motor (divisor de la misma fracción), y el rendimiento (cociente) será siempre menor que la unidad.

Una máquina es tanto mejor cuanto más se aproxima a la unidad el valor de su rendimiento.

5. El rendimiento es el valor por el cual **debe ser dividida la resistencia útil** de una máquina antes de aplicarle la condición de equilibrio para calcular el valor de la potencia que exigirá; y es también, por lo tanto, el valor por que debe ser multiplicada la potencia, antes de la aplicación de la condición de equilibrio, si el problema que se resuelve es el inverso.

EJEMPLO: Un torno cuya reducción es de 1 : 5 posee un rendimiento igual a 95 % ($\eta = 0{,}95$). ¿Qué potencia será preciso aplicarle para elevar un peso de 100 Kg?

La resistencia que se debe vencer es: $\frac{100}{0{,}95} = 105{,}36$ Kg, y la aplicación de la ley de equilibrio dará:

$$\frac{P}{105{,}36} = \frac{1}{5}\ ;\ P = \frac{105{,}36}{5} = 21{,}07 \text{ Kg.}$$

DEMOSTRACIÓN: De la expresión del rendimiento, $\eta = \frac{N_u}{N_m}$, se deduce: $N_m = \frac{N_u}{\eta}$, es decir:

Trabajo de la potencia $= \frac{1}{\eta} \times$ Trabajo de la resistencia útil;

o bien, agrupando convenientemente los factores del segundo miembro:

Potencia × camino recorrido =

$$= \left[\frac{1}{\eta} \text{ resistencia útil}\right] \times \text{camino recorrido.}$$

OBSERVACIÓN: El problema puede resolverse también aplicando primero la ley de equilibrio, y dividiendo luego por η la potencia resultante.

6. La combinación de varias máquinas posee un

rendimiento igual al producto de los rendimientos de todas ellas.

EJEMPLO: El rendimiento de un motón de un par de poleas es 0,95; el del motón de dos pares es $0,95 \times 0,95 = 0,9$; el de tres pares es 0,85; el de cuatro pares es 0,8.

Problemas

1. ¿Qué potencia habrá que aplicar a un motón de seis poleas para levantar un peso de 170 Kg? — R.: 33,3 Kg.

2. ¿Qué peso se podrá subir aplicando al manubrio de un torno de tornillo sin fin un esfuerzo de 20 Kg, si el aparato posee las dimensiones y rendimiento siguientes: número de dientes de la rueda, $n = 50$; longitud del manubrio, $R = 40$ cm; radio del tambor del torno, $r = 20$ cm; rendimiento, $\eta = 0,4$? — R.: 800 Kg.

3. Para realizar, mediante el aparato del problema anterior, un trabajo útil de 1000 kilográmetros, ¿qué trabajo motor se deberá consumir? — R.: 2500 Kgm.

4. ¿Qué potencia absorberá un motor de 5 caballos trabajando a plena carga, si su rendimiento es $\eta = 0,85$? — R.: 5,9 HP.

§ 36bis. Energía potencial

1. El trabajo $P\,l$ consumido en la elevación de un peso P a la altura l puede recuperarse dejando caer el peso P de la misma altura l. Mientras esta recuperación no se realiza, el peso tiene una energía latente debida a su posición, que recibe el nombre de energía de posición o energía potencial. Lo mismo puede decirse del trabajo consumido en tender un resorte.

EJEMPLOS: Dar cuerda a un reloj de pesas. Id. a un reloj de muelle.

CAPÍTULO VIII

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS

§ 37. Fundamento de la composición de movimientos

1. Dos velocidades simultáneas se combinan de la misma manera que dos fuerzas, es decir, según la regla del **paralelogramo.**

EJEMPLO: Si el barquero que conduce el pontón A rema en la dirección de A a X con la velocidad c_1 mientras la corriente del río lo arrastra en la dirección $A\,Y$ con la velocidad c_2, el pontón irá a parar al punto E, extremo de la diagonal del paralelogramo de velocidades, construído sobre c_1 y c_2, y habrá seguido exactamente en todo el trayecto la línea marcada por aquella diagonal. Si en el trayecto AE ha empleado el pontón cuatro minutos, la acción del remero ha durado cuatro minutos y la de la corriente también Si el pontón se abandonase en el punto A a la corriente del río, marcharía en la dirección $A\,Y$, y a los cuatro minutos alcanzaría precisamente el punto Y. Si entonces cesara la acción de la corriente, y el remero impeliera el pontón en

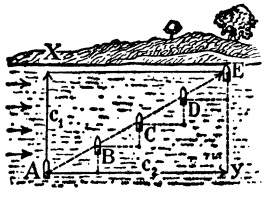


Fig. 134. — Paralelogramo de las velocidades.

dirección transversal durante otros cuatro minutos, permaneciendo el río rebalsado, el pontón recorrería la línea *YE* y llegaría exactamente al punto *E*. Por lo tanto, el punto alcanzado sería el mismo que cuando las dos fuerzas (remos y corriente) actuaron simultáneamente.

2. El movimiento resultante que efectúa un cuerpo sometido a la acción de varias fuerzas que actúan simultáneamente, se determinará suponiendo que **estas fuerzas actúan una después de otra** a intervalos de tiempo iguales. Para determinar distintos puntos de la verdadera trayectoria, daremos distintos valores a esos intervalos. Así, en el caso del ejemplo anterior (figura 134), se han determinado los puntos *B*, *C* y *D* de la trayectoria resultante suponiendo que remero y corriente actuaban alternadamente durante intervalos de 1 minuto.

§ 38. Movimiento parabólico de los proyectiles

1. Cuerpo lanzado horizontalmente. El movimiento de un cuerpo lanzado horizontalmente, será el resultante de los dos movimientos siguientes: 1.°, **movimiento horizontal uniforme** con la velocidad inicial *c*; 2.°, **caída vertical** (movimiento uniformemente acelerado con la aceleración *g*). La trayectoria del movimiento resultante es una curva llamada **parábola** (figura 135).

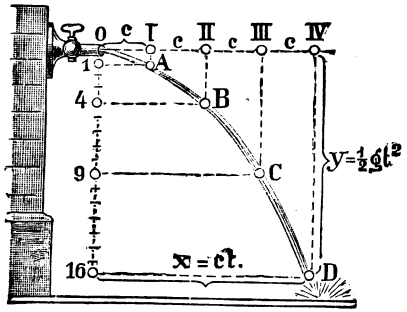


Fig. 135. — Movimiento parabólico.

Para determinar algunos puntos de la trayectoria resultante, supondremos que el cuerpo marcha durante 1, 2, 3... segundos con la velocidad c a lo largo de la horizontal, y luego cae durante 1, 2, 3... segundos según la vertical. Así tendremos:

Al final del	Camino horizontal	Caída vertical	Posición resultante
1 seg.	$O\,\mathrm{I} = c$	$\mathrm{I}\,A = 1 \times 5\,\mathrm{m}$	A
2 »	$O\,\mathrm{II} = 2\,c$	$\mathrm{II}\,B = 4 \times 5\,\mathrm{m}$	B
t »	$x = c\,t$	$y = {}^1/_2\,g\,t^2$	D

La trayectoria se obtiene como una curva cuyas coordenadas fueran $x = c\,t$ e $y = {}^1/_2\,g\,t^2$. Si entre estas dos igualdades se elimina t, se obtiene $y = \frac{g}{2\,c^2}\,x^2$, que es la ecuación de una parábola, pues resultan ser las ordenadas directamente proporcionales a los cuadrados de las abscisas.

Como la proyección del cuerpo ocurre en el seno del aire, así la longitud x como la y quedan reducidas por la resistencia del medio, y la parábola se deforma para convertirse en la llamada *curva balística*.

Aplicaciones: Cuando se tira al blanco se debe siempre *apuntar alto*. En efecto: si la bala parte con la velocidad $c = 400$ m por segundo y el blanco se halla a 40 metros del tirador, la bala tardará ${}^1/_{10}$ de segundo en alcanzarlo. En este tiempo experimenta una caída $y = {}^1/_2\,g \times {}^1/_{100} =$ unos 5 cm, y por lo tanto se debe apuntar 5 cm más arriba.

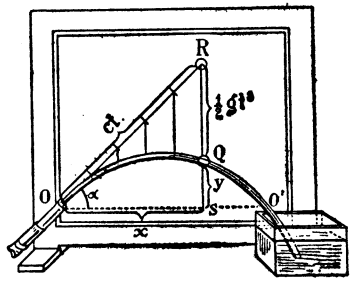


Fig. 136. — Movimiento parabólico.

2. Cuerpo lanzado en una dirección inclinada. Cuando el cuerpo es lanzado oblicuamente con una inclinación igual a α, el movimiento efectivo puede ser también con-

siderado como resultante de otros dos: 1.°, el uniforme, de velocidad c, según la dirección OR del impulso (fig. 136); 2.°, el vertical de caída. La trayectoria es también una parábola.

Determinación de la trayectoria. *a)* Supondremos que el cuerpo marcha uniformemente durante t segundos en la dirección OR; el camino recorrido será $OR = ct$.

b) Una vez el cuerpo en R, imaginaremos que cae verticalmente durante otros t segundos; así recorrerá $RQ = {}^1/_2\, g\, t^2$. El punto de la trayectoria resultante será Q, y variando el valor de t obtendremos cuantos puntos queramos.

Atendiendo al triángulo ORS podremos deducir los valores de las coordenadas x e y.

$x = [c \cos \alpha]\, t$	$y = [c \times \operatorname{sen} \alpha]\, t - {}^1/_2\, g\, t^2$

de donde se deduce: *a)* Que el punto S avanza horizontal y uniformemente con la velocidad $c \cos \alpha$; *b)* Que el punto Q se eleva, como un cuerpo lanzado verticalmente, con una velocidad inicial $c \operatorname{sen} \alpha$. Substituyendo este valor de la velocidad inicial en las fórmulas del tiro vertical establecidas en el § 18-4 tendremos como valores del tiempo de subida y de la altura alcanzada:

$$T = \frac{c \times \operatorname{sen} \alpha}{g}; \qquad H = \frac{c^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{2\, g}.$$

El **alcance** OO' de la trayectoria se encontrará buscando cuál de los valores de x corresponde al $y = 0$; y como y se anula al cabo de un tiempo t, doble del T empleado para alcanzar el vértice de la parábola, bastará substituir t por $2T$, o sea por $2\,\frac{c \operatorname{sen} \alpha}{g}$, en la fórmula que da el valor de x:

$$OO' = \frac{c^2 \times 2 \operatorname{sen} \alpha \times \cos \alpha}{g} = \frac{c^2 \times \operatorname{sen} 2\alpha}{g}.$$

Observación: El alcance correspondiente a la inclinación α es el mismo que el correspondiente a la inclinación $90° - \alpha$. Al punto O' se puede, pues, alcanzar con un tiro bajo o *rasante* (α) o un tiro alto o *curvo* o *por elevación* ($90° - \alpha$).

3. Velocidad en un punto de la trayectoria. Cuando, a los t segundos, la bala se encuentra en el punto Q de la trayectoria (fig. 137), las velocidades de sus proyecciones S y M son:

velocidad de S ..... $v' = c \times \cos \alpha$;

velocidad de M ..... $v'' = c \times \operatorname{sen} \alpha - gt$.

Combinando estas velocidades mediante el teorema del paralelogramo, darán una resultante

$$v = \sqrt{v'^2 + v''^2}$$

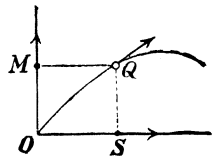


Fig. 137. — Velocidad en el punto Q.

OBSERVACIÓN: Los valores de v en el punto O y en el punto O' (fig. 136) son iguales; y puesto que cualquier punto de la trayectoria puede ser considerado como punto de partida, cabe afirmar que *la bala al bajar atraviesa los distintos planos horizontales con la misma velocidad con que los atravesó al subir.*

Problemas

(En los siguientes problemas se hará caso omiso de la resistencia del aire.)

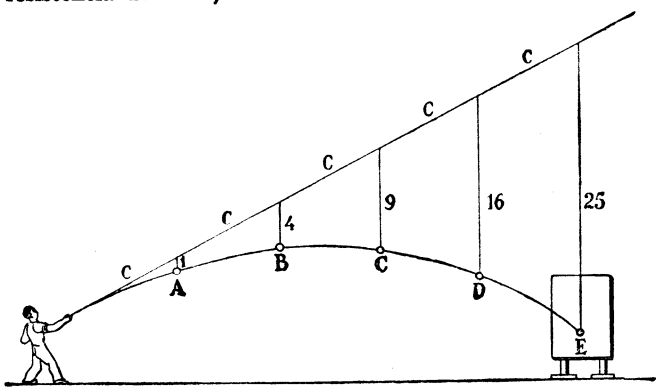


Fig. 138. — Línea de tiro.

1. Una piedra es lanzada con una inclinación de 60° y una velocidad inicial de 40 m por segundo. ¿Qué posi-

ción ocupa la piedra a los 2 segundos, cuál a los 5, a qué altura sube, cuánto tarda en alcanzarla, y a qué distancia va a caer? — R.: $x_2 = 40$ m; $y_2 = 49{,}6$ metros; $x_5 = 100$ m; $y_5 = 49$ m; $H = 61{,}7$ m; $T = 3{,}5$ segundos; $OO' = 141{,}9$ m.

2. Se trata de lanzar con una velocidad inicial de 31,3 m por seg. una piedra contra **un blanco** situado a la distancia de 50 m. ¿Cuál debe ser el ángulo de inclinación? — R.: 15° ó 75°.

3. Un cañón dispara **una bala** con una inclinación de 30° y una velocidad inicial de 400 m por seg. ¿A cuántos kilómetros del punto de partida dará el proyectil contra el suelo? — R.: $OO' =$ unos 14 Km.

4. Dibújese **la línea de tiro** para diversos valores de la inclinación y de la velocidad inicial (fig. 138).

5. Si con una altura de caída $y = 1{,}25$ m el **chorro de agua** da en el suelo a la distancia $x = 1{,}50$ m del pie del orificio de salida (fig. 136), ¿cuál es la velocidad de salida del líquido? = R.: 3 m/seg.

§ 39. Movimiento circular uniforme

1. Experimento. Si atamos un cuerpo al extremo de un cordel y le obligamos a dar vueltas alrededor de nuestra mano, percibiremos la existencia de una tensión que pone tirante el cordel y que tiene que ser contrarrestada por nuestro esfuerzo. La fuerza determinante de esta tensión recibe el nombre de **fuerza centrífuga,** y la de sentido contrario, que nuestra mano opone, se denomina **fuerza centrípeta.**

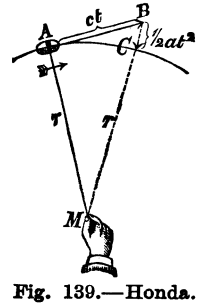


Fig. 139.—Honda.

2. El movimiento circular es un movimiento compuesto que tiene un origen semejante al de los movimientos parabólicos antes estudiados.

I. **En el punto *A* el cuerpo posee la velocidad *c*.**

Si nada se lo impidiese, el cuerpo, en t segundos, recorrería el trayecto $AB = ct$ en la dirección de la tangente.

II. Mas sobre el cuerpo actúa la fuerza centrípeta en la dirección del radio. A consecuencia de ella, el cuerpo en t segundos recorre un camino igual a $^1/_2\, at^2$; este camino (y por lo tanto la fuerza) debe ser tal, que si imaginamos que la fuerza centrípeta entra en juego cuando el cuerpo ha llegado al punto B, tengamos, siendo C un punto situado en la circunferencia, $BC = {}^1/_2\, at^2$.

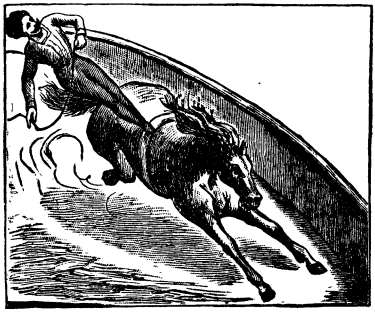


Fig. 140. — Inclinación en la pista.

a) Por la Geometría se sabe que:

$$\overline{AB}^2 = BC \times (BC + 2r),$$

o bien, tomando $2r$ en vez de $2r + BC$,

$$\overline{AB}^2 = BC \times 2r;$$

o sea: $(ct)^2 = 2r \times {}^1/_2\, at^2$, y por lo tanto:

$$\textbf{Aceleración centrípeta: } a = \frac{c^2}{r}$$

Por consiguiente, la fuerza centrípeta valdrá (§ 17-3):

$$\textbf{Fuerza centrípeta: } F = M \times \frac{c^2}{r} = \frac{\text{Energía actual}}{{}^1/_2\, r}$$

La duración de una revolución será:

$$T = \frac{2\pi r}{c} \text{ segundos.}$$

b) **Resulta con frecuencia cómodo expresar la fuerza centrípeta en función del tiempo T:**

De la fórmula anterior se deduce $c = \frac{2\pi r}{T}$; la substitución de este valor en la fórmula de la fuerza centrípeta dará:

$$F = M \times r \times \frac{4\pi^2}{T^2}.$$

EJEMPLO: Un caballo de 120 Kg de peso recorre una pista circular de radio $r = 20$ m con una velocidad $c = 8$ m. De estos datos se deducen los siguientes valores:

$$a = 3{,}2 \text{ m}; \quad M = \frac{120}{9{,}8} = 12 \text{ unidades técnicas de masa};$$

$$F = 12 \times 3{,}2 = 38{,}4 \text{ Kg}; \qquad T = 15{,}7 \text{ seg}.$$

El caballo sufre, pues, un empuje de 38,4 Kg hacia afuera, que debe ser contrarrestado por el apoyo contra el suelo y por la inclinación hacia adentro (fig. 140). El valor de la inclinación se deducirá de esta fórmula:

$$tg\ \alpha = \frac{F}{P} = \frac{38{,}4}{120} = 0{,}32,$$

y por lo tanto (tabla del § 33-5) $\alpha = 18°$.

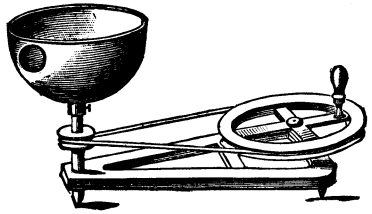


Fig. 141. — Centrifugador.

3. Aparato centrifugador. Las acciones y leyes de la fuerza centrífuga se estudian cómodamente mediante un sencillo centrifugador (figura 141).

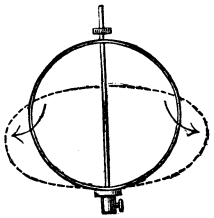


Fig. 142. — Acción de la fuerza centrífuga.

Por medio de una simple transmisión por cuerda sin fin, un manubrio comunica un rápido movimiento de rotación a un eje sobre el cual se pueden fijar los objetos o aparatos que se desea someter a la acción de la fuerza centrífuga; ésos pueden ser unos aros flexibles verticales, que por la acción de la fuerza centrífuga se aplastan y remedan el aplastamiento del esferoide terrestre (fig. 142); un globo de cristal, con un poco de agua que al girar toma la forma de anillo; algún modelo de regulador de fuerza centrífuga; una varilla me-

tálica horizontal que lleva enhebradas esferas de distinta o igual masa enlazadas entre sí, etc.

APLICACIONES: Mediante el empleo de centrifugadores se consigue clarificar en pocos segundos los líquidos turbios, escurrir ciertos cuerpos mojados, etc. — Ventiladores. — Bombas centrífugas.

Problemas

1. Un vagón de ferrocarril, cuyo peso es $P = 7000$ Kg, recorre una curva de radio $r = 200$ m con una velocidad $c = 7$ m por seg. Calcúlese la fuerza centrífuga que se desarrolla y la diferencia de alturas que debe haber entre los carriles exteriores y los interiores, siendo de 1,435 m la anchura de la vía. — R.: $F = 175$ Kg; $d = 36$ mm.

2. Un tren que marcha con la velocidad $c = 11$ m por segundo atraviesa un puente convexo cuya curvatura tiene un radio $r = 1000$ m. ¿En cuánto resulta, para el puente, aligerado cada Kg de carga? — R.: En unos 12 g.

3. Newton, en 1687, de la duración T de la revolución de los distintos planetas y de su distancia r al Sol dedujo la fuerza con que la unidad de masa de cada uno de ellos era atraída por el Sol. — Compruébense los valores de f que figuran en la siguiente tabla:

Planeta	Duración de la revolución	Distancia al Sol (en millas)	Atracción sobre 10 Kg.
Mercurio	$T_1 =$ 88 días	$r_1 =$ 8 millones	$f_1 =$ 41 g (aproximadamente)
Venus	$T_2 =$ 225 »	$r_2 =$ 14 »	$f_2 =$ 11 g
La Tierra	$T_3 =$ 365 »	$r_3 =$ 20 »	$f_3 =$ 6 g
Marte	$T_4 =$ 687 »	$r_4 =$ 30 »	$f_4 =$ 2,5 g
Júpiter	$T_5 =$ 12 años	$r_5 =$ 104 »	$f_5 =$ 0,2 g

De estos valores dedujo Newton su célebre *ley de la gravitación universal:*

$$f_1 r_1^2 = f_2 r_2^2 = f_3 r_3^2 = \ldots ;$$

es decir: *la atracción es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.* Compruébese.

4. Calcúlese la disminución que experimenta en las

distintas latitudes **el peso** P de un cuerpo **a causa de la** rotación terrestre.

Latitud φ =	Duración de la revolución	Distancia	Disminución por 10 Kg.
0° (Ecuador)	$T = 24$ h	$R = 6370$ Km	$x = 33{,}76$ g
45°	$T = 24$ h	$r = 0{,}707\ R$	$x = 16{,}88$ g
φ°	$T = 24$ h	$r = R \cos \varphi$	$x = 33{,}76 \cos^2 \varphi$

5. **¿Qué atracción ejerce la Tierra** sobre la unidad de masa de la Luna? ($T = 28$ días; $r = 384\,000$ Km.) — **Respuesta:** $f = 2{,}59$ g.

§ 40. El movimiento de los planetas

1. Leyes de Keplero. Keplero, en 1609, de las numerosas observaciones cuyos datos poseía, dedujo las siguientes leyes:

1. Las órbitas planetarias son elipses de las que el Sol ocupa uno de los focos; pero son elipses de pequeña excentricidad, y que se acercan, por lo tanto, a ser circunferencias.

2. Los planetas describen sus órbitas de manera que la recta que los une al Sol (radio vector) **barre en tiempos iguales áreas iguales** *(ley de las áreas)*.

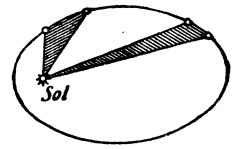


Fig. 143. — Ley de las áreas.

3. Los cuadrados de la duración de las revoluciones de dos planetas (T_1 y T_2) son entre sí como los cubos de sus distancias medias (R_1 y R_2) al Sol, es decir:

$$T_1^2 : T_2^2 = R_1^3 : R_2^3$$

2. Ley de la gravitación. Newton, setenta años después, consideró el movimiento de los planetas como exactamente circular (aproximación justificada por la débil excentricidad de las órbitas elípticas) y llegó a la famosa consecuencia (problema 3 del § 39) de que

las atracciones que el Sol ejerce sobre los planetas están en razón inversa de los cuadrados de las distancias.

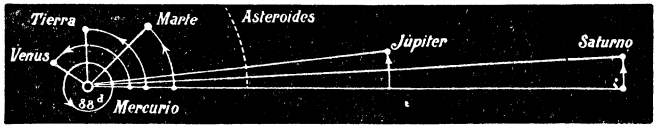


Fig. 144. — Distancias de los planetas al Sol.

Newton comprobó, además, que las leyes de Keplero quedaban reducidas a consecuencias de la antedicha ley.

3. La gravitación universal. Newton generalizó su ley, aplicándola a todos los casos de recíproca atracción entre cuerpos materiales. Llamando M_1 y M_2 a las masas de dos cuerpos y r a su distancia, se tiene:

$$\textbf{Fuerza de atracción } F = k\frac{M_1 M_2}{r^2}$$

en que k es un número constante. Es decir: la atracción es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de su distancia.

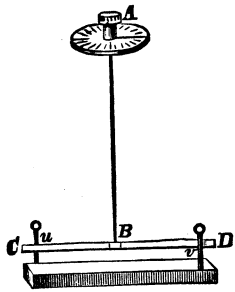


Fig. 145. — Balanza de torsión.

La constante k es igual a $6{,}7 \times 10^{-8}$ cuando se expresan las masas en gramos, la distancia en cm y la fuerza en dinas.

Cavendish midió la atracción de las masas mediante una balanza de torsión (péndulo horizontal) formada esencialmente de una varilla $C\,D$, cuyos extremos sostenían dos esferitas de plomo y que estaba suspendida, por su punto medio, de un hilo $A\,B$. Aproximando a las esferillas grandes masas de plomo se obtenía una pequeña atracción que se manifestaba

por la torsión del hilo; de esta torsión se deducía el valor de la atracción que la causaba.

4. A la gravitación se deben también las mareas (figura 146).

La Luna atrae el agua de los mares en *A* más fuertemente y en *B* más débilmente que en el centro de la Tierra: consecuencia de ello es la formación de dos elevaciones, en *A* y en *B*, sobre el nivel normal. Este **flujo** sigue a la Luna, mientras la Tierra gira alrededor de su eje. — En alta mar habrá diariamente dos veces pleamar y bajamar.

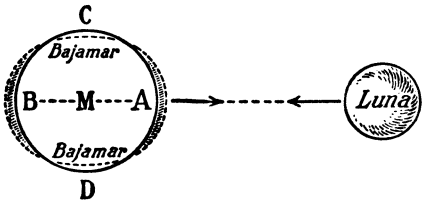


Fig. 146. — Flujo y reflujo.

Problema

¿Con qué fuerza se atraen 2 balas de plomo de volumen igual a 1 dm^3 (peso = 11 400 g) a 15 cm de distancia? — R.: $f = {}^1/_{30}$ dina, es decir, aproximadamente el peso de ${}^1/_2$ de mm^2 del papel de este libro.

§ 41. El péndulo

1. Recibe el nombre de **péndulo** todo cuerpo que puede **oscilar** alrededor del punto de suspensión.

Se denomina **péndulo simple** (o péndulo matemático) el que estaría constituído por un solo punto pesado colgado de un hilo inextensible y sin peso. La distancia del punto pesado al punto de suspensión es la llamada *longitud (l)* del péndulo simple.

2. El movimiento de un péndulo es alternativamente acelerado y retardado. Si se separa el péndulo de su posición de equilibrio (vertical) y se abandona en un punto *A* determinado, el movimiento será ace-

lerado mientras dure el descenso *(AB)* y retardado durante el subsiguiente trayecto ascendente *(BC)*. Los puntos *A* y *C*, extremos del movimiento pendular, están situados a igual altura.

La fuerza efectiva (que contribuye al movimiento) *P*, **en un punto determinado, es proporcional a la distancia** *x* **del punto a la posición de equilibrio.** El peso *G* se descompone en dos fuerzas: una es la tracción en la dirección del hilo, y otra una fuerza en la dirección de la tangente. La tracción no influye en el movimiento del péndulo, puesto que su único efecto es la tensión del hilo. De la semejanza de los triángulos sombreados en la figura 147 se deduce: $P : G = x : l$; de donde:

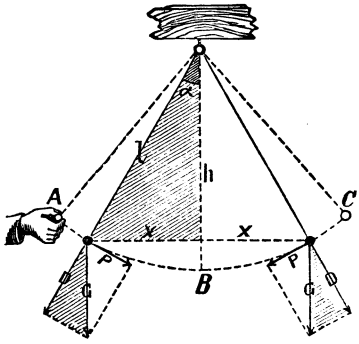


Fig. 147. — Movimiento del péndulo.

$$\text{la fuerza efectiva } P = \frac{G}{l}\, x = \frac{g}{l} \times x \times M.$$

3. Recibe el nombre de **oscilación simple** el paso del péndulo de una a otra de sus posiciones extremas. La duración *t* de una oscilación simple puede calcularse, cuando se trata de pequeñas amplitudes (α) de oscilación, por medio de la siguiente fórmula:

$$\textbf{Duración de una oscilación: } t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ seg.}$$

en la cual *l* representa la longitud del péndulo y *g* la aceleración de la gravedad.

PROBLEMA: El astrónomo Flammarion repitió en 1902 el experimento de Foucault bajo la cúpula del Panteón de

París, haciendo oscilar un péndulo de 67 m de longitud para que el público viera comprobada experimentalmente la rotación de la Tierra (§ 15, fig. 40). ¿Cuál era la duración de la oscilación simple de semejante péndulo?—R.: 8,2 seg.

4. Leyes del péndulo, para pequeñas amplitudes.

a) **Péndulos de igual longitud** oscilan con igual rapidez en un lugar determinado, aunque sean de distinto peso.

b) **Los cuadrados de los tiempos que duran las oscilaciones** son directamente proporcionales a las longitudes. Es decir, a un péndulo de cuádruple longitud corresponderá doble duración de oscilación: $t_1^2 : t_2^2 = l_1 : l_2$.

c) **Los cuadrados de los tiempos** que duran las oscilaciones de un mismo péndulo en distintos lugares son inversamente proporcionales a los correspondientes valores de la aceleración de la gravedad:

$$t_1^2 : t_2^2 = g_2 : g_1.$$

En vez del tiempo de oscilación t pueden referirse las anteriores leyes al número n de oscilaciones por segundo, valor recíproco de t, es decir, $t = \frac{1}{n}$. Las leyes *b)* y *c)* estarán entonces expresadas por las fórmulas:

$$n_1^2 : n_2^2 = l_2 : l_1; \quad n_1^2 : n_2^2 = g_1 : g_2.$$

Tradúzcanse estas fórmulas al lenguaje vulgar.

5. Longitud del péndulo de segundos. Se obtendrá el valor de la longitud del péndulo cuya oscilación simple dura un segundo, suponiendo $t = 1$ en la fórmula que da el valor de t; así obtendremos:

Longitud del péndulo de segundos $l = \frac{g}{\pi^2} = 0{,}994\,\text{m}$ (en París)

Al cambiar el valor g, cambia también el de l, y por consiguiente al péndulo de segundos no le corresponde la misma longitud en todos los puntos de la Tierra.

CUESTIÓN: ¿Se puede aplicar el péndulo a la determinación del valor de g?

6. El péndulo físico o compuesto consiste en una varilla de madera o de metal que puede girar alrededor de la arista de una cuchilla horizontal que le sirve de

apoyo. Ordinariamente esa varilla lleva cerca de su extremo inferior una *lenteja.*

Se entiende por **longitud reducida** *l* **del péndulo compuesto** la del péndulo simple sincrónico, es decir, que oscila con igual rapidez que aquél. El punto del péndulo compuesto que dista del de suspensión *D* una longitud igual a *l*, recibe el nombre de **centro de oscilación** (*T*, fig. 148).

Fig. 148. Péndulo físico.

7. La duración de la oscilación de un péndulo compuesto puede calcularse substituyéndolo por un péndulo simple equivalente, de longitud igual a la unidad.

a) **La fuerza** que supondremos aplicada al extremo del brazo de palanca igual a la unidad en el péndulo simple equivalente, deberá ser igual al momento del peso *P*, que en el péndulo físico actúa sobre el centro de gravedad:

$$\mathcal{M} = P \times \lambda$$

siendo λ la distancia del eje de suspensión al centro de gravedad.

b) **La masa** que en el péndulo simple equivalente supondremos a la distancia 1 del eje de rotación, será igual al momento de inercia *I*, del péndulo físico, referido al eje de suspensión (§ 27):

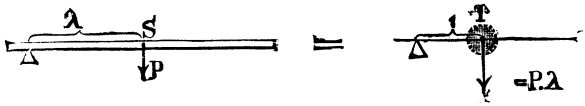


Fig. 149. — Péndulo simple equivalente a un péndulo compuesto.

c) El valor de la aceleración será: $a = \frac{\mathcal{M}}{I}$.

d) Substituyendo los valores de la longitud y de la aceleración en la fórmula que da el valor de *t*, tendremos:

$$t = \pi \sqrt{\frac{I}{\mathcal{M}}}$$

I = momento de inercia.
$\mathcal{M}$ = momento del peso = $P\,\lambda$.

Ejemplo: Una lámina rectangular de 30 cm de longi-

tud y 2 cm de anchura oscila alrededor del lado menor. Tendremos:

$$I = \frac{h^3 b}{3} = 18000; \lambda P = 900000; \frac{I}{\mathcal{M}} = 0{,}02; t = 0{,}44 \text{ seg.}$$

8. Recíprocamente, la medición de la duración de las oscilaciones puede ser utilizada para la determinación de **momentos de inercia.**

EJEMPLO: Hago oscilar alrededor de uno de los ojos unas tijeras abiertas, y el tiempo correspondiente a cada oscilación resulta ser $t = {}^1/_4$ seg. El peso es de 30 g. La distancia del centro de gravedad al punto de suspensión es de 7 cm. ¿Cuál es el momento de inercia de las tijeras en la antedicha disposición? — R.: $\mathcal{M} = 30 \times 981 \times 7$ dinas-cm, y por consiguiente de $\frac{1}{4} = \pi \sqrt{\frac{I}{\mathcal{M}}}$ se deducirá I = 1305 gramos-masa a 1 centímetro de distancia.

9. Los relojes son aparatos que por medio de movimientos periódicos indican el transcurso de intervalos de tiempo iguales. Usábanse antiguamente relojes de agua y de arena. Huygens fué el inventor de los relojes de péndulo (1680).

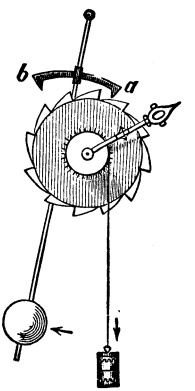


Fig. 150. — Reloj de péndulo.

En esencia, un reloj de péndulo consiste en una rueda dentada de trinquete (rueda de escape) que un peso tiende a poner en movimiento (fig. 150). Cuando el péndulo está parado, el diente *b* del **compás** o **áncora,** fijado al péndulo, impide la rotación de aquella rueda. Mas cuando el péndulo oscila, la rueda es soltada por el diente *b,* y por la acción del peso avanza hasta ser detenida por el diente *a,* de lo que resulta que el avance queda reducido al paso de un diente de la rueda. Este avance se repite a cada oscilación simple del péndulo.

Problemas

1. **¿Cuántas oscilaciones** por minuto verifica en París un péndulo de 1,09 m de longitud? — R.: $n = 57{,}7$.

2. Un péndulo verifica 114,6 oscilaciones por minuto. ¿Cuántos cm se le debe alargar para que verifique en igual tiempo **5,6 oscilaciones menos?** — R.: unos 2,9 cm.

3. **Un péndulo que bate segundos en París** ($g = 9{,}81$) es trasladado al Ecuador, y en este punto verifica al día 125 oscilaciones menos. ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en el Ecuador? — R.: 9,78 m.

4. **Cuando un globo aerostático** se eleva a una altura de 3 Km, cada Kg de materia pesa 1 g menos. ¿Cuántas oscilaciones menos realizaría diariamente un péndulo de segundos llevado por el globo? — R.: 43,2.

5. **Una lámina** de 5 cm de ancho y 25 cm de largo oscila alrededor de uno de sus lados menores. ¿Cuál es la duración de su oscilación? — R.: El momento de inercia de la correspondiente superficie es (fig. 85) $\frac{l^3\, b}{3}$. Si la masa de la unidad de superficie es δ, el momento de inercia de la lámina será $I = {}^1/_3\, l^3\, b\, \delta$ y el momento de rotación (peso × distancia del centro de gravedad al eje de suspensión) será: $b \times l \times \delta \times 981$ (dinas) $\times\ {}^1/_2\, l$. De donde se deduce:

$$t = \pi \sqrt{\frac{2\,l}{3\,g}} = 0{,}41 \text{ seg.}$$

§ 42. El impulso

1. **Concepto del impulso.** Cuando un cuerpo ha sufrido la acción de una fuerza P durante un tiempo t se dice que ha recibido un impulso igual a $P \times t$:

Impulso = Fuerza × tiempo.

Por la acción del impulso, la masa M adquiere un movimiento uniformemente acelerado, en el cual:

aceleración: $a = \frac{P}{M}$; velocidad final: $v = a\,t$.

Si deducimos de la primera fórmula el valor de P y de la segunda el de t y substituímos ambos valores en la fórmula del impulso, tendremos: $Pt = Mv$. El producto de la masa por la velocidad se denomina **cantidad de movimiento.** Y, por lo tanto, la anterior igualdad puede leerse así:

Impulso empleado = **Cantidad de movimiento comunicado**
$P \times t$ = $M \times v$

EJEMPLO: Si con un cañón de masa M_1 se dispara una bala de masa M_2, la fuerza de la pólvora que ha obrado durante igual tiempo sobre la bala y sobre el cañón, debe haber comunicado a ambos cantidades iguales de movimiento. Por consiguiente, si llamamos v_1 la velocidad final del cañón y v_2 la de la bala, tendremos: $M_1 v_1 = M_2 v_2$. Y puesto que la masa del cañón es mucho mayor que la de la bala, la velocidad final v_1 del primero será mucho menor que la v_2 de la última.

2. Choque central de los cuerpos inelásticos. Si dos masas inelásticas (esferas de barro) M_1 y M_2, que marchan en igual dirección con las velocidades v_1 y v_2, llegan a chocar, formarán una sola masa $(M_1 + M_2)$ que continuará el camino con una velocidad V.

Para determinar el valor V, advertiremos que la cantidad de movimiento del conjunto no sufrirá alteración, y si el sistema de los dos cuerpos poseía la $M_1 v_1 + M_2 v_2$ antes del choque, la misma deberá poseer el cuerpo formado por el conjunto de las dos masas después del choque:

$$M_1 v_1 + M_2 v_2 = (M_1 + M_2) V; \quad \boxed{V = \frac{M_1 v_1 + M_2 v_2}{M_1 + M_2}}$$

3. Choque central de los cuerpos elásticos. En el choque de dos masas elásticas M_1 y M_2, que marchan en una misma recta con las velocidades v_1 y v_2, hay que distinguir dos fases:

a) **Durante la primera fase del choque** las masas se aplastan, en el punto de contacto, hasta que ambas poseen

la misma velocidad. Durante este tiempo los cuerpos elásticos se comportan como los inelásticos:

$$V = \frac{M_1 v_1 + M_2 v_2}{M_1 + M_2}$$

b) **Durante la segunda fase** las masas recobran su primitiva forma. Las fuerzas elásticas entran en juego y repiten con igual intensidad la acción que deformó los cuerpos; por lo tanto, el que iba detrás (el que marchaba con más velocidad) sufre una segunda pérdida de cantidad de movimiento igual a la primera pérdida: $M_1 (v_1 - V)$; y el cuerpo chocado experimenta un aumento igual también al primero: $M_2 (V - v_2)$. Si llamamos V_1 y V_2 a las velocidades finales de las dos masas, tendremos:

1.ª masa: $\underbrace{M_1 \ V_1}_{\text{c. m. final}} = \underbrace{M_1 \ v_1}_{\text{c. m. inicial}} - \underbrace{M_1 (v_1 - V)}_{\text{1.ª fase}} - \underbrace{M_1 (v_1 - V)}_{\text{2.ª fase}}$

o sea: $\boxed{2\ V = V_1 + v_1}$

2.ª masa: Encontraríamos de la misma manera:

$$\boxed{2\ V = V_2 + v_2}$$

es decir: la velocidad instantánea V común a ambos cuerpos en el momento de la máxima deformación, es para cualquiera de ellos la media aritmética de las velocidades inicial y final, de donde:

$$V_1 = 2\,\frac{M_1 v_1 + M_2 v_2}{M_1 + M_2} - v_1 \qquad V_2 = 2\,\frac{M_1 v_1 + M_2 v_2}{M_1 + M_2} - v_2$$

c) **Casos especiales:**

I. Si M_1 es muy grande y está en reposo (Tierra), tendremos $v_1 = V_1 = 0$ y $V_2 = -v_2$, es decir, la velocidad del cuerpo chocante conserva su valor, pero se invierte su sentido (ley de la reflexión).

II. Si $M_1 = M_2$ (bolas de billar iguales), tendremos $V_1 = v_2$ y $V_2 = v_1$, es decir, la velocidad final de cada masa es igual a la velocidad inicial de la otra.

EXPERIMENTO: Colóquese en línea recta una serie de

monedas de 10 céntimos y láncese otra pieza contra la última de la serie; todas las monedas permanecerán en su sitio, excepto la primera, que se separará como si hubiera recibido directamente la acción del choque. Las monedas pueden ser substituídas por esferas de marfil (figs. 82 y 151).

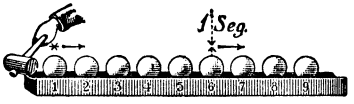


Fig. 151. — Serie de esferas elásticas.

4. Choque oblicuo. En el choque oblicuo, la velocidad V del cuerpo incidente se descompone en una componente normal y otra tangencial.

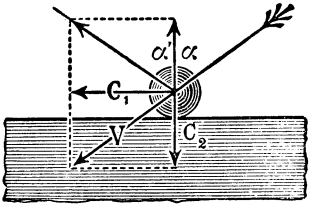


Fig. 152. — Reflexión.

Por ejemplo, la velocidad V de la esfera elástica, que choca bajo un ángulo α contra un plano (fig. 152), se descompone en C_1, componente tangencial, que no se altera, y C_2, que es invertida por la elasticidad y da por su combinación con C_1 otra velocidad V que forma con la normal al plano el mismo ángulo que la velocidad primitiva. De aquí esta ley:

Ley de la reflexión. La esfera elástica que choca con un plano, se aleja formando un **ángulo de reflexión igual al de incidencia.**

CAPÍTULO IX

EQUILIBRIO Y MOVIMIENTO DE LOS LÍQUIDOS

(HIDROMECÁNICA)

§ 43. Influencia de la gravedad sobre la forma de los líquidos

1. Los líquidos se distinguen de los sólidos por la extremada movilidad de sus moléculas. Una porción determinada de un líquido ocupa determinado volumen, pero las más ligeras acciones exteriores modifican profundamente su forma.

Cuando el líquido está sometido a la acción de la gravedad, cada molécula, por su propio peso, tiende a alcanzar el fondo del depósito en que el líquido está contenido. Consecuencia de ello es la exacta adaptación del líquido a la forma del depósito, y la horizontalidad de la superficie libre superior, que recibe el nombre de *nivel.*

2. Forma del nivel. El nivel de un líquido contenido en un depósito de reducidas dimensiones aparece completamente plano, si bien en la proximidad de las

paredes la adherencia determina pequeñas irregularidades (§ 11-7). En los grandes lagos y en los mares se puede notar que la superficie de nivel tiene la forma de la superficie esférica terrestre (fig. 22).

§ 44. Transmisión de la presión

1. La ley de la transmisión de la presión se expresa así: *Cuando sobre una superficie de área* q, *recibe un líquido encerrado en un depósito una presión determinada,* p, *el líquido transmite la misma presión en todas direcciones,* de modo que cualquier porción de área *q*, de la pared del vaso, recibe la misma presión *p*.

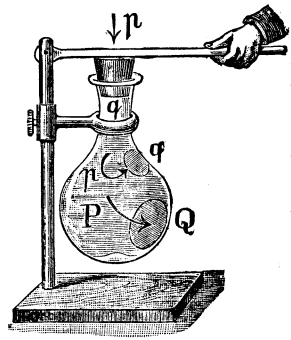


Fig. 153. — Transmisión de la presión.

a) Resulta de la ley anterior que la presión inicial *p* determina la existencia de tantas presiones *p* como veces esté contenida el área *q* en la superficie total del vaso. Por lo tanto, la presión *p* experimenta una multiplicación al ser transmitida por el líquido.

b) La presión correspondiente a la unidad de superficie será la misma en todos los puntos del depósito. Por consiguiente, si *Q* es una superficie mayor (o menor) que *q*, la presión *P* que la primera reciba será tantas veces mayor (o menor) que *p* como lo sea *Q* respecto a *q;* y tendremos:

$$\frac{P}{p} = \frac{Q}{q}$$

es decir: las presiones son directamente proporcionales a las superficies que las reciben.

2. Comprobación experimental. *a)* **La transmisión de la presión en todos sentidos** se comprueba por medio del aparato representado en la figura 154.

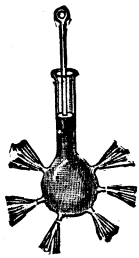


Fig. 154. Comprobación experimental.

Un tubo, que puede ser recorrido por un pistón, termina en una esfera provista de numerosos orificios. Si se llena el aparato de agua y se empuja el pistón, el líquido sale con igual ímpetu por todos los orificios.

b) **La existencia de presiones en el seno de los líquidos** se evidencia mediante el diablillo de Descartes o ludión.

Una ampollita de cristal, abierta por debajo, contiene la cantidad de agua precisa para que flote apenas en el mismo líquido contenido en una probeta (fig. 155). Cerrada ésta con una membrana de caucho, basta empujar la membrana para que la presión transmitida por el líquido comprima el aire contenido en la ampollita, con lo que aumenta la cantidad de agua en el interior de la misma, y cae ésta al fondo del vaso. Cuando se deja de efectuar presión sobre la membrana, el ludión asciende de nuevo.

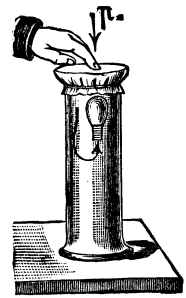


Fig. 155.—Ludión.

c) **La proporcionalidad de las presiones a las superficies** puede demostrarse con el aparato cuya parte superior está representada por la figura 156.

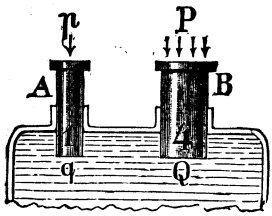


Fig. 156. — $\frac{P}{p} = \frac{Q}{q}$

Consiste en un recipiente de paredes muy resistentes, provista la superior de dos orificios que llevan perfectamente ajustados dos émbolos. Si una vez lleno por completo de agua o de aceite el recipiente, se carga el émbolo *A*, de sección *q*, con un peso, por ejemplo, de

80 g, y el *B*, cuya sección *Q* supondremos cuatro veces mayor que *q* ($Q = 4\,q$), con otro peso igual a $4 \times 80 = 320$ g, las dos presiones se equilibrarán; pero el émbolo *B* deberá ascender en cuanto disminuya su carga de 320 gramos.

3. Los líquidos son casi por completo incompresibles, es decir, su volumen apenas disminuye por la presión.

Para probar esa incompresibilidad, se puede emplear un aparato como el de la figura 156, de paredes de cristal (figura 157), e introducir en él una vasija *C* cuya parte superior *W*, ancha y cerrada, está llena de agua, y cuya parte curvada contiene una cantidad de mercurio suficiente para formar una separación completa entre el agua de *W* y la del recipiente exterior. Cerrada la abertura *B*, se ejercen sobre la *A* presiones de 100, 200, 300 g y se ve que el mercurio apenas se eleva en la rama *W*.

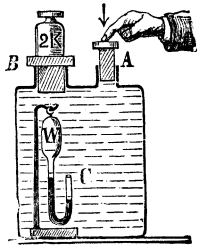


Fig. 157. Incompresibilidad.

Se denomina **coeficiente de compresión** la reducción de volumen que experimenta 1 litro del líquido dado bajo la acción de la presión de 1 Kg por cm² (1 atmósfera). El coeficiente de compresión vale:

para el agua	para el mercurio	para el alcohol
0,000 050	0,000 003	0,000 080

EJEMPLO: Se ejerce una presión de 4 atmósferas sobre 5 litros de agua: ¿cuál es la reducción de volumen? — Se multiplicará el coeficiente por la presión y por el volumen:

$$5 \times 4 \times 0{,}000\,05 = 0{,}001 \text{ litro} = 1 \text{ cm}^3.$$

§ 45. La prensa hidráulica

1. La prensa hidráulica (Brahma, 1795) es una máquina mediante la cual se utiliza la ley de la proporcionalidad entre las presiones y las superficies. Consiste, en esencia, en **dos cilindros, uno estrecho y otro**

ancho, provistos de los correspondientes émbolos y unidos por un tubo transversal. Para emplear el aparato deben estar ambos cilindros y el tubo que los une llenos de agua o de aceite.

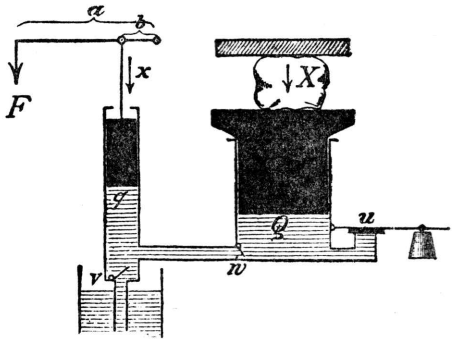


Fig. 158. — Prensa hidráulica.

Del fondo del cilindro estrecho parte un tubo que penetra en un depósito de agua o de aceite y está provisto de la válvula V de aspiración; el tubo de unión entre ambos cilindros lleva la válvula w de compresión, y el cilindro mayor comunica con la válvula u de seguridad (§ 29-7).

Las válvulas son unos cierres automáticos usados en las conducciones de líquidos o gases y destinados a permitir el paso del flúido en un sentido e impedirlo en el sentido opuesto. Pueden ser cónicas, esféricas, de chapa, etc.

La válvula V de aspiración evita el retorno, al depósito inferior, del agua que ha subido al cilindro delgado; la de compresión w evita el retorno al cilindro estrecho del agua que ha sido impelida hacia el cilindro mayor. La válvula de seguridad evita la producción de presiones peligrosas que pudieren hacer estallar las paredes del cilindro grande.

2. Cálculo de la presión producida, P. Si el émbolo menor recibe una presión x hacia abajo, la presión X hacia arriba que ejercerá el émbolo mayor, será fácil determinarla con auxilio de la proporción:

$$\text{I)} \qquad X : x = Q : q.$$

Mas la presión x no se ejerce sobre el émbolo me-

nor directamente, sino mediante una palanca de brazos a y b; si llamamos F la fuerza que ha de actuar en el extremo del brazo a para producir la fuerza x en el extremo del brazo b, tendremos:

$$\text{II)} \qquad x\,b = F\,a.$$

De la combinación de las igualdades I y II resulta:

$$\text{Presión producida } P = X = \frac{aQ}{bq}\,F.$$

Como cilindros y pistones tienen de ordinario la sección circular, se podrá substituir la razón de las superficies $\left(\frac{Q}{q}\right)$ por la de los cuadrados de los diámetros, y tendremos: $P = \frac{a\,D^2}{b\,d^2}\,F$.

EJEMPLO: En una prensa hidráulica, $a = 50$ centímetros; $b = 10$ cm; $D = 75$ cm; $d = 15$ cm, ¿qué presión producirá un hombre, aplicando una fuerza de 40 Kg al extremo de la palanca?

$$P = \frac{50 \times 5625}{10 \times 225} \times 40 = 5000 \text{ Kg.}$$

3. Aplicaciones de la prensa hidráulica. En todas las operaciones industriales que requieren grandes presiones, se emplea la prensa hidráulica. Especialmente se emplea este aparato:

a) Para **elevar** grandes pesos.

b) Para **ensayar la resistencia** de cadenas, calderas de vapor, materiales de construcción, aparatos de sondeo, etc.

c) Para **estrujar** ciertos frutos (aceitunas).

d) Para **comprimir y embalar** materias sueltas (algodón, papel, heno, paja).

4. En los acumuladores hidráulicos se almacena agua a presión.

Un acumulador hidráulico (fig. 159) es un cilindro metálico vertical de bastante altura, provisto de un pistón (émbolo buzo) sobre el que actúa un gran peso. El motor

cuya energía se trata de almacenar, acciona una bomba y ésta envía el agua al cilindro del acumulador, donde eleva el pistón y el correspondiente peso. Cuando el pistón desciende, envía, por una tubería inferior, el agua a presión a los mecanismos en que debe ser utilizada.

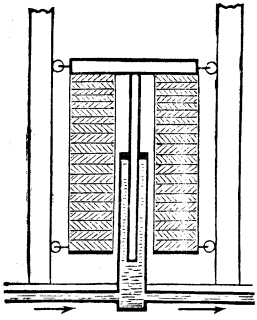


Fig. 159. — Acumulador hidráulico.

APLICACIONES: En los puertos, para mover las grúas; en las fábricas, para doblar gruesas planchas metálicas (empleado en lugar de grandes martinetes); en la regulación del movimiento de algunos motores, etc. — El acumulador hidráulico de los talleres Krupp, con la presión de 600 Kg por cm^2 y un diámetro de pistón de 103 centímetros, ejerce una presión de 5 millones de kilogramos.

Problemas

1. En una **prensa hidráulica**, $q = 2$ cm^2, $Q = 180$ cm^2, $a = 49$ cm, $b = 7$ cm, la fuerza empleada $F = 2$ Kg y el rendimiento de la prensa $\eta = 0{,}8$ ¿Cuál es la presión producida? ¿Podrá aplastarse, mediante esa prensa, un trozo cúbico de ladrillo, de lado igual a 5 cm, y de resistencia igual a 50 Kg por cm^2? — R.: 1008 Kg; no.

2. ¿Cuál debe ser la razón $\frac{Q}{q}$ en una prensa hidráulica con la que se debe aplastar un **cubo de mármol** de 1 dm^3, y en la que $a = 64$ cm; $b = 8$ cm, $F = 5$ Kg y $\eta = 0{,}8$? — R.: 1 : 2500.

3. El **émbolo** de la bomba de una prensa hidráulica tiene un diámetro de 18 mm, y el de la prensa uno de 0,36 m. ¿Con qué fuerza será empujado el émbolo mayor si la fuerza que actúa en el extremo del brazo de potencia es $F = 50$ Kg, y la razón de los dos brazos es tal, que multiplica por 12 el valor de la potencia? — R.: 240 000 Kg.

4. El pistón de un **acumulador hidráulico** tiene 1 m de diámetro y ejerce una presión de 80 Kg por cm^2; ¿qué potencia desarrollará cuando el pistón descienda 0,5 metros en $^1/_3$ minuto? — R.: 140 HP.

§ 46. La presión sobre el fondo

1. La presión que el líquido, por la acción de su peso, ejerce sobre el fondo horizontal de la vasija que lo contiene, recibe el nombre de **presión sobre el fondo.**

2. Ley de Pascal. *Esta presión es independiente de la forma del vaso* e igual al peso de una columna de líquido que tuviera por base (q cm^2) el fondo en cuestión y por altura (h cm) la distancia al nivel. Semejante columna contendría $q\,h$ cm^3 de líquido; y si cada cm^3 pesa e g (e = peso específico), la presión sobre el fondo valdrá:

Presión sobre el fondo = $q\,h\,e$ gramos

a) DEMOSTRACIÓN: Si se trata de un vaso cilíndrico es evidente que la presión que recibe la porción q de su fondo es igual al peso de la columna líquida hq que gravita directamente sobre el área considerada. Pero cuando la vasija tiene la forma B (fig. 160), la porción q recibe directamente sólo el peso de la columna y; sin embargo, la presión de la columna x se propaga en todos sentidos (§ 44-1) y, por lo tanto, la presión total sobre la porción q del fondo será igual a la suma de pesos de las columnas x e y, es decir, al peso de la columna que tiene por base q y por altura h.

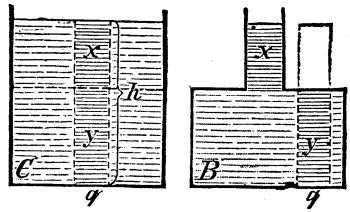


Fig. 160. — Presión sobre el fondo.

b) COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL. Tres vasijas de muy diferente forma, A, B y C (fig. 161), pero de igual área de fondo, se pueden fijar una a una en un soporte. El fondo de todas ellas está constituído por un disco T, movible, aplicado, mediante una palanca y un contrapeso G, contra el

borde anular R de la vasija. En ésta, poco a poco, se va vertiendo agua, con lo cual aumentan gradualmente la altura y la presión sobre el fondo, hasta que llega un momento en que es vencida la acción del contrapeso G; entonces la placa T se separa del borde R y deja escapar agua hasta que G vuelve a contrarrestar la presión del líquido que queda en el vaso. — Pues bien: cualquiera que sea, de las tres vasijas A, B y C, la colocada en el soporte, es precisa la misma altura (y no la misma cantidad de líquido) para contrarrestar la acción del contrapeso.

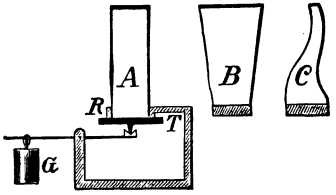


Fig. 161. — Aparato de Pascal.

c) El hecho de no depender la presión sobre el fondo de la cantidad de líquido contenido en el recipiente se designa con el nombre de **paradoja hidrostática** (paradoja = contradicción).

3. La presión del agua crece con la profundidad y se mide, como la del aire (§ 56), en atmósferas (1 at = 1 Kg por cm²). Una columna de 10 m de agua produce una presión igual a 1 atmósfera:

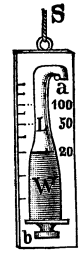


Fig. 162.-Medidor de profundidades.

Aparatos: *a)* La presión del agua se determina por medio de manómetros parecidos al representado en la figura 201, pero con la cajita llena de agua cuya presión se mide. *b)* Se puede deducir la profundidad conociendo la presión observada; a este fin se emplean los **medidores de profundidad** (fig. 162).

Problemas

1. Un vaso cilíndrico, de una altura $h = 30$ cm y un radio $r = 2$ cm, está lleno de mercurio hasta $^1/_3$ de su altura. ¿Qué presión reciben: *a)* 1 cm² del fondo; *b)* el fondo entero? (Peso específico del mercurio $e = 13{,}6$.) — R.: 136 g; 1710 g.

2. A lo largo de la pared de una casa que tiene una

altura de 15 m desde el sótano hasta el tejado, está fijado un tubo que termina por su parte inferior en un depósito de 10 cm de altura y 1 m² de fondo. ¿Qué presión debe resistir este fondo cuando depósito y tubo están llenos de agua? — R.: 15 000 Kg.

3. Los radios de las dos bases de **una vasija** que tiene la forma de cono truncado son de 6 y 10 cm, y la altura es de 20 cm; *a)* ¿cuál es el peso del agua necesaria para llenarla por completo? *b)* ¿cuánto vale la presión sobre el fondo si lo ocupa la base mayor? *c)* ¿y cuánto si es la base menor la que constituye el fondo? — R.: *a)* 4105 g; *b)* 6283 g; *c)* 2262 g.

4. ¿Qué presión debería resistir **un buzo** a 120 m de profundidad? — R.: 12 atmósferas.

§ 47. Presión sobre las paredes

1. Se designa con el nombre de **presión sobre las paredes** la que el líquido ejerce sobre una porción lateral de la vasija que lo contiene.

2. La presión sobre una pared es igual a la presión sobre el fondo, en igualdad de altura.

DEMOSTRACIÓN: Para determinar la presión sobre la porción muy pequeña *q* de la pared, imaginemos un plano horizontal que corte el depósito exactamente por encima de la porción considerada. El líquido contenido en el recipiente quedará dividido en dos porciones, *A* y *B*, la inferior de las cuales, *A*, y todos los puntos de su superficie, entre ellos *q*, reciben la presión debida a la porción superior *B*. La masa *B* ejerce sobre la superficie de área *q* de su fondo, es decir, del nivel superior de la porción *A*, una presión igual al peso de la columna *x* (fig. 163) y, por consiguiente, la misma área *q* de pared, situada a igual altura que la *q* del plano horizontal, recibe la misma presión por propagarse ésta en todas direcciones.

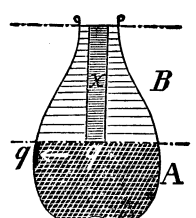


Fig. 163. — Presión sobre la pared.

Presión sobre la pared $= q \times h \times e$

a) En el caso de que la porción de pared considerada no sea un elemento q extremadamente pequeño, sino una porción de dimensiones considerables, y aun la pared entera, puede utilizarse todavía la fórmula anterior, tomando por altura h **la del nivel libre sobre el centro de gravedad** de la porción de pared considerada.

b) El punto en que la presión sobre la pared corta la misma pared, es decir, el punto de aplicación de la resultante de las presiones que los elementos de pared reciben, se denomina **centro de presión.** Está siempre más bajo que el centro de gravedad del área de la pared; en el caso de ser ésta rectangular, está a los $^2/_3$ de la altura, contados a partir del nivel del líquido.

3. Efecto de la presión lateral. La presión lateral tiende a poner en movimiento la pared sobre la cual actúa. En las vasijas ordinarias, las paredes opuestas están sólidamente unidas, y la presión que una de éstas sufre está contrarrestada por la presión que experimenta la pared de enfrente: de aquí que a pesar de las acciones motrices de ambas presiones, permanezca en reposo la vasija.

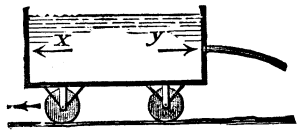


Fig. 164. — Reacción.

Pero si en una de las paredes se abre un agujero, falta la porción de pared que recibía la presión y; la presión x, igual a la y, que actúa sobre la correspondiente porción de la pared opuesta, deja de estar contrarrestada, y su acción motriz se revela por el empuje que recibe la vasija. La vasija se mueve, pues, o tiende a moverse en sentido opuesto a aquel en que sale el líquido por el orificio: por esto la presión lateral no contrarrestada, causa del movimiento de la vasija, recibe el nombre de *presión de reacción.*

COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL. Mediante un tubo flexi-

ble de caucho *S* (fig. 165) se enlaza el pico de una espita *W* a un tubo de vidrio doblado por su extremo inferior en ángulo recto. Mientras la espita está cerrada, el tubo de vidrio se mantiene vertical, pero se inclina hacia atrás en cuanto se deja salir el agua.

Fig. 165. Reacción.

4. En **la reacción** de la salida de un líquido, o sea en la presión, no equilibrada, sobre una pared, **se funda el llamado molinete hidráulico** (Segner, 1750).

DESCRIPCIÓN: Consiste en un depósito *C*, destinado a contener la columna de agua que debe ejercer la presión, y que gira alrededor de su eje vertical; de la parte inferior parten dos o más tubos horizontales doblados horizontalmente por el extremo en ángulo recto, de modo que todas las aberturas estén dirigidas en el mismo sentido con relación al eje (fig. 166). Cuando el agua sale por esas aberturas, el molinete gira en sentido opuesto, a causa de las presiones laterales *x* no contrarrestadas, que actúan todas, en igual sentido, al extremo de los brazos de palanca formados por las porciones horizontales de los tubos.

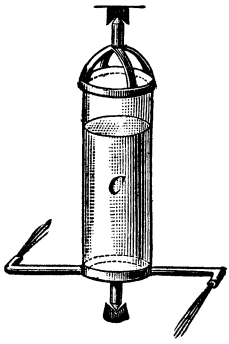


Fig. 166. — Molinete hidráulico.

5. Las turbinas de reacción constituyen una aplicación industrial del molinete hidráulico. Las hay de eje vertical (fig. 167) y de eje horizontal.

En ellas, el agua es conducida a un espacio *F*, de donde una corona fija de palas directrices (**distribuidor**) la envía a una rueda móvil (**rodete**) formada de otra serie de palas de forma especial: al descargarse el agua por los pasos que el rodete deja libres, la reacción que actúa sobre las palas determina el movimiento de rotación del árbol del rodete. Ese árbol lleva las poleas, ruedas dentadas u otros

órganos de transmisión o aprovechamiento del trabajo desarrollado por el salto de agua.

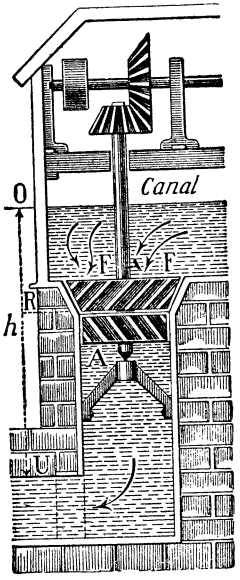


Fig. 167. — Turbina.

6. Tipos antiguos de ruedas hidráulicas. Las antiguas ruedas hidráulicas, casi siempre de eje horizontal, correspondían a dos tipos principales. El de la rueda por encima (fig. 169) y el de la rueda de costado o por debajo (fig. 168).

En las ruedas por encima, el agua caía en los cajones (álabes) de que estaba provista la periferia de la rueda, y actuaba por su peso.

En las ruedas de impulso lateral o por debajo el agua actuaba por su velocidad. Las ruedas de los antiguos buques de vapor eran verdaderas ruedas hidráulicas, pero de efecto invertido.

7. La potencia teórica de un salto de agua se determina multiplicando la altura del salto (en metros) por el peso del agua que cae por segundo (en Kg):

$$Ni = \frac{P \times h}{75} \text{ HP}$$

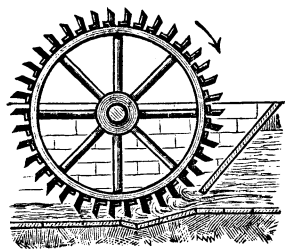


Fig. 168.—Rueda hidráulica.

La potencia efectiva de la rueda hidráulica o turbina con que se aprovecha un salto de agua, es siempre menor que aquella potencia teórica, pues hay trabajo absorbido por el rozamiento y demás resistencias pasivas (§ 36). Para calcular la potencia efectiva hay que multiplicar la potencia teórica por el rendimiento de la máquina. El rendimiento de las buenas turbinas se apro-

xima y aun pasa de 80 %. Es muy general admitir un rendimiento de 75 %. — La catarata del Niágara puede proporcionar una potencia de más de diez millones de caballos.

Problemas

1. Una vasija cúbica de 1 dm de lado está llena de mercurio. ¿Qué presión recibe una superficie de 1 mm² colocada a 1, 2, 3, 4... cm bajo la superficie de nivel? ¿Y cuál es la presión que recibe cada una de las paredes? — R.: 0,136 g, 2 × 0,136 g, etc.; 6,8 Kg.

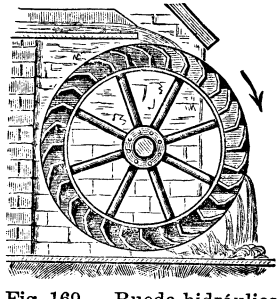


Fig. 169. — Rueda hidráulica.

2. Un molinete hidráulico presenta tres aberturas de salida, de 3 mm² de sección y a 30 cm de distancia del eje del aparato. ¿Cuál es el momento de la reacción determinada por la salida del agua que llena el depósito hasta la altura de 80 cm? — R.: 432 g-cm.

3. Una turbina destinada al aprovechamiento de un salto de agua de una altura de 4 m y un gasto de 2 m³ de agua por segundo, produce 76 caballos. ¿Cuál es el valor del rendimiento? — R.: 71 %.

§ 48. Vasos comunicantes

1. Vasos con un solo líquido. Se llaman vasos comunicantes los enlazados entre sí mediante uno o varios tubos transversales. Si llena tales vasos un mismo líquido, sólo se consigue el equilibrio cuando todas las superficies de nivel están en el mismo plano horizontal (figura 170).

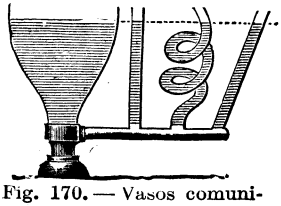


Fig. 170. — Vasos comunicantes.

DEMOSTRACIÓN: Si imaginamos una sección cualquiera del tubo, tendremos que para

lograr el equilibrio de la lámina líquida que la ocupa, deberemos someterla a presiones iguales por ambas caras; por lo tanto, si la presión que recibe por la derecha es $q\,h\,e$ (siendo q el área de la lámina considerada), la presión $q\,h'\,e$ ejercida por la izquierda deberá ser igual a la anterior, lo cual exige que h sea igual a h'.

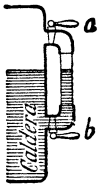


Fig. 171. Indicador de nivel.

APLICACIONES. *a)* **El indicador del nivel** del agua en las calderas de vapor, es un tubo de vidrio vertical que por ambos extremos comunica con la caldera y en el cual alcanza el agua el mismo nivel que en la caldera (fig. 171). ¿Por qué están provistos de llaves los dos codos de comunicación con la caldera? ¿Por qué para la observación del nivel, ambas llaves deben estar abiertas?

b) **El nivel de agua** consiste en dos tubos de cristal, verticales, unidos mediante un tubo horizontal de hasta 2 m de longitud. Este aparato se aplica en las nivelaciones y en la agrimensura. — EJEMPLO: El punto A del paisaje representado en la figura 172, ¿cuántos centímetros está más bajo que el punto B?

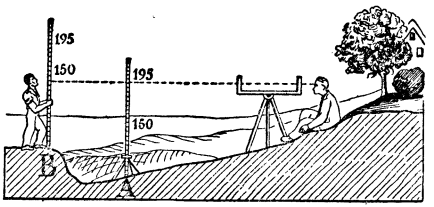


Fig. 172. — Nivelación.

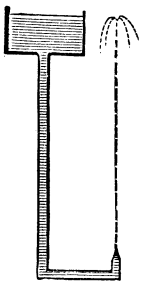


Fig. 173. Surtidor.

c) **Los surtidores.** El agua que procedente de una altura h, sale en dirección vertical por un orificio estrecho y dirigido hacia arriba, tiende a alcanzar una altura igual a la del nivel del depósito; mas el rozamiento, la resistencia del aire y el empuje de las gotas que caen después de haber alcanzado el extremo de su carrera, reducen el valor de la altura que el chorro llega a alcanzar.

d) **Manantiales de agua.** La lluvia caída en montañas cubiertas de bosques es casi siempre recogida en cavidades subterráneas cuyas aberturas de salida están constituídas por las distintas fuentes

naturales situadas en la base o en las laderas de las montañas. Algunas veces los depósitos subterráneos de agua pueden estar comprendidos entre dos capas de terreno impermeable; en este caso, cuando se perfora la capa superior en un punto situado en el valle, el agua asciende por la abertura practicada y llega con frecuencia a alcanzar un nivel más alto que la superficie del terreno: éste es el origen

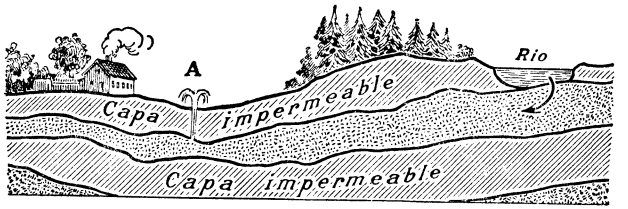


Fig. 174. — Teoría de los pozos artesianos.

de los **pozos artesianos** (fig. 174). La construcción de esos pozos ha convertido en fértiles oasis muchas regiones áridas y desiertas.

e) **El agua subterránea.** El agua de los ríos, sobre todo cuando éstos recorren terrenos arenosos, se extiende por bajo tierra a distancia considerable. De aquí que al perforar el terreno hasta suficiente profundidad, se llegue a encontrar el nivel del agua subterránea (construcción de pozos, figura 175). El nivel del agua subterránea varía con el nivel de los ríos, pero no siempre coincide con este nivel, siendo, en general, más elevado (fig. 190).

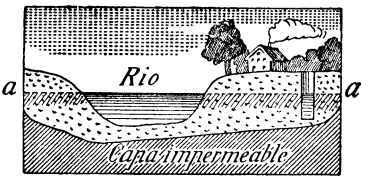


Fig. 175. — Agua subterránea.

2. Vasos comunicantes, con distintos líquidos. Si dos vasos comunicantes contienen líquidos de distinta densidad, por ejemplo, uno agua y otro mercurio, el líquido más denso pasa a ocupar la parte inferior de ambos vasos y alcanza en el suyo una altura inferior a la alcanzada en el otro vaso por el líquido más ligero.

DEMOSTRACIÓN. Por la superficie de contacto de ambos líquidos imaginemos trazado un plano horizontal AB (figura 176). La porción de líquido más denso inferior a AB actuará a modo de balanza con respecto a las presiones que reciba por uno y otro lado. 1 cm² del plano AB recibe en un vaso (el del líquido ligero) la presión $1 \times h_1 \times e_1$, y 1 cm² del mismo plano recibe en el otro vaso la presión $1 \times h_2 \times e_2$; para que haya equilibrio, ambas presiones deben ser iguales, en virtud de la ley de la transmisión de las presiones en todas direcciones, y por tanto, $h_1 \times e_1 = h_2 \times e_2$, o sea:

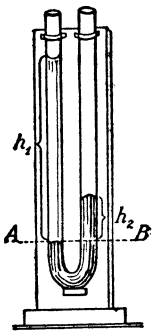


Fig. 176. — Vasos comunicantes.

$$\underbrace{h_1 : h_2}_{\text{alturas}} = \underbrace{e_2 : e_1}_{\text{pesos específicos}}$$

es decir: *las alturas son inversamente proporcionales a los pesos específicos.*

APLICACIÓN. Esta ley puede ser aplicada a la determinación del peso específico de los líquidos.

EJEMPLO: En un tubo encorvado en U se echa primero mercurio, y después, en una de las ramas, agua hasta una altura de 34 cm; con lo cual el mercurio asciende en la otra rama a la altura de 2,5 cm sobre el plano AB (fig. 176); ¿cuál es el peso específico del mercurio?

Tenemos:

para el agua, altura $h_1 = 34$ cm; peso específico $e_1 = 1$
para el mercurio, altura $h_2 = 2{,}5$ cm; peso específico $e_2 = ?$

$$34 : 2{,}5 = e_2 : 1; \qquad e_2 = 13{,}6$$

Problemas

1. Dos vasos comunicantes contienen respectivamente agua y petróleo; la altura del agua es $h_1 = 20$ cm y la del petróleo $h_2 = 25$ cm; ¿cómo se puede deducir de estos datos el peso específico del petróleo?

2. Dos tubos comunicantes de secciones respectivamente

iguales a 8 cm^2 y 2 cm^2 contienen mercurio; al llenar el tubo estrecho con 272 g de agua, ¿cuánto subirá el nivel del mercurio en el tubo ancho? — R.: 10 cm.

§ 49. El empuje hacia arriba

1. Presión hacia arriba. Toda superficie horizontal *q* en el interior de un líquido experimenta la acción de dos presiones: una dirigida hacia abajo e igual al peso de la columna líquida que gravita sobre la superficie considerada, y otra, de igual intensidad, dirigida hacia arriba y que sostiene el peso de la expresada columna.

COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL. Para comprobar experimentalmente la existencia de la presión hacia arriba se introduce en el agua un ancho tubo de cristal, cuya boca inferior se haya obturado por la aplicación de un disco de vidrio o de metal (figura 177); entonces se puede soltar el disco sin que caiga, por impedírselo aquella presión; para determinar el valor de la misma, se vierte en el tubo, por la boca superior, agua teñida, y el disco se desprende cuando el nivel del agua interior coincide con el de la externa. — ¿Qué sucedería si en vez del disco rígido de vidrio o de metal se empleara una membrana elástica?

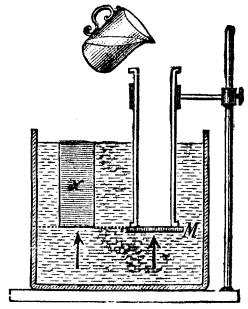


Fig. 177. — Presión hacia arriba.

2. Principio de Arquímedes. Todo líquido ejerce un empuje hacia arriba sobre los cuerpos sólidos sumergidos en él. La magnitud del empuje fué descubierta por Arquímedes, y la regla que la determina se conoce con el nombre de principio de Arquímedes. Es ésta:

Un cuerpo sumergido en un líquido experimenta una pérdida de peso igual al peso del líquido que desaloja.

Si el volumen del cuerpo sumergido es v, su peso específico e, y el peso específico del líquido e_1, podremos establecer las siguientes fórmulas:

$$\text{Peso del cuerpo} \downarrow P = v \times e$$

$$\text{Empuje hacia arriba} \uparrow A = v \times e_1$$

DEMOSTRACIÓN. Si imaginamos por un momento el sólido sumergido convertido en líquido de igual naturaleza que el que lo rodea, tendremos que esta nueva porción líquida se mantendrá flotando en el seno de la masa flúida, sin presentar ninguna tendencia a la caída ni al ascenso; por consiguiente, existe un empuje que equilibra su peso, empuje que debe conservar su valor cuando la porción líquida supuesta es substituída por el sólido sumergido.

Fig. 178.-Empuje hacia arriba.

COMPROBACIONES EXPERIMENTALES. *a)* **Del platillo de un pesacartas o balanza** (figura 179) **se suspende el cuerpo sólido** M (p. ej., un trozo de mármol) y se lee el peso en el arco graduado. Sin descolgar el cuerpo, se le introduce en el agua de un vaso que esté lleno a rebosar y provisto de un tubo vertedero. Se observarán dos efectos interesantes: 1.° La aguja indicadora retrocederá y marcará como si el cuerpo, dentro del agua, fuese A gramos más ligero. 2.° Se verterá la cantidad W de agua desalojada por el cuerpo. Recogiendo esa agua en un vasito, podrá comprobarse fácilmente que su peso es $W = A$.

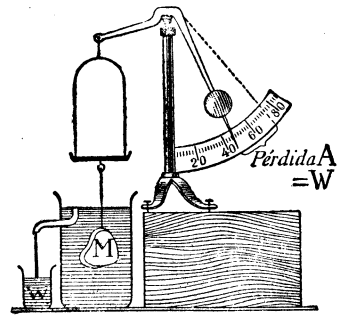


Fig. 179.—Comprobación del principio de Arquímedes.

b) **Se puede utilizar un cilindro metálico hueco** B **al que se adapta perfectamente otro macizo** A (fig. 180).

Equilíbranse primero con pesas, colocándolos ambos en uno de los platillos de la balanza. Al introducir luego en el agua el cilindro macizo *A*, la balanza indica una pérdida de peso. Basta, para restablecer el equilibrio, llenar exactamente con agua el cilindro hueco *B*.

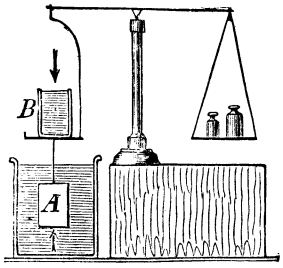


Fig. 180. — Comprobación del principio de Arquímedes.

OBSERVACIÓN: Con arreglo a la ley: **acción = reacción,** si el líquido ejerce sobre el sólido en él introducido un empuje vertical hacia arriba, el sólido debe ejercer sobre el líquido otro empuje vertical hacia abajo, de igual magnitud que el primero. Y en efecto, si el vaso en que se ha de introducir el sólido se instala en un platillo de una balanza de platillos superiores, podrá observarse que al introducir el sólido en el agua, el vaso experimenta un aumento de peso exactamente igual a la pérdida sufrida por el sólido.—Este hecho permite determinar el empuje hacia arriba que experimenta un cuerpo flotante (por ejemplo, un tapón de corcho) cuando se le sumerge completamente en el agua: se fija el cuerpo a una aguja de hacer calceta, y se le introduce en el agua de un vaso colocado sobre el platillo de una balanza; el aumento de peso del vaso dará el valor del empuje.

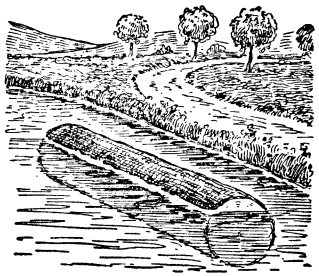


Fig. 181. — Flotación.

§ 50. La flotación

1. Condiciones para la flotación. Al introducir un cuerpo en un líquido puede ocurrir:

a) que el sólido sea más denso que el líquido, es decir, que el empuje $A \uparrow$ sea menor que el peso $P \downarrow$ **del cuerpo: entonces éste se hunde;**

b) que el sólido sea de igual densidad que el líquido, es decir, que el empuje $A \uparrow$ sea igual al peso $P \downarrow$: el cuerpo se mantiene **entre dos aguas** en el seno del líquido;

c) que la densidad del sólido sea menor que la del líquido, es decir, que el empuje $A \uparrow$ sea mayor que el peso $P \downarrow$: en este caso, el sólido **flota** o **sobrenada.**

Por consiguiente, la condición para que el sólido se mantenga en equilibrio en el seno del líquido es:

Peso del sólido $P \downarrow$ = Empuje hacia arriba $A \uparrow$

α) **Volumen de la porción sumergida.** Cuando el sólido no se introduce por completo en el líquido (fig. 181), sino que el volumen sumergido es sólo v, siendo el volumen total V, el empuje hacia arriba vale $v \times e_1$, y como la condición del equilibrio es $P = A$, tendremos:

$$\underbrace{V \times e}_{\text{peso del cuerpo}} = \underbrace{v \times e_1}_{\text{peso del líquido desalojado}}$$

o bien

$$v : V = e : e_1,$$

es decir: *en los cuerpos flotantes, la razón del volumen sumergido al volumen total es igual a la razón del peso específico del sólido al peso específico del líquido.*

β) **Comprobación mediante el experimento de Alkhazini (1121).** Se toma un flotador (es decir, un cuerpo que sobrenade en el agua) S y un vaso B, y se determina el peso $B + S$. Se introduce el flotador en el agua de un vaso provisto de tubo vertedero y se recoge en el vaso B el agua W vertida. Se determina el peso $B + W$ y se encuentra igual a $B + S$.

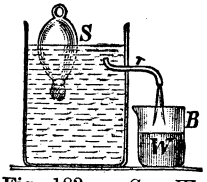


Fig. 182. — $S = W$.

2. Los cuerpos sólidos de mayor peso específico que un líquido determinado no pueden flotar en éste más que estando huecos.

Así se explica la flotación, en el agua, de los buques

acorazados, de los cinturones salvavidas, de las boyas, de las botellas herméticamente cerradas, etc.

La porción sumergida del cuerpo desaloja una cantidad de líquido cuyo peso es igual al total del cuerpo; por consiguiente:

| Cada tonelada corresponde a 1 m^3 de agua desalojada |

3. Estabilidad de los cuerpos flotantes. Dos fuerzas, iguales y opuestas, actúan sobre todo cuerpo flotante: 1.ª, el peso $G \downarrow$ propio del cuerpo y aplicado al centro de gravedad S; 2.ª, el empuje $A \uparrow$ aplicado en el punto W correspondiente al centro de gravedad de la masa líquida desalojada. Ambas fuerzas constituyen un par que tiende a hacer girar el cuerpo.

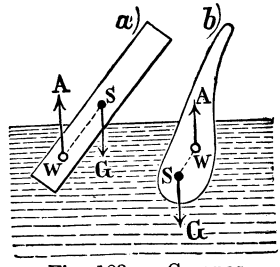


Fig. 183. — Cuerpos flotantes.

Si el punto S está más alto que el punto W, el giro producido vuelca al cuerpo: éste es el caso del lápiz que se pretende mantener vertical en el agua.

Si S está más bajo que W, el giro producido pone el cuerpo derecho (areómetros).

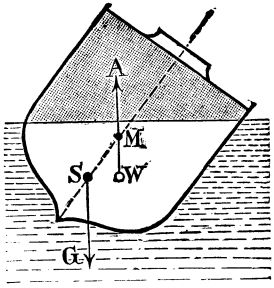


Fig. 184. — M, metacentro.

La flotación de un cuerpo es, pues, estable, cuando el centro de gravedad del cuerpo está más bajo que el centro de gravedad del agua desalojada (centro de empuje o de presión). Hay casos en que esta condición no es necesaria, pudiendo la flotación ser estable aunque el centro de presión esté a igual altura y hasta más bajo que el centro de gravedad. Tal ocurre con los buques. El punto que en estos casos debe estar forzosamente más alto que el centro de

gravedad es el de intersección del eje del cuerpo flotante con la vertical que pasa por el centro de presión (fig. 184), punto que recibe el nombre de **metacentro.**

APLICACIONES. La forma de los buques asegura al metacentro una altura superior a la del centro de gravedad. — La carga más pesada (lastre) se instala en el fondo del buque con análogo objeto. — El ladeo de la carga de cubierta aparta el centro de gravedad del eje del buque, lo cual determina un cambio (que puede ser peligroso) de la posición del metacentro con respecto a aquel centro de gravedad.

Problemas

1. Un cubo de hoja de lata, vacío, de 1 dm de lado y 100 g de peso, flota en el agua. ¿Cuál es la altura de la parte sumergida? ¿Y cuál será cuando esté lleno de petróleo hasta la mitad? — R.: 1 cm; 5 cm.

2. Una esfera hueca, de diámetro exterior $d = 10$ cm, pesa 80 g. ¿Cuántos perdigones de $^1/_{10}$ g habrá que introducir en ella para que se sostenga *en el seno* del petróleo? — R.: 3389.

3. Un objeto de madera que pesa 1600 g. flota en el agua: ¿cuánta agua desaloja? ¿y cuánto petróleo desaloja cuando flota en el petróleo? (El peso específico del petróleo es 0,8.) = R.: 1600 cm^3; 2000 cm^3.

4. Un hombre pesa 71,5 Kg y tiene un volumen de 70 dm^3. ¿Se hundirá en agua salada cuyo peso específico sea de 1,03? — R.: No.

5. ¿En qué relación deben estar el volumen de la porción visible y el de la porción sumergida de una **montaña flotante** de hielo? (El peso específico del agua del mar es 1,025 y el del hielo 0,92.)

6. ¿Cuánto pesa, sumergido en el agua, 1 Kg de hierro (e=7,2) y cuánto 1 Kg de latón (e=8,4)?—R.: 861 g; 881 g.

7. Se ha instalado en el seno del agua una **balanza de brazos iguales.** *a)* ¿Qué sucederá cuando se coloquen en un platillo 79,59 g de plomo (e=11,37) y en el otro 101,5 g de cristal (e=2,9)? — R.: La balanza se inclinará del lado del plomo.

b) ¿Cuántos gramos de cristal habrá que añadir para equilibrar la balanza? — R.: 9,28.

§ 51. Peso específico de los sólidos

Su determinación mediante el principio de Arquímedes

1. Significación del empuje hacia arriba. Si un cuerpo pesa en el aire p gramos y en el agua sólo p_1, la pérdida de peso $p - p_1$ expresa **el peso de una cantidad de agua** W de volumen igual al del cuerpo dado.

2. Según la definición 2.ª del § 8, el **peso específico de un cuerpo** es igual al número de veces que el cuerpo es más pesado que un volumen igual de agua. Y como, con arreglo a lo que acabamos de decir en 1, el peso del volumen igual de agua viene dado por la pérdida de peso $p - p_1$, se puede establecer la siguiente regla:

Se obtendrá el peso específico de un cuerpo dividiendo su peso por la pérdida que éste experimenta en el seno del agua.

$$e = \frac{p}{p - p_1} = \frac{\text{Peso}}{\text{Pérdida de peso en el agua}}$$

Cualquier balanza puede servir para la determinación de p y p_1. Sin embargo, para mayor comodidad y exactitud, se emplea una balanza de brazos iguales con un gancho en la parte inferior de uno de los platillos, destinado a la suspensión de los cuerpos; semejante balanza recibe el nombre de *balanza hidrostática*.

3. Para determinar el peso específico de un cuerpo se le suspende del gancho de uno de los platillos de la balanza hidrostática, y se determina su peso p en el aire; se introduce el cuerpo, suspendido, en el agua de un vaso y se obtiene el nuevo peso p_1. **Para calcular e se aplica la fórmula anterior.**

La pérdida de peso $p - p_1 = A$ puede determinarse directamente. Una vez equilibrada la balanza para la determinación de p, se introduce el cuerpo en el agua, y se agregan pesas al mismo platillo de que el cuerpo está suspendido, hasta restablecer el equilibrio: las pesas añadidas dan directamente el valor de A. Entonces $e = \frac{p}{A}$.

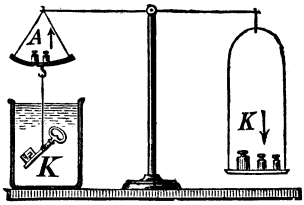


Fig. 185. — Balanza hidrostática.

4. Ejemplos de los distintos casos que pueden presentarse:

1.er caso: El cuerpo sólido se hunde en el agua.

Una llave de hierro que en el aire pesa 38,2 g, en el seno del agua pesa 32,9 g. ¿Cuál es el peso específico del hierro?

$$e = \frac{p}{p - p_1} = \frac{38{,}2}{5{,}3} = 7{,}2.$$

2.° caso: El cuerpo sólido flota en el agua.

PROCEDIMIENTO: Se agrega al cuerpo dado un cuerpo extraño muy denso (p. ej., alambre de plomo) para que el conjunto se hunda. Se determina la pérdida de peso del conjunto y de ella se resta la pérdida del peso del cuerpo extraño.

EJEMPLO: Un trozo de madera pesa en el aire 22,5 g; un trozo de plomo pesa 45,6 g; unidos ambos cuerpos e introducidos en el agua, pesan 34,1 g; el plomo solo, en el agua, pesa 41,6 g. ¿Cuál es el peso específico de la madera?

Pérdida de peso del conjunto de ambos cuerpos en el agua . $(22{,}5+45{,}6)—34{,}1=34{,}0$ g.
Pérdida de peso del plomo en el agua . . . . . $45{,}6—41{,}6= 4{,}0$ g.
Pérdida de peso de la madera en el agua . . . . . $34{,}0— 4{,}0=30{,}0$ g.
Peso específico de la madera . $e = \frac{22{,}5}{30{,}0} = 0{,}75.$

3.er caso: El cuerpo es soluble en el agua.

Cuando el cuerpo se disuelve en el agua, se determina su pérdida de peso en el seno de otro líquido que no le disuelva, se calcula el peso específico del cuerpo con respecto a dicho líquido $\left(d = \frac{p}{p - p_1}\right)$ y se multiplica este valor d por el peso específico del mismo líquido.

EJEMPLO: Un terrón de azúcar pesa en el aire 5,6 g, y en el petróleo (de peso específico 0,8) pesa 2,8 g. ¿Cuál es el peso específico del azúcar?

$$e = \frac{5,6}{5,6 - 2,8} \times 0,8 = \frac{5,6 \times 0,8}{2,8} = 1,6.$$

APLICACIÓN: **Peso específico de las aleaciones.**

Cuando dos metales de peso específico e_1 y e_2 se funden en la proporción de p_1 gramos del primero por p_2 gramos del segundo, o bien de v_1 cm³ del primero por v_2 cm³ del segundo. resulta una mezcla homogénea o aleación, de peso específico e, en cantidad de p gramos o v cm³. Las igualdades

$$e_1 = \frac{p_1}{v_1}, \quad e_2 = \frac{p_2}{v_2}, \quad e = \frac{p}{v} = \frac{p_1 + p_2}{v_1 + v_2},$$

son evidentes, no habiendo reducción de volumen al formarse la aleación; de ellas se deduce:

$$e = \frac{p_1 + p_2}{p_1 e_2 + p_2 e_1} \times e_1 e_2.$$

EJEMPLO: ¿Cuál es el peso específico de las monedas de oro, que están formadas de una aleación de 90 % de oro y 10 % de cobre? (Peso específico del oro, $e_1 = 19,3$; peso específico del cobre, $e_2 = 8,9$.)

$$e = \frac{90 + 10}{90 \times 8,9 + 10 \times 19,3} \times 8,9 \times 19,3 = 17,28.$$

5. El **areómetro de Nicholson** es un aparato que se emplea para determinar el peso específico de los cuerpos sólidos y que consiste en un flotador de plan-

cha metálica, de cuya parte inferior está suspendido un cestillo lastrado, y la superior está prolongada en un estrecho cuello, provisto de una señal x, terminado en un platillo.

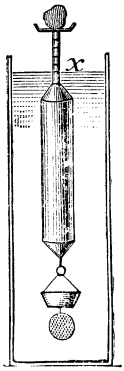


Fig. 186. Areómetro de Nicholson.

Se determina primero el peso P_1 que se ha de colocar en el platillo para conseguir que el aparato penetre en el agua hasta que la señal x coincida con el nivel del líquido. Se repite la operación después de haber colocado el cuerpo en el platillo, y la diferencia entre P_1 y el peso P_2 ahora necesario, indicará el peso p del cuerpo.

Se repite de nuevo la operación después de haber colocado el cuerpo sólido en la cestilla inferior, y si el peso necesario en esta operación para conseguir el enrase de x con el nivel del agua es P_3, la diferencia $P_1 - P_3$ dará el peso del cuerpo dentro del agua; de este valor se deducirá fácilmente el del empuje A. Se tendrá por fin: $e = \frac{p}{A}$.

§ 52. Peso específico de los líquidos

Su determinación mediante el principio de Arquímedes

1. Puede emplearse **la balanza hidrostática,** colgando de uno de los platillos un cilindro o esfera hueca de cristal, lastrado con perdigones o mercurio. Si ese objeto pesa en el aire p gramos, en el seno del agua p_1 gramos y en el seno del líquido cuyo peso específico se trata de determinar p_2 gramos, tendremos, en virtud del principio de Arquímedes, que el **agua desalojada** por el objeto pesa $p - p_1$ gramos y el **líquido desalojado** por el mismo pesa $p - p_2$ gramos. El peso específico del líquido será, pues: $e = \frac{p - p_2}{p - p_1}$, es decir, *se obtiene el peso específico del líquido dividiendo la*

pérdida de peso que un cuerpo sólido experimenta en dicho líquido por la pérdida de peso que el mismo objeto sufre en el agua.

EJEMPLO: Un objeto de cristal pesa en el aire 36,4 g, en el agua 22,4 g y en el aceite de linaza 23,2 g. ¿Cuál es el peso específico del aceite de linaza?

$$e = \frac{36{,}4 - 23{,}2}{36{,}4 - 22{,}4} = \frac{13{,}2}{14{,}0} = 0{,}943.$$

La balanza de Mohr proporciona un medio muy rápido para la determinación del peso específico de los líquidos (figura 187). Es una balanza muy sensible y con uno de los brazos dividido en 10 partes iguales. Del extremo del brazo dividido se suspende un termómetro (que hace el oficio de cilindro de vidrio lastrado con mercurio) y del extremo del otro brazo un contrapeso que determina el equilibrio. Cuando el termómetro se introduce en el agua, la pérdida de peso destruye el equilibrio; para restablecerlo es preciso colocar en el extremo del brazo dividido, es decir, en el mismo gancho de que pende el termómetro, un jinetillo que pesa r gramos. A la balanza acompañan otros jinetillos de pesos r, $^1/_{10}\ r$, $^1/_{100}\ r$..., para obtener con ellos el equilibrio cuando se opere con un líquido distinto del agua. Si, p. ej., para restablecer el equilibrio cuando el termómetro está sumergido en el líquido cuyo peso específico se desea conocer, se ha tenido que colocar el primer jinetillo de peso r en el gancho extremo, el segundo jinetillo del mismo peso en la división número 2 del brazo (contadas las divisiones a partir del punto de apoyo), el jinetillo de peso igual a $^1/_{10}\ r$ en la di-

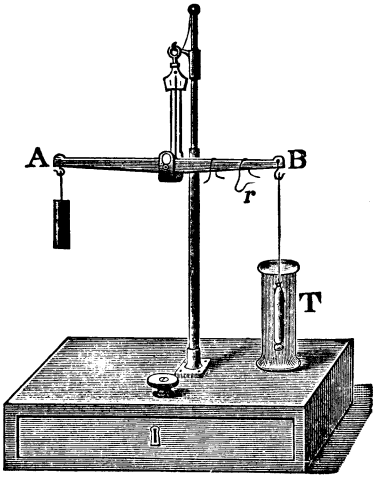


Fig. 187. — Balanza de Mohr.

visión núm. 8, y el jinetillo de peso $^1/_{100}\ r$ en la división núm. 3, tendremos que el impulso que el líquido ejerce sobre el termómetro vale 1,283 r, mientras que el que ejerce el agua sobre el mismo aparato vale r; de ello deduciremos el valor del peso específico:

$$e = \frac{1{,}283\, r}{1 \times r} = 1{,}283.$$

2. Los **areómetros** son flotadores lastrados por su parte inferior con perdigones o mercurio y prolongados por la superior en un largo cuello convenientemente graduado.

> Cuanto menor peso específico posee un líquido, más se hunden en él los areómetros.

Entre los areómetros cabe distinguir:

a) **Los volúmetros,** en los cuales las divisiones del cuello expresan el volumen de la porción sumergida.

TEORÍA. Si el volumen de la porción de areómetro que se sumerge en el agua es v_0 y el volumen de la porción que se sumerge en el líquido cuyo peso específico se determina es v, tendremos, en virtud de las leyes de la flotación:

peso de areómetro $= v_0 \times 1$ (peso del agua desalojada) $=$ $= v \times e$ (peso del líquido desalojado); y por consiguiente:

$$e = \frac{v_0}{v}\,.$$

EJEMPLO: Un volúmetro se sumerge en el agua hasta la división 100 de su escala y en el alcohol hasta la división 125; ¿cuál es el peso específico del alcohol?

$$e = \frac{100}{125} = 0{,}8.$$

b) **Los densímetros,** en los cuales los números indicadores de las divisiones expresan, ya calculado, el valor del peso específico. Así, si el volúmetro de que se ha hecho uso en el ejemplo anterior se quisiera convertir en densímetro, la división que antes iba señalada con el número 125, debería llevar la indicación 0,8.

OBSERVACIÓN. Si del peso específico de una solución se pretendiera deducir la cantidad de sólido disuelto que la

misma encierra, o si del peso específico de una mezcla de dos líquidos se pretendiera deducir su composición, no se podría hacer uso de las fórmulas encontradas en el § 51-4 para el caso de las aleaciones, porque los fenómenos de la disolución y de la mezcla de líquidos van siempre acompañados de cambios de volumen (§ 6-6); para resolver el problema en cuestión, se hace uso, en general, de tablas que expresan el valor del peso específico correspondiente a las distintas concentraciones de la solución de que se trata. La determinación de los valores de estas tablas se hace experimentalmente.

Por ejemplo, si del peso específico 1,085 de una solución de sal común se quiere deducir la concentración de la misma, haremos uso de la correspondiente tabla de *densidades de las soluciones de sal común*, y en ella encontraremos (página 196) que el peso específico de la solución a 7 % es 1,051 y el de la solución a 14 % es 1,104; de estos datos, por interpolación, deducimos que la concentración de la solución propuesta es 11,5 %.

Conviene tener en cuenta que en el volumen, y por tanto en el peso específico, de los líquidos, influye mucho la temperatura; por esto, para dar el valor exacto del peso específico de un líquido debe señalarse la temperatura correspondiente.

c) **Los areómetros centesimales,** en los cuales los números indicadores expresan concentraciones (en tanto por 100) de las soluciones de determinadas substancias en el agua:

Volúmetro	Densímetro	Areómetro centesimal	
125	0,80	95 %	alcohómetro
100	1	0 %	para el ácido sulfúrico
80	1,25	33,3 %	

Los salinómetros que se emplean para apreciar las cualidades del agua de alimentación de las calderas llevan de ordinario dos series de números indicadores: una que se refiere al agua a 15° y otra al agua a 90°.

Densidad de algunas soluciones acuosas:

Soluciones de sal común (a 15°)

%	7	14	21	26
e	1,051	1,104	1,159	1,201

Soluciones de sulfato de cobre (a 18°)

%	8	16	24	30
e	1,052	1,106	1,166	1,215

Soluciones de azúcar (a 15°)

%	15	35	55	75
e	1,061	1,154	1,261	1,384

Mezclas de agua y ácido sulfúrico (a 15°)

%	25	50	75	100
e	1,182	1,399	1,675	1,839

Mezclas de agua y alcohol (a 15°)

%	25	50	75	100
e	0,965	0,919	0,861	0,794

Además de los areómetros antedichos, se usan otros, de graduaciones arbitrarias, entre los cuales el de **Baumé** puede ser considerado como prototipo. En el punto de enrase del areómetro Baumé con el agua se ha marcado 10 si el aparato está destinado a graduar líquidos menos densos

que el agua, y se ha marcado 0 si está destinado a líquidos más densos. El punto de enrase en el ácido sulfúrico de 1,842 de densidad corresponde al grado 66 de la escala de Baumé.

$$e = \frac{146{,}3}{136{,}3 + n}$$ para líquidos menos densos que el agua.

$$e = \frac{146{,}3}{146{,}3 - n}$$ para líquidos más densos que el agua.

La n de una y otra fórmula indica el número de grados Baumé.

Es de desear que los areómetros de escala arbitraria caigan en desuso.

§ 53. Salida de los líquidos

1. Velocidad. Si en una de las paredes o en el fondo de una vasija llena de un líquido se practica un orificio, el líquido sale al exterior con velocidad tanto mayor cuanto más bajo está el orificio con respecto a la superficie de nivel. El valor exacto de la velocidad viene dado por el **teorema de Torricelli:** *la velocidad con que el líquido sale por un orificio practicado en pared plana y delgada es igual a la que adquiriría un cuerpo cayendo libremente desde el nivel del líquido al centro del orificio.* Si representamos esa distancia por h, tendremos según el § 18-2*c*:

$$v = \sqrt{2\,g\,h};$$

de esta fórmula podremos deducir que *las velocidades son directamente proporcionales a las raíces cuadradas de las alturas.*

COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL. Esta consecuencia del teorema de Torricelli se puede comprobar tomando un tubo cilíndrico de unos 30 cm de altura, provisto de una estrecha

abertura en su parte inferior, marcando, a partir de esa abertura, alturas de 1, 4, 9, 16 y 25 cm y llenándolo de mercurio hasta esta última señal. Colocado el tubo verticalmente, se da salida al líquido por la expresada abertura y se observan los tiempos que el nivel del líquido tarda en pasar de señal a señal; se advertirá que esos tiempos son iguales y, por lo tanto, el movimiento de descenso de la superficie de nivel es uniformemente retardado y la velocidad directamente proporcional a la raíz cuadrada de la altura.

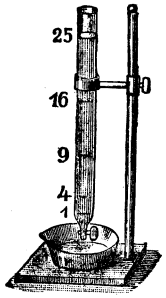


Fig. 188. Comprobación del teorema de Torricelli.

2. Forma de la vena. Cuando el orificio se encuentra en una pared lateral, las gotas líquidas que salen del vaso se hallan sometidas a la acción de dos fuerzas: la presión del líquido y la gravedad. El chorro líquido (vena) toma, por virtud de ello, la forma parabólica (§ 38); la amplitud de la parábola depende de la profundidad a que ha sido practicado el orificio (fig. 189) y puede servir para determinar la velocidad de salida (problema 5 del § 38).

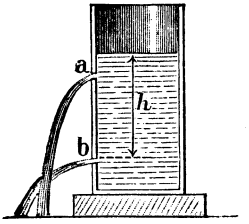


Fig. 189. — Venas parabólicas.

3. El gasto teórico por segundo es igual al volumen de un prisma cuya base es la sección S del orificio y cuya altura es el camino recorrido por segundo, o sea la velocidad del líquido; por consiguiente, cuando la velocidad es constante (o sea, cuando la superficie de nivel se mantiene a altura constante), el gasto en t segundos es:

$$Q = S \times v \times t = S \times \sqrt{2\,g\,h} \times t.$$

El gasto real Q' es en general inferior al teórico, porque los cambios de dirección de las partículas que fluyen

determinan contracciones en la vena. Para aberturas practicadas en pared delgada se puede admitir que

$$Q' = 0{,}64\, Q = 0{,}64\, S \times \sqrt{2\, g\, h} \times t.$$

4. Paso de un líquido por tubos. El chorro que

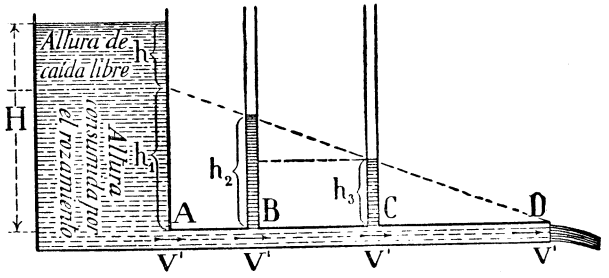


Fig. 190. — Corriente líquida en un tubo.

sale por la abertura A (fig. 190) es empujado por una presión que tiende a comunicarle la velocidad

$$v = \sqrt{2\, g\, H}.$$

Mas a causa del rozamiento que experimenta a su paso por el tubo, la velocidad queda reducida a v_1. Los tubos verticales B y C se llenan hasta alturas tanto menores cuanto mayor es su proximidad al extremo libre del tubo horizontal.

La columna líquida horizontal que se halla entre B y C sufre la presión de la columna h_2 (del tubo B) en un sentido y la de la columna h_3 (del tubo C) en sentido opuesto; por lo tanto, el líquido experimenta el empuje de la presión $h_2 — h_3$. Pero en el trayecto BC el líquido sufre, por otra parte, el rozamiento R con las paredes del tubo, y como la velocidad del líquido en B es igual a la velocidad en C, la acción aceleratriz $h_2 — h_3$ y la retardatriz R deben ser iguales (fig. 191). Por consiguiente: *la diferencia de alturas*

Fig. 191. — R, rozamiento en los tubos.

correspondientes a los puntos B y C da la medida del **rozamiento** *que sufre el líquido en el trayecto comprendido entre ambos puntos.*

Cuando el tubo atravesado por el líquido es de sección constante, los niveles libres de las columnas indicadoras de la presión en los distintos puntos están en una misma recta que pasa también por el extremo libre del tubo por donde mana el líquido y divide la altura H en dos porciones, $h + h_1$. La porción h_1 da la medida del rozamiento total existente entre A y D, mientras que h es la presión determinante de la velocidad de salida $v_1 = \sqrt{2\,g\,h}$, y se llama, por tal motivo, **altura libre.**

§ 54. Contador de agua

1. Los **contadores,** o relojes de agua, sirven para indicar la cantidad de agua que pasa por una cañería. Los hay de sistemas muy diversos. En el representado en la figura 192, el agua que penetra por A encuentra y empuja las paletas de una rueda y determina la rotación del eje de la misma, cuyo movimiento es transmitido por una serie de engranajes a una aguja indicadora. Del número de revoluciones indicadas se deduce la cantidad de agua que ha pasado por el aparato.

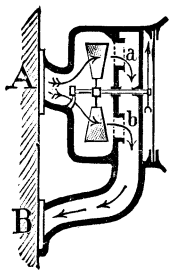


Fig. 192.—Contador de agua.

CAPÍTULO X

EQUILIBRIO Y MOVIMIENTO DE LOS GASES

(NEUMOMECÁNICA)

§ 55. Generalidades sobre los gases

1. Los gases, el más conocido e importante de los cuales es el aire, se distinguen por **la falta de cohesión** y la extrema movilidad de sus moléculas.

Muchas leyes de la Hidromecánica, p. ej., la de la transmisión de la presión en todas direcciones, pueden ser directamente aplicadas a los gases, y establecidas, por tanto, en Neumomecánica.

2. Los gases se distinguen también por la **fuerza expansiva,** es decir, por su tendencia a ocupar siempre mayor espacio.

Cuando se abre una espita de gas, pronto el olor a gas se percibe en toda la habitación.

Si se evita la expansión del gas encerrándolo en una vasija (p. ej., un globo de caucho), la tendencia al aumento de volumen se exterioriza por la presión que ejerce el gas sobre las paredes de la vasija.

3. Debe distinguirse esta presión, que actúa con

igual intensidad en todas direcciones, del peso propio del gas, que es una fuerza vertical y dirigida hacia abajo.

a) COMPARACIÓN. El agua encerrada en el cilindro mayor de una **prensa hidráulica,** ejerce sobre las paredes del cilindro una presión que puede adquirir un valor suficiente para romperlas. Esta presión, igual en todos sentidos, es independiente del peso del agua contenida en el cilindro.

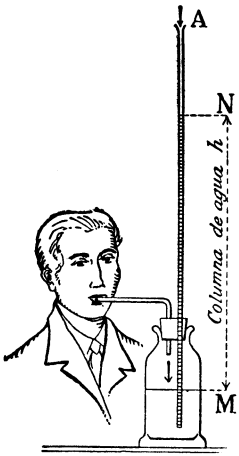


Fig. 193. — Presión de los gases.

Una masa gaseosa transmite en todos sentidos, lo mismo que una masa líquida, la presión que se ejerce sobre ella. La diferencia está sólo en que los líquidos son poco compresibles y los gases lo son mucho. Por ejemplo, cuando se comprime el aire en una escopeta de viento, el número de moléculas de aire y, por consiguiente, el peso de la masa que se comprime, permanece constante, y en cambio la presión que la misma masa ejerce sobre el proyectil aumenta hasta adquirir el valor suficiente para dispararlo.

b) **Se mide la tensión** o presión de los gases en gramos por cm^2, o bien en altura líquida equivalente (fig. 193), o en atmósferas, por comparación con la presión atmosférica (§ 56).

4. Teoría cinética de los gases.

Se explican las propiedades de los gases admitiendo que sus moléculas están en constante movimiento. En virtud del principio de inercia, los movimientos moleculares tienden a ser rectilíneos, pero lo impiden los choques de unas moléculas con otras y con las paredes de la vasija; a esos choques se debe la presión que las paredes sufren. Si se reduce el volumen de la masa gaseosa, aumenta la frecuencia de los choques y, por tanto, aumenta la presión sobre las paredes.

La teoría cinética explica perfectamente la diferencia

entre la presión debida al peso y la tensión o fuerza elástica de los gases; así se diferencian también el peso de una bala de fusil y la presión que ejerce sobre el blanco que recibe el tiro.

§ 56. Presión atmosférica

1. Origen de la presión atmosférica. La Tierra está completamente rodeada por un océano gaseoso llamado atmósfera, cuya altura se estima en unos 80 a 100 Km. Si imaginamos la atmósfera descompuesta en capas horizontales, tendremos que cualquiera de ellas recibe el peso de las superiores y lo transmite, junto con el suyo, a la capa inmediata inferior. La presión recibida de las capas superiores es, por consiguiente, tanto mayor cuanto más baja es la capa considerada. Por fin, la superficie terrestre recibe el peso de todas las capas; a eso es debida la presión atmosférica, la cual se propaga en todos sentidos.

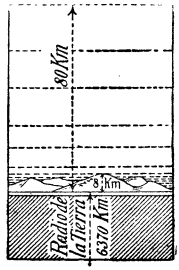


Fig. 194.
La atmósfera.

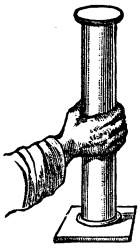


Fig. 195.
Efecto
de la presión
atmosférica.

El aire de las capas atmosféricas superiores se halla sometido a una presión muy débil, y está, por tanto, muy dilatado; el aire más comprimido es el que está junto al suelo.

La presión atmosférica ejerce su acción sobre todas las caras de un cuerpo. Esa presión se manifiesta alguna vez rompiendo las vasijas de paredes delgadas cuando se extrae de su interior el aire; los tubos de caucho de paredes poco gruesas son aplastados por la presión atmosférica cuando se hace en ellos el vacío.

La existencia de la presión atmosférica se comprueba por medio de este experimento: se tapa con una hoja de

papel un vaso lleno de agua, y al invertirlo, no se sale el agua porque la presión del líquido ↓ que actúa sobre el fondo de arriba abajo, es menor que la presión atmosférica que actúa de abajo arriba ↑ (fig. 195).

2. El valor de la presión atmosférica se determina por medio del experimento de Torricelli (1643).

Se llena completamente de mercurio puro un tubo de cristal cerrado por un extremo, se tapa con el dedo el extremo abierto, se vuelca el tubo boca abajo y se introduce el extremo inferior en el mercurio de una cubeta, de manera que abertura y dedo queden cubiertos por el líquido; al separar el dedo se observa que el mercurio desciende algo en el tubo, pero sólo lo suficiente para que su nivel se mantenga a una altura de unos 76 cm sobre el nivel de la cubeta.

Dedúcese de aquí que sobre el mercurio exterior actúa una fuerza que sostiene el que hay en el tubo; esa fuerza es la presión atmosférica, igual a la presión de una columna de mercurio de 760 mm de altura.

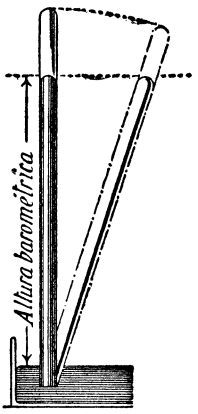


Fig. 196. — Presión atmosférica.

a) **La sección del tubo** es del todo indiferente; en un tubo de 2 cm^2 de sección, el peso de la columna de mercurio y, por lo tanto, su presión total sobre el fondo, sería doble que en un tubo de 1 cm^2, pero en la misma proporción aumentaría la superficie sobre la cual ejerce presión el aire.

b) El espacio comprendido entre el nivel del mercurio, en el interior del tubo, y el extremo cerrado de éste, está completamente vacío y se denomina **cámara barométrica** o vacío de Torricelli. Cuando se inclina el tubo, la cámara se hace menor, y aun puede desaparecer, porque *el nivel del mercurio se mantiene siempre en el mismo plano horizontal* (**fig. 196**).

3. La presión atmosférica varía con el estado de la atmósfera (§ 58). Se toma como **presión atmosférica normal** (o altura barométrica normal) la presión de una columna de mercurio de 760 mm de altura; esa presión recibe el nombre de *atmósfera* (1 at).

a) Si se quiere medir la presión atmosférica por medio de una **columna de agua,** tendremos que por ser el mercurio 13,596 veces más pesado que ésta, la altura de agua que equilibrará la presión del aire será de:

$$76 \times 13{,}596 = 1033 \text{ cm} = 10{,}33 \text{ metros.}$$

b) Para expresar la presión atmosférica en kilogramos, supondremos realizado el experimento de Torricelli con un tubo de 1 cm^2 de sección; el volumen de la columna de mercurio sostenida en este tubo será de $1 \times 76 = 76$ cm^3 y su peso de 1033 g. Por consiguiente, la presión de una atmósfera es igual a 1033 g por cm^2.

1 atmósfera = 760 mm de mercurio = **10,33 m** de agua = = **1,**033 **Kg** por cm^2.

Como la presión de 1,033 Kg por cm^2 es muy aproximadamente igual a la de 1 Kg por cm^2, en cuestiones técnicas se puede hacer uso del último valor y llamar *atmósfera* la presión de 1 *Kg por* cm^2. Esta presión corresponde a una columna de mercurio de 735,5 mm de altura.

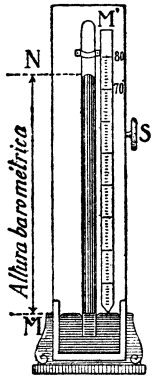


Fig. 197.—Barómetro de cubeta.

§ 57. El barómetro

Reciben el nombre de **barómetros** los aparatos destinados a medir la presión atmosférica. Pueden ser de dos clases.

1. Barómetros de mercurio. a) **Los barómetros de cubeta** consisten, en esencia, en un tubo de Torricelli con la correspon-

diente cubeta y con una escala cuyo punto cero debe coincidir con el nivel del mercurio inferior.

a) Como **la altura barométrica** en un lugar determinado **varía** entre estrechos límites, se puede trazar la escala sólo en una corta porción de altura, por ejemplo, en la porción comprendida entre 70 y 80 cm.

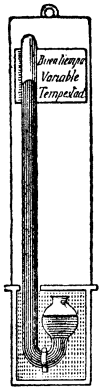


Fig. 198. Barómetro de tubo encorvado.

b) Se puede construir el barómetro de una pieza, doblando el tubo por su parte inferior y ensanchando el extremo corto y abierto (figura 198).

c) Los barómetros de cubeta dan siempre origen a una **causa de error;** cuando el nivel del mercurio en el tubo sube, desciende el nivel del mismo en la cubeta; deja, por consiguiente, de coincidir con el último el cero de la escala, y la altura barométrica leída es menor que la verdadera. Lo contrario sucede cuando baja el nivel del mercurio en el tubo. Esa causa de error se evita o se tiene en cuenta por distintos medios:

1.° Calculando el valor del ascenso o descenso del nivel en la cubeta, en vista de la altura observada y de la relación entre las secciones del tubo y la cubeta (las variaciones de altura están en razón inversa de las secciones).

2.° Dotando al barómetro de una escala en cuyas divisiones ya se haya efectuado la corrección anterior (Tonnelot); las divisiones serán de longitud mayor o menor que el milímetro, pero expresarán exactamente los milímetros de altura barométrica.

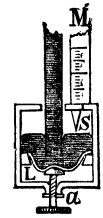


Fig. 199. Cubeta de fondo movible.

3.° Proveyendo la cubeta de un fondo *L* de piel de gamuza (Fortin) con objeto de que manejando un tornillo *a* situado en la parte inferior del aparato (fig. 199), pueda lograrse en todo caso que el nivel del mercurio en la cubeta llegue a rasar exactamente con una punta de marfil *S* que coincide con el cero de la escala.

b) **El barómetro de sifón** consiste en un tubo de cristal doblado en U, con una rama larga y cerrada

(la que desempeña el papel de tubo de Torricelli) y otra corta y abierta. La altura barométrica vendrá dada por la distancia vertical entre las superficies del mercurio en ambas ramas.

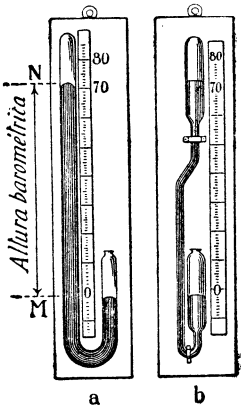


Fig. 200.
Barómetros de sifón.

Para que esa diferencia pueda ser apreciada con comodidad, se dispone el tubo de manera que sea movible a lo largo de la escala, o, inversamente, la escala movible a lo largo del tubo.

OBSERVACIONES: α) El mercurio empleado en los barómetros debe ser químicamente puro, de densidad 13,596. El vacío de la cámara barométrica debe ser absoluto, por lo cual, al construir un barómetro, se hierve repetidas veces el mercurio en el tubo mientras éste se llena. Para cerciorarse de que tal condición se cumple, basta inclinar el tubo barométrico; el mercurio, al chocar con el extremo cerrado del tubo, debe producir un sonido metálico.

β) Como en la longitud de la columna barométrica influye la **temperatura,** ésta debe ser tenida en cuenta, y toda medición de alturas barométricas debe ir acompañada de la correspondiente corrección de temperatura. Trataremos este punto con más detalle en el capítulo dedicado al calor (§ 112-3).

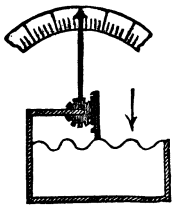


Fig. 201. — Barómetro de Vidi.

2. Los barómetros aneroides indican la presión atmosférica por las variaciones de forma de un depósito metálico del cual se ha extraído el aire. Dos son los tipos principales de barómetros aneroides:

a) **Barómetro de Vidi.** El depósito metálico consiste en una cajita cuya tapa es de lámina metálica delgada y ondulada. Las exiguas deformaciones que esa tapa sufre a consecuencia de los cambios de presión, son amplificadas

por un sistema de palancas e indicadas por una aguja que recorre un arco graduado (fig. 201).

b) **Barómetro de Bourdon.** El depósito metálico vacío consiste en un tubo arrollado, de sección elíptica, con un extremo fijo y el otro enlazado a un índice; cuando la presión del aire disminuye, el tubo tiende a enderezarse, y, por el contrario, tiende a encorvarse más cuando la presión del aire aumenta. Los cambios de curvatura son también amplificados por el sistema de palancas que enlaza el tubo a la aguja que recorre el arco graduado (fig. 202).

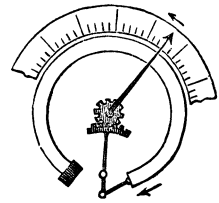


Fig. 202. — Barómetro de Bourdon.

La graduación de los barómetros aneroides se verifica por comparación con uno de mercurio.

Los barómetros aneroides son especialmente cómodos como instrumentos de viaje. Por la alteración que con el tiempo sufre la elasticidad de sus órganos metálicos, deben

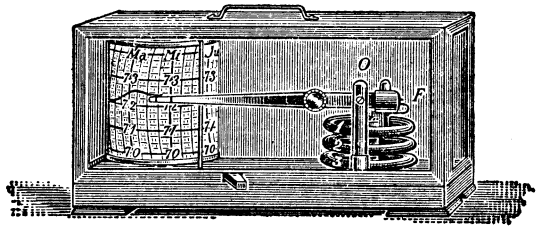


Fig. 203. — Barógrafo: 1, 2, 3 = cajas de Vidi; *O* = eje de giro de la aguja inscriptora.

inspirar menos confianza que los barómetros de mercurio y ser comprobados de vez en cuando.

3. Para inscribir automáticamente las variaciones de la presión atmosférica, se emplean los **barógrafos** o barómetros registradores (fig. 203). Consisten en un barómetro metálico, cuya aguja, provista de un órgano inscriptor (lápiz o pluma), deja marcadas sus sucesi-

vas posiciones sobre un tambor giratorio cubierto de una hoja de papel cuadriculado. Un aparato de relojería comunica al tambor un movimiento de rotación uniforme.

§ 58. Aplicaciones del barómetro

1. Medición de alturas. Cuando se sube una montaña, se ve disminuir paulatinamente la altura barométrica. El fenómeno es debido a que a medida que se asciende va disminuyendo la altura de la masa de aire que gravita sobre la capa atmosférica en que se halla el observador. Así por el cálculo como por la experiencia se puede deducir esta regla aproximada:

A 10 m de elevación corresponde **una disminución de 1 mm** en la altura barométrica.

En las altas regiones, donde el aire está notablemente más diluído que al nivel del mar, la regla anterior no resulta aplicable y es preciso ascender más de 10 m para obtener una disminución de 1 mm en la columna barométrica.

DEMOSTRACIÓN: La altura h de la columna de aire equivalente a la $h' = 1$ mm de la columna de mercurio estará con ella en razón inversa de las densidades del aire y del mercurio (§ 48-2), $h : 1 = 13{,}59 : 0{,}001293$, de donde $h = 10{,}5$ m.

Para altas regiones deja de ser válido el valor 0,1293 g y debe ser substituído por otro menor.

La diferencia de alturas h entre dos lugares se puede deducir con mucha aproximación de las respectivas alturas barométricas b_0 y b_1 en un momento dado, por medio de la fórmula: $h = 18447\ (\log b_0 - \log b_1)$ metros.

2. Predicción del tiempo. Ya Torricelli había observado que la altura barométrica en un lugar determinado experimenta continuas oscilaciones. En nues-

tros tiempos, estas oscilaciones son cuidadosamente registradas en los observatorios meteorológicos (§ 3-3). El conjunto de observaciones de la presión atmosférica en distintos lugares y a una misma hora (p. ej., a las ocho de la mañana) se representa en los llamados mapas del tiempo, y para facilitar el examen de esos mapas se unen por líneas continuas los puntos de igual presión. Tales líneas reciben el nombre de isóbaras.

Isóbaras = Líneas de igual presión.

Las isóbaras resultan siempre ser líneas cerradas alrededor de los puntos de máxima o de mínima presión, es decir, de aquellos lugares en que la presión observada aquel día ha sido mayor o menor que las observadas en los lugares que las rodean.

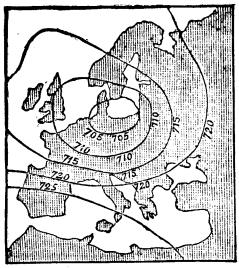


Fig. 204.—Mapa del tiempo.

a) Las alturas barométricas que sirven de base para la determinación de las isóbaras no son las realmente observadas en los distintos lugares, sino las **reducidas al nivel del mar:** esta reducción se puede hacer con auxilio de la fórmula antes señalada, $h = 18447\ (\log b_0 - \log b_1)$, en la que se puede suponer conocida h, o altura del lugar sobre el nivel del mar, determinándose entonces b_0 o altura barométrica al nivel del mar, ya sea directamente, ya mediante tablas previamente calculadas.

b) Si se imagina que sobre cada lugar existe una columna de aire en condiciones normales y de longitud proporcional a la presión observada, tendremos que los extremos de todas las columnas formarán una superficie, convexa sobre los máximos de presión y cóncava sobre los mínimos (figs. 205 y 206).

c) **Trayectoria de los mínimos.** Por comparación de los sucesivos mapas del tiempo, se ha podido observar

que los mínimos se trasladan de un lugar a otro. Esta traslación, por lo que respecta a los mínimos que penetran en Europa, ocurre casi siempre de Oeste a Este. En general, procedentes del Océano, penetran en Irlanda o Inglaterra y se dirigen hacia Rusia; algunas veces dejan a Europa a un lado y penetran en el Océano glacial. Cuando los mínimos atraviesan el continente, disminuyen mucho de intensidad.

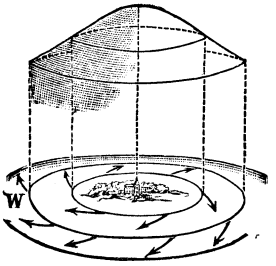


Fig. 205.
Máximo barométrico.

d) Si se representa también en los mapas del tiempo la **dirección y fuerza del viento** en los distintos lugares (mediante flechas de dirección igual a la del viento y provistas de un número de barbillas proporcional a la intensidad), se advierte que entre la dirección del viento y la distribución de la presión hay cierta relación que puede ser expresada mediante las leyes siguientes:

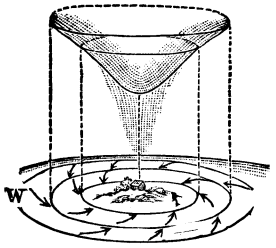


Fig. 206.
Mínimo barométrico.

1.ª Alrededor de un máximo de presión, dominan las corrientes de aire que se dirigen hacia afuera, disipando las nubes: los vientos giran alrededor del máximo en el sentido de las agujas del reloj, y son divergentes (anticiclones).

2.ª Alrededor de un mínimo dominan corrientes dirigidas hacia adentro, condensando las nubes: los vientos corren alrededor del mínimo en sentido contrario al de las agujas del reloj y son convergentes (ciclones).

Regla general. Si el observador se coloca de espaldas al viento, tendrá el mínimo de presión a su izquierda, y un poco hacia adelante (Ley de Buys-Ballot).

Es de advertir que estas leyes son válidas para el **hemisferio boreal** de la Tierra. En el **hemisferio austral,** las rotaciones de los ciclones y de los anticiclones están invertidas.

3.ª **La intensidad del viento depende de las diferencias**

de presión: cuanto más próximas están unas de otras las isóbaras, más fuerte es el viento.

e) Fundándose en los mapas del tiempo y en las reglas anteriores, se puede **anunciar el tiempo** con algún día de anticipación y con relativa seguridad.

La conocida relación entre los cambios de tiempo y las variaciones de presión atmosférica, ha sido la causa de la popularidad de que goza el barómetro. Pero poca o ninguna atención debe prestarse a las indicaciones «*Buen tiempo fijo*», «*Buen tiempo*», «*Variable*», «*Lluvia*», etc., que llevan algunos barómetros, pues si bien el tiempo depende de las variaciones de la presión, depende muy poco del valor absoluto de la misma.

§ 59. La ley de Mariotte

1. La ley de Mariotte (Boyle 1662; Mariotte 1667) se refiere a la presión de los gases. La experiencia ha demostrado: *a)* Que cuando el volumen de un gas se halla reducido a $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$... de su valor primitivo, la fuerza elástica es 2, 3, 4... veces mayor.

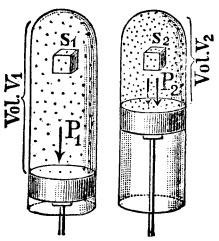


Fig. 207.
Ley de Mariotte.

b) Que cuando el volumen se hace 2, 3, 4... veces mayor, la tensión se reduce a $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$... del valor primitivo. Es decir: la presión P es inversamente proporcional al volumen V de la masa gaseosa:

$$\underbrace{P_1 : P_2}_{\text{presiones}} = \underbrace{V_2 : V_1}_{\text{volúmenes}}$$

Se supone que la temperatura se mantiene constante durante las variaciones de presión y de volumen que nos ocupan (variaciones *isotérmicas*).

2. La presión y el peso específico de un gas son directamente proporcionales:

$$\underbrace{P_1 : P_2}_{\text{presiones}} = \underbrace{e_1 : e_2}_{\text{pesos específicos}}$$

DEMOSTRACIÓN. Cuando la presión se hace n veces mayor, el volumen se reduce a $^1/_n$ y, por consiguiente, cada centímetro cúbico contiene n veces más moléculas que en el primer estado: de aquí resulta que el peso específico de la masa gaseosa será n veces mayor, es decir, que habrá aumentado proporcionalmente a la presión (fig. 207).

3. Comprobación experimental de la ley de Mariotte. Se unen dos tubos de cristal por medio de uno de caucho; al verter mercurio en ellos, los niveles en ambos tubos quedan a igual altura (fig. 208, *m*). Se cierra la llave *H* de modo que en uno de los dos tubos quede encerrado un volumen de aire igual a *V*, y se eleva el otro tubo, con lo cual quedarán a altura diferente los dos niveles (figura 208, *n*). Entonces sobre el gas encerrado (cuyo volumen habrá disminuído) actúa una presión igual a la atmosférica exterior+la columna de mercurio *MN*. Cuando esta altura $MN = h$ sea igual a la altura barométrica en el momento de verificar el experimento, el volumen gaseoso, sometido a una presión igual al duplo de la atmosférica, se habrá reducido a $^1/_2\ V$.

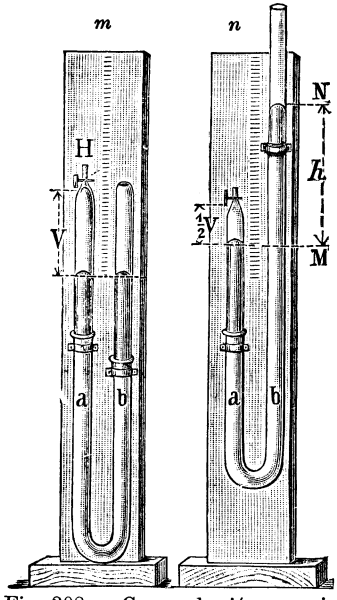


Fig. 208. — Comprobación experimental de la ley de Mariotte.

La validez de la ley para el caso de reducción de la presión, se comprobaría bajando (en vez de elevarlo) el tubo *b*.

§ 60. Manómetros

1. Los manómetros (medidores de presión) sirven para indicar la presión de los gases o vapores encerrados en determinados recipientes; casi siempre expresan las presiones en atmósferas, pero no dan el valor de la presión real (absoluta) sino el del exceso de presión del gas o vapor sobre la presión atmosférica (figura 193).

Sobre presión	Presión absoluta
1 at	2 at

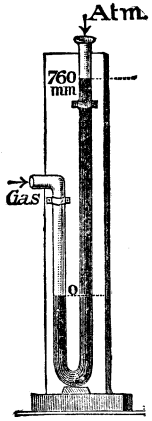


Fig. 209. Manómetro abierto.

2. Manómetros de mercurio. *a)* **Abierto o de aire libre.** Una de las ramas de un tubo en U se pone en comunicación con el recinto cuya presión se quiere determinar; la otra se deja en comunicación libre con la atmósfera. El nivel del mercurio sube en esta rama, y de la diferencia de nivel entre ambas se deduce la presión que reina en el recinto (figura 209).

Para grandes presiones, la longitud del manómetro de aire libre resultaría desmesurada; por esto sólo se emplea ese aparato para presiones que se aparten poco de la atmosférica.

b) **Cerrado o de aire comprimido.** La rama que no comunica con el recinto está cerrada por su parte superior y contiene cierto volumen de aire. Cuando sobre el nivel del mercurio en la otra rama actúa una presión superior a la atmosférica, ese aire es comprimido con arreglo a la ley de Mariotte, en la cual se funda, por consiguiente, el modo de graduar este manómetro (fig. 210).

3. Los manómetros metálicos se construyen como los barómetros de Vidi o de Bourdon, pero el gas o vapor actúa en ellos penetrando en el interior del tubo o caja (figs. 201 y 202).

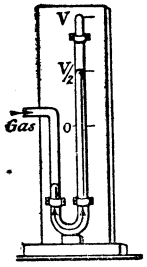


Fig. 210. Manómetro de aire comprimido.

Sobre presión	Presión absoluta
1 at	....2 at
0 at	....1 at

Las divisiones de su escala se marcan por comparación con un manómetro de mercurio. Los manómetros metálicos presentan la ventaja de ser menos frágiles y más fácilmente instalables que los de mercurio; pero, en cambio, sus indicaciones no deben inspirar tanta confianza a causa de las variaciones de la elasticidad del metal.

4. Los medidores de vacío (vacuómetros) son manómetros destinados a la medición de presiones inferiores a la atmosférica; su forma puede ser la de los manómetros de mercurio o la de los manómetros metálicos, y su escala está dispuesta de modo que la división 760 mm corresponda al vacío perfecto.

Si, por ejemplo, un medidor de vacío indica 190 mm, la presión del gas será de 760 — 190 = 570 mm, es decir, el gas podría todavía sostener una columna de mercurio de 570 milímetros de altura.

§ 61. El sifón

1. La **pipeta** se utiliza para extraer muestras de los líquidos contenidos en vasos o toneles. Consiste en un ancho tubo cuyo extremo inferior está suficientemente adelgazado para impedir el paso simultáneo de gotas líquidas en un sentido y de burbujas de aire en el opuesto.

Uso. Se sumerge la pipeta en el líquido, y éste penetra lentamente por la abertura inferior hasta igualarse los niveles interior y exterior. Se puede acelerar esta subida del líquido en la pipeta, ejerciendo una succión en el extremo superior. Luego se tapa éste con el dedo y se extrae el aparato del líquido en que estaba sumergido. En el interior quedará la muestra, y la presión del aire atmosférico, actuando por el extremo inferior, abierto, impedirá que aquélla se salga. Ya hemos dicho que la presión atmosférica es capaz de sostener una columna de agua de 10,33 m de altura.

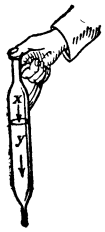


Fig. 211. Pipeta.

OBSERVACIÓN. En el momento de sacar la pipeta llena de líquido, caen algunas gotas, produciéndose una disminución de presión del aire encerrado en el aparato; el equilibrio se establece cuando la suma de la presión y debida al líquido más la x debida al aire superior es igual a la presión atmosférica.

2. El sifón, aparato que sirve para transvasar líquidos de un depósito elevado a otro más bajo sin necesidad de practicar orificio alguno en las paredes o en el fondo del primero, consiste en un tubo encorvado, una de cuyas ramas se introduce en el líquido del depósito superior mientras que por la otra se ejerce una succión, si no se ha llenado previamente todo el tubo de líquido; desde el momento en que el tubo queda lleno, se establece una corriente líquida del depósito superior al inferior (figura 212).

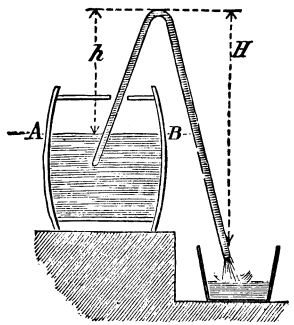


Fig. 212. — Sifón.

DEMOSTRACIÓN. Si imaginamos obturado el sifón por su parte más alta mediante una lámina, podremos considerar el aparato formado por **dos tubos barométricos,** en cada uno

de los cuales podría mantenerse sostenida una columna de agua de 10 m de altura; pero en el barómetro de la izquierda está sólo sostenida la altura h y en el de la derecha la H; por consiguiente, la lámina obturadora considerada sufre por la izquierda la presión $x = 10\text{ m} - h$ y por la derecha la presión $y = 10 - H$; y como $h < H$, tendremos $x > y$, y, por consiguiente, la lámina es empujada hacia la derecha. En el caso de la lámina supuesta se encuentra siempre la porción líquida que ocupa el extremo superior del sifón y, por consiguiente, **se produce una corriente de líquido** desde la rama corta hacia la rama larga del sifón.

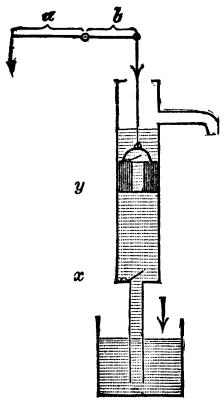


Fig. 213. Bomba aspirante.

Si el sifón se destina a transvasar otro líquido, en vez de agua, sigue siendo válida la anterior demostración con sólo substituir 10 m por la altura equivalente.

Usos. La manera más sencilla de formar un sifón es el empleo de un tubo flexible (de caucho). — Los tubos encorvados usados como cierres hidráulicos para evitar que el mal olor de las alcantarillas penetre en las habitaciones por las cañerías de desagüe, funcionan como sifones.

§ 62. Las bombas hidráulicas

1. La bomba aspirante consiste en un tubo cilíndrico, llamado **cuerpo de bomba,** recorrido con movimiento alternativo por un **émbolo** o **pistón** accionado mediante una palanca. De la parte inferior del cuerpo de bomba sale un tubo que le pone en comunicación con el líquido que se trata de elevar. Tanto el orificio por el cual desagua este tubo en el cuerpo de bomba como **un conducto practicado en el émbolo** están provistos de válvulas que se abren de abajo para arriba.

Funcionamiento. Cuando el pistón sube, el aire contenido debajo de él en el cuerpo de bomba se dilata, su

tensión adquiere un valor inferior al de la presión atmosférica, y ésta, que actúa sobre el líquido exterior, le empuja por el tubo, obligándole a levantar la válvula de entrada y a penetrar en el cuerpo de bomba.

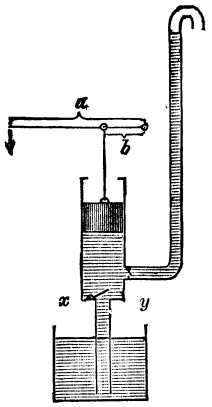


Fig. 214.
Bomba impelente.

Cuando el pistón se detiene, la válvula *x* se cierra por su propio peso; y cuando el pistón desciende, el mismo líquido, comprimido, abre la válvula *y* y pasa a la parte superior del cuerpo de bomba, desde donde, a la siguiente subida del émbolo, sale al exterior por el tubo lateral.

La longitud del tubo de aspiración podría ser, teóricamente, de 10,33 metros (siendo agua el líquido que se trata de elevar), pero en la práctica no puede exceder la altura de 7 u 8 metros.

2. La bomba impelente se distingue de la aspirante: *a)* en que **el émbolo es macizo;** *b)* en que el tubo de salida parte del cuerpo de bomba por debajo del pistón, y en el punto de arranque está provisto de una válvula.

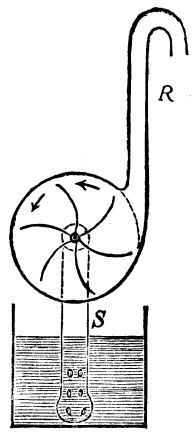


Fig. 215.
Bomba centrífuga.

FUNCIONAMIENTO. Cuando el émbolo sube, la presión del aire exterior empuja al líquido tras el pistón; cuando el émbolo baja, se cierra la válvula *x*, se abre la *y* y el líquido es impelido hacia el tubo de salida. Al subir de nuevo el émbolo, se cierra la válvula *y*, se abre la *x* y se repiten los fenómenos mencionados.

Aplicaciones de las bombas. Elevación de agua y otros líquidos. Prensa hidráulica. Jeringas.

3. Otros aparatos destinados a la elevación de líquidos. Además de las disposiciones pu-

ramente mecánicas llamadas *norias, rosarios hidráulicos*, etc., cuyo funcionamiento se explica sin ninguna dificultad, se emplean las bombas centrífugas, las bombas Mammut, el ariete hidráulico y la rosca de Arquímedes.

Fig. 216.-Bomba Mammut.

a) En las **bombas centrífugas** una rueda de paletas (rodete) está dotada de rápido movimiento de rotación en el interior de una cámara metálica; hacia el centro del rodete termina el tubo de aspiración *S*, y del borde de la cámara parte el de salida *R*; el agua es arrastrada por el movimiento de rotación del rodete, y en virtud de la fuerza centrífuga adquirida, es impelida hacia el tubo de salida y reemplazada en la cámara por otra porción que llega por el tubo de aspiración, empujada por la presión atmosférica exterior.

b) En la **bomba Mammut** se envía aire comprimido a la parte inferior del tubo de salida del agua; las burbujas de aire, emulsionándose con el agua, la aligeran mucho, y en consecuencia este líquido asciende espontáneamente a una altura muy superior a la del nivel del pozo; así se extrae el agua de profundísimos pozos de mina (figura 216).

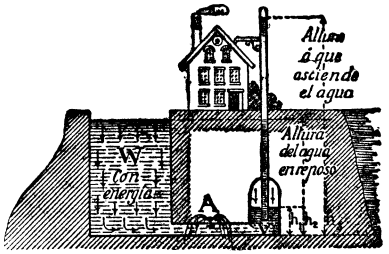


Fig. 217. — Ariete hidráulico.

c) En el **ariete hidráulico** el agua que llega por un tubo es súbitamente detenida por una válvula *A*, que levantada

por el empuje de la corriente, obtura el orificio de salida; la masa de agua que estaba en movimiento y poseía por lo tanto una cantidad determinada de energía cinética, produce (de manera semejante al martillo, fig. 80) un choque contra las paredes del tubo, aprovechándose este choque para impulsar una porción de líquido hasta una altura bastante mayor que aquella de que procede.

FUNCIONAMIENTO. α) El agua contenida en el depósito W sale por el orificio que la válvula A, por su propio peso, ha dejado abierto, y adquiere pronto una velocidad suficiente para arrastrar en su movimiento a aquella válvula y aplicarla contra el orificio de salida. β) La **energía de movimiento** de la cantidad de agua W no desaparece en un momento; capaz como es de desarrollar cierto trabajo, empuja la válvula V, y parte del agua penetra en el tubo estrecho vertical, alcanzando en él una altura h_3 mayor que la h_2 de que el agua de W procede. γ) Consumida ya la energía cinéti*ca*, la presión del líquido del tubo estrecho cierra la válvula V, sobreviene el equilibrio, la válvula A cae por su propio peso y se repiten los fenómenos mencionados.

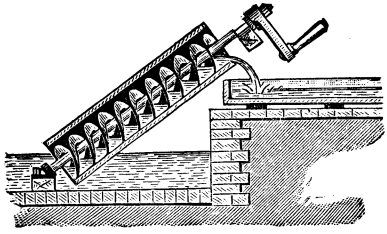


Fig. 218. — Rosca de Arquímedes.

La válvula V, en vez de abrirse directamente en el tubo estrecho, lo hace en un depósito que contiene cierta cantidad de aire destinado a regularizar, suavizándola, la acción del choque, como veremos en el párrafo siguiente.

d) **La rosca de Arquímedes** consiste en un tornillo inclinado envuelto por un tubo cilíndrico e introducido en el agua por su extremo inferior. La rotación del tornillo en sentido conveniente, hace subir el agua por entre sus espiras (fig. 218).

§ 63. Frasco de Heron, bomba de incendios y frasco de Mariotte

1. El **frasco de Heron** (150 años antes de Cristo) es un recipiente del cual, mediante la presión del aire,

se obliga a salir el líquido que contiene. A ese objeto penetran dos tubos en el recipiente: uno, destinado a conducir el aire a presión, es corto y no llega al líquido; el otro, largo, penetra hasta el fondo del frasco y está destinado a la salida del líquido.

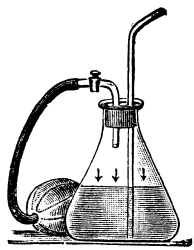


Fig. 219.
Frasco de Heron.

EJEMPLO: Si en el interior del frasco la presión es de 800 mm y, en el exterior, el barómetro marca 750 mm, el exceso de presión de 50 mm bastará para elevar el mercurio a una altura de 50 mm y el agua a $13{,}6 \times 50 = 680$ mm.

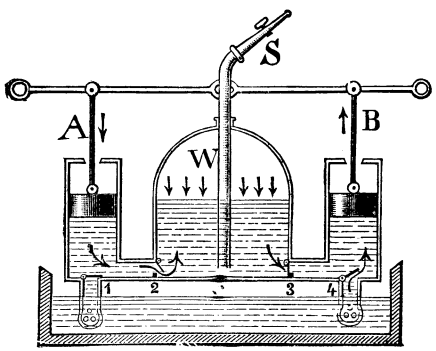


Fig. 220. — Bomba de incendios.

APLICACIONES. El **frasco lavador** usado por los químicos; los **pulverizadores** de tocador.

2. La **bomba de incendios** está constituída por dos bombas impelentes *A* y *B*, y un depósito de aire *W*.

a) Los **pistones** de las bombas están enlazados a una misma palanca, de modo que la subida de uno de ellos se verifica al mismo tiempo que el descenso del otro. El líquido procedente de ambas bombas es conducido al depósito *W*, en el que comprime el aire. Al abrir la espita *S* de la manga, el aire comprimido se distiende y empuja el líquido hacia el exterior.

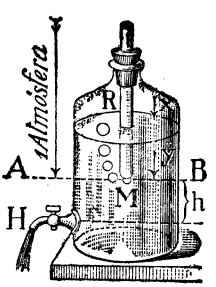


Fig. 221.
Frasco de Mariotte.

b) Si el aire, en el depósito *W*, queda **comprimido a la presión de**

p atmósferas, el agua será arrojada teóricamente a la altura de $p \times 10$ metros.

3. El **frasco de Mariotte** es un frasco en el que penetra un tubo vertical R, abierto por ambos extremos, y que está provisto de un orificio de salida H situado más bajo que el extremo inferior M del tubo R. Cuando se abre la llave del orificio H, el líquido sale por él a presión constante, y por lo tanto con velocidad también constante, mientras el nivel del líquido en el interior del recipiente esté más alto que el punto M. Dichas presión y velocidad son las mismas con que saldría el líquido si el nivel libre estuviera a la altura del punto M.

Demostración. En cuanto empieza la salida del líquido, el aire en x se dilata y pronto se ven salir por M burbujas que pasan a aumentar la cantidad de aire contenido en x. A partir de ese momento, la suma de la presión x del aire dilatado más la y de la columna líquida existente por encima de M, es igual a 1 atmósfera, y por consiguiente, los efectos son los mismos que si el plano horizontal que pasa por M fuera el del nivel y sobre él gravitara directamente la atmósfera.

§ 64. La máquina neumática de pistón

1. Disposición. La máquina neumática sirve para enrarecer el aire en un recinto cerrado. Consiste esencialmente en dos recipientes que comunican entre sí:

a) el **recinto** R de donde se debe extraer el aire.

Para poder observar con comodidad ciertos fenómenos debidos al enrarecimiento del aire, el depósito R está generalmente formado por una **campana de cristal,** de gruesas paredes y bordes esmerilados, aplicados a un plano de cristal esmerilado, llamado **platina,** que constituye el fondo del recipiente.

b) el **cuerpo de bomba** S, tubo cilíndrico, metálico

o de cristal, que puede ser recorrido en ambos sentidos por un pistón perfectamente ajustado.

Recinto y cuerpo de bomba están enlazados mediante un tubo, provisto, junto al cuerpo de bomba, de una llave H, en cuyo macho se han abierto dos conductos: uno recto y otro curvo.

Cuando la llave está en la posición I, el conducto recto pone en comunicación el recipiente con el cuerpo de bomba. Al hacer girar a la llave un ángulo de 90°, queda en la posición II, en la cual el recinto queda aislado y el conducto

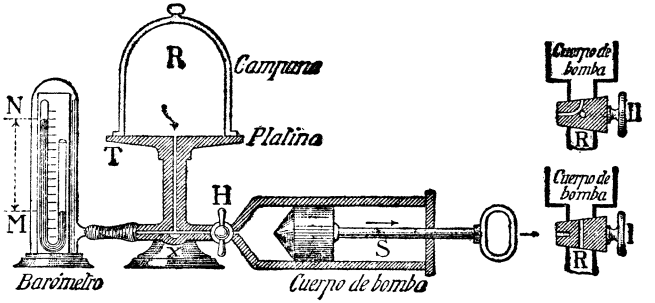


Fig. 222. — Máquina neumática.

curvilíneo pone al cuerpo de bomba en comunicación con el exterior.

2. Funcionamiento. Se coloca la llave en la posición I y se corre el pistón hacia afuera. La expansión del aire del recinto le obliga a llenar, además de éste, el volumen que deja el pistón tras sí, obteniéndose de esta manera el primer enrarecimiento, en la proporción $\delta = \frac{R}{R+S}$.

EJEMPLO: Si el volumen del recinto es 4 litros ($R = 4$) y de 8 el del cuerpo de bomba ($S = 8$), la suma de ambos volúmenes será de $4 + 8 = 12$ litros, y el grado de enrarecimiento obtenido $\delta = {}^4/_{12} = {}^1/_3$, es decir, que después de la operación, cada cm³ del volumen total encierra la tercera parte del aire que contenía al empezar.

Para mantener en el recipiente el enrarecimiento conseguido, se coloca la llave en la posición II. Entonces el pistón puede retroceder, y el aire que había pasado al cuerpo de bomba es expulsado a la atmósfera a través del conducto curvilíneo de la llave, aunque en realidad queda siempre por expulsar el aire que llena el espacio comprendido entre el pistón y el fondo del cuerpo de bomba, a causa de la falta de perfecto ajuste entre ambas superficies, espacio que recibe el nombre de **espacio perjudicial.** Así termina **una carrera del émbolo.**

A cada nueva carrera pasa al cuerpo de bomba y es luego expulsada, nueva porción del aire del recipiente, obteniéndose un nuevo enrarecimiento δ igual al obtenido en la primera carrera.

a) Si al fin de la primera carrera el enrarecimiento era $^1/_3$, al fin de la segunda será $^1/_3 \times {}^1/_3$, es decir, cada centímetro cúbico contendrá sólo $^1/_3 \times {}^1/_3 = {}^1/_9 = ({}^1/_3)^2$ del aire que primitivamente contenía. Y en general, al cabo de n carreras, el **enrarecimiento** será $({}^1/_3)^n$. Pero la existencia del **espacio perjudicial** s, que se llena de aire ordinario al final de cada carrera, hace que el razonamiento anterior sólo sea aplicable a la primera carrera, pues en las demás, al poner la llave en la posición I, el aire a la presión atmosférica contenida en el espacio perjudicial contribuye a disminuir el enrarecimiento.

b) El enrarecimiento deja de aumentar cuando, al retroceder el pistón, el aire contenido en el espacio perjudicial s alcanza, al llenar todo el cilindro S, la misma presión que el aire enrarecido del recipiente. Por consiguiente, el **enrarecimiento límite** valdrá $\delta_0 = \frac{s}{S}$.

3. Máquinas neumáticas usuales. La máquina primitiva, que acabamos de estudiar, ha sido objeto de notables modificaciones; la más interesante de ellas consiste en la substitución de la llave H y su maniobra por dos válvulas: una de entrada en el cuerpo de bom-

ba, colocada en el mismo sitio que la llave anteriormente descrita, y otra de salida, destinada a abrir y obturar alternativamente un orificio de comunicación del fondo del cuerpo de bomba con el aire atmosférico, orificio que a menudo está practicado a través del émbolo, como en las bombas aspirantes.

Tampoco en las máquinas neumáticas actualmente usadas se maneja el pistón directamente, sino mediante una palanca o un sistema de engranajes.

4. Experimentos con la máquina neumática. Pueden clasificarse en varios grupos:

a) *Los que sirven para demostrar la existencia de la presión atmosférica.*

1. Se enlaza el recipiente con un **tubo de vidrio** sumergido por su extremo inferior en mercurio; este líquido, a cada carrera del pistón, sube en el tubo a un nivel más alto, hasta que se ha alcanzado el límite de enrarecimiento.

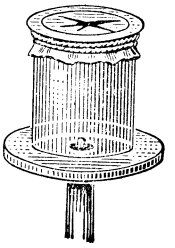


Fig. 223. La membrana se rompe.

2. El **barómetro truncado** encerrado en una probeta, de que todas las máquinas neumáticas están provistas (figura 222), consiste en un tubo de cristal en forma de U con una rama abierta y otra cerrada; ésta se halla totalmente llena de mercurio, y la primera lo está parcialmente. Cuando el grado de enrarecimiento es bastante elevado, el mercurio empieza a descender en la rama cerrada, y desde entonces la diferencia de altura entre los niveles de ambas ramas da la medida de la presión del aire del recipiente.

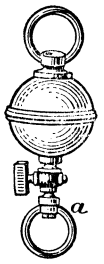


Fig. 224. Hemisferios de Magdeburgo.

3. Un **tubo de caucho** cerrado por un extremo y unido por el otro al recipiente, se aplasta y toma el aspecto de una cinta.

4. Si se extrae el aire del interior de un tubo cerrado por una **membrana de caucho,** ésta se hunde gradualmente y por fin revienta (fig. 223).

5. La **campana** que constituye el recipiente se adhiere con fuerza a la platina. El mismo pistón, abandonado en su posición extrema, corre hacia el fondo del cuerpo de bomba.

6. Los dos **hemisferios** de Magdeburgo, de bordes perfectamente ajustados, no pueden ser separados cuando se ha extraído el aire de su interior (figura 224).

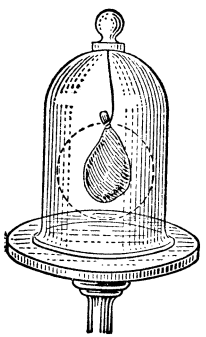


Fig. 225.—Dilatación de la vejiga.

7. Al extraer el aire de un tubo tapado con una **cápsula de madera** llena de mercurio, éste atraviesa los poros de la madera y cae, en finas gotas, en el interior del tubo (lluvia de Diana).

b) *Experimentos en que se muestra la expansión de los gases.*

1. Una **vejiga de caucho** parcialmente llena de aire y bien cerrada, colocada en la campana de la máquina neumática, aumenta de volumen cuando se enrarece el aire (fig. 225). (Compárese este experimento con el del diablillo de Descartes, § 44.)

2. Colocado en el recipiente un **frasco lavador** con el tubo corto cerrado, el agua sale al exterior como si la presión del aire interior aumentara.

3. De la **cerveza** o agua carbónica contenida en un vaso situado en el recinto de la máquina neumática, se desprende el gas carbónico.

c) *Experimentos referentes a otras ramas de la Física.*

1. Experimento con el **tubo de Newton** (fig. 47); en el vacío caen todos los cuerpos con la misma velocidad.

2. El **sonido** de un timbre instalado en el recinto se percibe tanto más débil cuanto mayor es el enrarecimiento.

3. El **agua caliente** hierve en el vacío sin necesidad de continuar calentándola. (Fabricación de leche concentrada.)

4. Una **vela** encendida se apaga en el vacío. (¿Y por qué no una lámpara eléctrica de incandescencia?)

Historia. La máquina neumática fué inventada por el alcalde de Magdeburgo, **Otón de Guericke,** el año 1636; con ella realizó en 1654 el célebre experimento de los hemisferios, que no pudieron ser separados por 16 caballos.

5. La bomba de compresión sirve para **comprimir** aire u otros gases.

a) La máquina neumática descrita podría también utilizarse como **bomba de compresión,** con sólo invertir el juego de la llave con respecto a la marcha del émbolo. Mas también en este caso son preferibles, y se usan exclusivamente, aparatos con válvulas automáticas, como el representado en la figura 226.

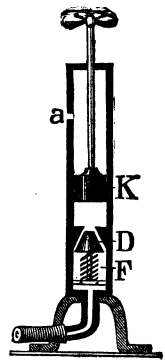


Fig. 226.—Bomba de compresión.

b) **Aplicaciones de la bomba de compresión.** Para comprimir y liquidar los gases (gas carbónico, gas sulfuroso, oxígeno, nitrógeno, etc.); para la fabricación del agua carbónica (cuando no se emplea gas carbónico previamente liquidado); para hinchar los neumáticos de bicicletas y automóviles; para la obtención de aire comprimido destinado al funcionamiento de las herramientas de aire comprimido (roblonadoras, perforadoras, etc.), de los ferrocarriles atmosféricos, de los frenos de aire comprimido, de las escopetas de viento, de las bombas Mammut (§ 62-3), etc.

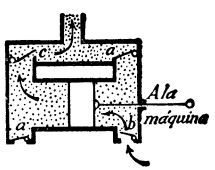


Fig. 227.—Bomba de compresión de doble efecto.

c) La figura 227 representa una bomba de compresión, usada en la **perforación de túneles.** La compresión se verifica a la ida y a la vuelta del pistón, como puede verse por el juego de las cuatro válvulas indicadas en la figura.

§ 65. Otras máquinas neumáticas

6. La máquina neumática de mercurio (Geissler 1855) sirve para enrarecer el aire de un recinto enla-

zando éste con el extremo de un tubo barométrico en el que existe el **vacío de Torricelli**. La figura 228 representa el aparato reducido a sus órganos esenciales.

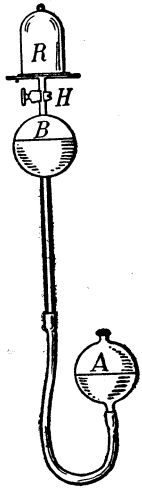


Fig. 228. Máquina neumática de mercurio.

FUNCIONAMIENTO. Al principiar la operación, se coloca la llave de tres vías *H* (igual a la descrita en el párrafo anterior) de manera que el globo *B* comunique con la atmósfera; entonces se eleva el globo *A*, que está unido a *B* mediante un tubo de caucho, hasta que el mercurio de *B* (que tendrá el mismo nivel que el mercurio de *A*) salga por el orificio de la llave; de esa manera se habrá expulsado todo el aire que contenía el globo *B*. Se coloca luego la llave de manera que establezca comunicación entre *B* y el recinto, y se baja el globo *A* tanto como sea posible. Por la expansión del aire del recinto, pasa una porción a *B*, obteniéndose así el primer grado de enrarecimiento. Se repone la llave en la primera posición y se repiten en el mismo orden las operaciones mencionadas. La presión del aire del recinto, en un momento dado, será igual a la altura barométrica menos la altura *AB*.

En los aparatos más perfeccionados el juego de la llave está substituído por el automático de válvulas.

2. La trompa de agua (de Bunsen) se funda en que un chorro de agua dotado de gran velocidad, al pasar de un tubo estrecho *a* a otro más ancho *b* (figura 229) arrastra consigo el aire y produce en corto tiempo un considerable enrarecimiento en el recipiente que comunica con la cámara que rodea a *ab*.

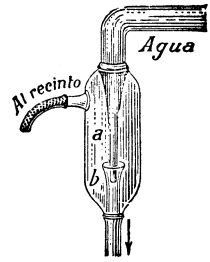


Fig. 229. — Trompa de agua.

a) El grado de enrarecimiento conseguido con una

trompa de agua no puede ser, ni en teoría, perfecto, por oponerse a ello la tensión del vapor del agua con que ha de funcionar el aparato.

b) Si en vez de dejar perderse en la atmósfera el aire arrastrado por el chorro de agua, se recoge, con el agua, en un depósito provisto de una salida inferior para el líquido y de otra superior para el aire, se tendrá un **fuelle hidráulico,** aparato usado en la industria con bastante frecuencia.

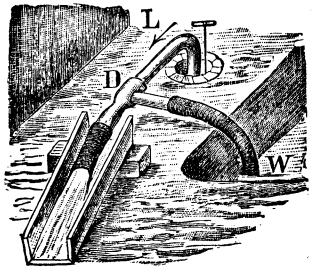


Fig. 230. — Acción aspirante de un chorro de agua.

3. La acción aspirante de los chorros de agua, de aire o de vapor, que de un tubo estrecho desembocan súbitamente en uno ancho, es debida a que parte de la fuerza viva que poseen las partículas que constituyen el chorro se comunica al aire circundante y determina, por consiguiente, la salida y rarefacción del mismo.

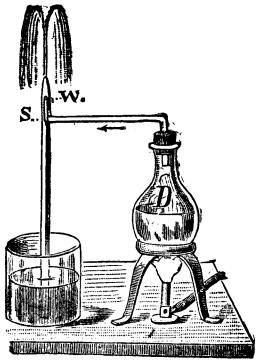


Fig. 231.—Acción aspirante de un chorro de vapor.

En este fenómeno se fundan algunos aparatos usados en el desagüe de minas, bodegas, y depósitos de materias fecales y en la alimentación de las calderas de las máquinas de vapor (inyectores, § 123-4), así como algunos otros de menor interés, destinados a proyectar líquidos finamente divididos (pulverizadores).

§ 66. Peso específico de los gases

1. Peso específico del aire. Un globo de cristal del que se ha extraído el aire pesa menos que antes

de la extracción, por haber perdido el peso del aire extraído.

Si introducimos el globo sin aire en el agua, y abriéndolo dejamos penetrar el líquido en él, después, al pesarlo, hallaremos un aumento de peso que indicará el peso del agua que ha penetrado en el globo y de él deduciremos el volumen del aire antes extraído. Por este procedimiento se ha hallado que el peso específico del aire a la temperatura de 0° y a la presión de 760 mm es de 0,001293, es decir, que el peso de:

1 litro de aire atmosférico = 1,293 g.

¿Cuánto pesa 1 cm^3 de aire? ¿cuánto 1 m^3 de aire?

2. El peso específico de los demás gases se acostumbra referirlo al del aire **(aire = 1)**, obteniéndose de esta manera números menos incómodos que los referidos al agua como unidad (§ 8).

a) El peso específico de un gas se puede determinar por el mismo procedimiento que hemos explicado para el aire.

b) **El procedimiento de Bunsen,** para determinar pesos específicos de gases, consiste en dejar pasar por un orificio estrechísimo un volumen determinado del gas cuyo peso específico se determina, y luego un volumen igual de aire a la misma presión, observando los tiempos transcurridos en cada paso. Los cuadrados de los tiempos están en razón directa de los pesos específicos.

$$e_1 : e_2 = t_1^2 : t_2^2.$$

EJEMPLO: La aplicación del procedimiento de Bunsen al gas del alumbrado ha dado el siguiente resultado:

tiempo empleado por el aire en atravesar el orificio 65 seg.
» » » gas del alumbrado . . . 44 seg.
y por tanto: $x : 1 = 44^2 : 65^2$; $x = 0{,}46$.

c) Una manera sencilla y cómoda de determinar pesos específicos de gases consiste en el empleo de la **balanza de**

gases (fig. 232), fundada en que el empuje hacia arriba que experimenta la esfera *G* depende del peso específico del gas que la rodea (§ 67). La aguja indica en el arco graduado el valor de la densidad buscada. — Se emplea en las fábricas de gas.

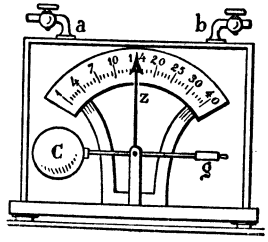


Fig. 232. — Balanza de Kleiber.

§ 67. Empuje hacia arriba en los gases

1. El principio de Arquímedes, establecido en Hidromecánica, es también aplicable a los cuerpos sumergidos en el aire:

Todo cuerpo experimenta en el aire una pérdida de peso igual al peso del aire que desaloja.

a) La pérdida de peso que experimenta en el aire una esfera hueca *G* (fig. 232) podría comprobarse cerrando la espita *b* de la caja y enlazando el tubo *a* a la máquina neumática; al extraer el aire, la aguja indicaría el aumento de peso de la esfera *G*.

b) **El cuerpo de un hombre desaloja de 60 a 70 dm³** de aire, y por consiguiente, parece unos 80 a 90 g más ligero de lo que es.

c) Rigurosamente hablando, dos cuerpos de desigual volumen que colocados en los platillos de una balanza se equilibran (p. ej., 1 Kg de plomo y 1 Kg de plumas), **no tienen el mismo peso.** La diferencia es tan pequeña que en la práctica ordinaria puede ser despreciada; pero en las delicadas pesadas que con frecuencia se deben realizar en los laboratorios químicos, es preciso tenerla en cuenta.

Ejemplo: El peso de un trozo de madera (peso específico = 0,5) determinado con pesas de latón (peso específico = 8,4) ha resultado ser de 500 g. ¿Cuál es su peso verdadero *x*?

$$x - \frac{x}{0{,}5} \times 0{,}001\,293 = 500 - \frac{500}{8{,}4} \times 0{,}001\,293$$

$$x = \mathbf{501{,}2\ g.}$$

2. Un globo aerostático es una envoltura de tejido finísimo que encierra un volumen considerable de hidrógeno (Charles) o de gas del alumbrado (Green). Los hermanos Montgolfier, que inventaron en 1783 los globos aerostáticos, los llenaban de aire caliente. Si el peso total del globo es $P\downarrow$ y el peso del aire desalojado es $A\uparrow > P\downarrow$, el globo subirá en virtud de un empuje (fuerza ascensional) igual a $A - P$:

Fuerza ascensional = Empuje hacia arriba↑—Peso↓

OBSERVACIONES. *a)* Para simplificar los cálculos conviene tener determinada la fuerza ascensional de 1 m³ de los gases empleados en llenar los globos:

1 m³ de hidrógeno, en las condiciones normales, tiene la fuerza ascensional de 1,293 — 0,089 = **1,204 Kg.**

1 m³ de gas del alumbrado, en las mismas condiciones, posee la fuerza ascensional de 1,293 — 0,569 = **0,724 Kg.**

Cuando la altura barométrica es de b mm en lugar de 760 mm, estos valores de la fuerza ascensional deben multiplicarse por el cociente $\frac{b}{760}$.

EJEMPLO: Un globo de 950 m³ de cabida está lleno de gas del alumbrado a la presión de 720 mm. El peso del conjunto de envoltura, barquilla y lastre es de 400 Kg, ¿cuánto vale la fuerza ascensional? — R.: 252 Kg.

b) El globo aerostático es un excelente medio de exploración de la atmósfera.

c) En general, está abierto por su parte inferior para dar un desahogo al gas dilatado por el calor solar, evitando así que reviente la envoltura. En la parte superior existe una **válvula,** que el aeronauta abre cuando quiere dar rápida salida al gas, para descender. Para el aterrizaje instantáneo, se produce en la envoltura, tirando de una cuerda roja, un desgarro de arriba abajo (aterrizaje moderno del Mayor Gross).

d) De la *red* que reviste al globo está suspendida la **barquilla** en que caben una o varias personas, los instrumentos científicos y el lastre (sacos de arena).

3. La dirección de los globos se consigue mediante

los propulsores, consistentes en ruedas de palas inclinadas, generalmente de madera y de hasta 4 m de diámetro, puestas en rápida rotación por un motor llevado por el globo. Esas palas oblicuas al girar impulsan al globo *atornillándose* en el aire. (Acción análoga a la del sacacorchos y a la de las hélices de los buques.)

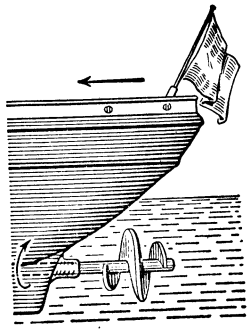


Fig. 233. — Hélice de un buque.

a) El globo dirigible de **Zeppelin** consiste en 17 a 19 cámaras rígidas de plancha de aluminio.

b) Los dirigibles de **Parseval** (fig. 234) contienen dos pequeños **globos reguladores**, *aa*, alimentados por un **compresor.** Según se llene más uno u otro globo regulador, el dirigible se inclina en uno u otro sentido.

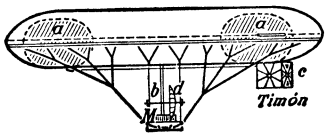


Fig. 234. — Dirigible de Parseval.

4. Aeroplanos. Paralelamente a las aeronaves *más ligeras que el aire*, se han ido perfeccionando las aeronaves **más pesadas que el aire,** llamadas comúnmente **aeroplanos.**

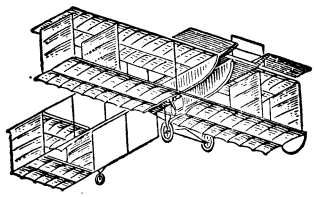


Fig. 235. — Aeroplano primitivo.

Al poner en marcha el motor gira la hélice y el bastidor avanza; con esto se comprime el aire bajo las alas y ejerce sobre ellas una fuerza proporcional a la superficie del ala, al cuadrado de la velocidad y a la proyección del ala sobre un plano normal a la dirección del **movimiento.**

§ 68. Gasómetros y contadores de gas

1. Los **gasómetros** son aparatos destinados a almacenar gases.

Los empleados en los laboratorios tienen generalmente la forma del representado en la figura 236. Para usarlos se echa agua en el embudo *A*, y manteniendo abiertas las llaves *a* y *b*, el líquido pasa al depósito *B*. Cuando *B* está lleno de agua, se cierran *a* y *b* y se abre *s*; pero el agua no escapa por impedírselo la presión del aire exterior. Cuando se introduce por *s* el extremo del tubo que conduce la corriente de gas, éste sube a la parte superior del depósito *B* y desaloja un volumen de agua igual al suyo. Una vez *B* lleno de gas y cerrado *s*, el agua que se admite a través de *b* determina la salida del gas por *c* o por *a*, según se desee. — ¿Qué papel desempeña el tubo *W*?

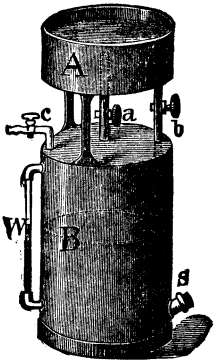


Fig. 236.—Gasómetro.

2. Los contadores (relojes) de gas sirven para medir el volumen del gas consumido por cada abonado.

Una caja cilíndrica de eje horizontal está llena de agua hasta más de la mitad, y contiene un tambor giratorio alrededor del mismo eje de la caja. El volumen del tambor está dividido en cuatro cámaras mediante cuatro paredes, de cuya forma da idea la figura 237. El gas, que penetra por el centro, *a*, pasa a una de las cámaras y obliga al tambor a girar en sentido contrario al indicado por las flechas dibujadas en la figura. Este giro determina la introducción de la cámara opuesta en el agua, siendo por consiguiente desalojado el gas que la llenaba, el cual se

Fig. 237.
Contador de gas.

dirige al tubo *a b* por el espacio libre comprendido entre el tambor y la caja. El número de revoluciones del tambor lo indican unas agujas que recorren circunferencias graduadas, cuyas divisiones expresan unidades de volumen.

Problemas

1. En una **escopeta de viento** se han comprimido 1500 cm^3 de aire hasta reducirlos a 300 cm^3. ¿Qué presión ejercerá este gas sobre un proyectil que la experimente en una superficie de 3 cm^2, si el barómetro indica una presión de 720 mm? — R.: Sobrepresión = 2880 mm.

$$\text{Fuerza} = 3 \times 288 \times \frac{1{,}033}{76} = 11{,}7 \text{ Kg.}$$

2. ¿Cuánto pesa 1 m^3 de aire a 0° y 720 mm? — R.: $1{,}293 \times \frac{720}{760} = 1{,}225$ Kg.

3. ¿Cuál es la **fuerza ascensional** de un globo de 1000 m^3 de capacidad, lleno de hidrógeno a la presión de 720 mm, si el conjunto de envoltura y lastre pesa 800 Kg? — Respuesta: 341 Kg.

4. El recinto de que se extrae el aire con una **máquina neumática** es de 4 litros y el cuerpo de bomba de la máquina es de 3 litros. ¿Cuál es el grado de enrarecimiento al terminar la tercera carrera del pistón? ¿Y cuál es la altura barométrica indicada por el barómetro truncado de la probeta, si la presión atmosférica al realizar el experimento es de 720 mm? — R.: $\delta = \left(\frac{4}{7}\right)^3 = 0{,}187$; $B = 134{,}6$ mm.

5. ¿Cuál debe ser la presión en el **depósito de aire** de una bomba de incendios para que el chorro de agua alcance el alero de un edificio de 3 pisos (16 m)? — R.: más de 1,6 atmósferas sobre la presión atmosférica.

6. Las **alturas barométricas** medias en Colonia, Leipzig, Munich, Viena y Zurich son, respectivamente, 756, 751, 713, 744 y 722 mm. ¿Cuáles son las alturas de los citados lugares sobre el nivel del mar? — R.: 42, 96. 493, 170, 411 metros.

7. Las **alturas sobre el nivel del mar** de Madrid, Lima, Méjico, Quito y Bogotá son respectivamente: 650, 153, 2260, 2908 y 2645 m. ¿Cuáles son las alturas barométricas medias en estos lugares?

CAPÍTULO XI

TRATADO DEL SONIDO (ACÚSTICA)

§ 69. Ondulaciones transversales

1. Imagen de una onda transversal. Si arrollamos alrededor de un tubo de vidrio (o más sencillamente, alrededor de un lápiz) una tira de papel o una cinta, obtendremos una hélice (rosca) que, vista de lado, pre-

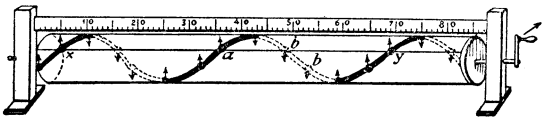


Fig. 238. — Propagación de las ondas.

sentará el aspecto de una onda. Si se hace girar el tubo o cilindro alrededor de su eje (fig. 238), parecerá que la onda avanza a lo largo del tubo. A pesar de ello, ninguno de los puntos de la cinta verifica, en realidad, movimiento longitudinal alguno; si nos fijamos en uno cualquiera, en *a* por ejemplo, advertiremos que durante la rotación no describe más que una trayectoria circular, de plano normal al eje, y que al final de

una vuelta completa, recobra exactamente la posición inicial.

2. En una cuerda fija por un extremo y balanceada por el otro, **en la superficie del agua** tranquila, cuando recibe el choque de una piedra, es fácil reconocer la formación de una serie de ondas transversales.

Si en el punto *A* de la superficie del agua se deja caer una piedra, el líquido es empujado hacia los lados y se forma alrededor de *A* una cresta *B*. Pero tanto *A* como *B* tienden a volver a su primitiva posición, y en virtud de ello adquieren un movimiento oscilatorio; *A* traspasa la posición de equilibrio y forma una cresta, y *B* la traspasa también y forma un valle. Entretanto, el líquido de la cresta *B* ha comunicado su movimiento al líquido de *C* y en consecuencia parece como si la primitiva cresta *B* se hubiera trasladado a *C*. Y así continúa la propagación del movimiento ondulatorio.

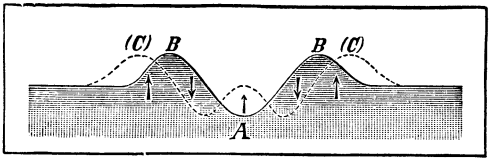


Fig. 239. — Ondas en la superficie del agua.

Si no prestamos atención más que a las sucesivas posiciones de una cresta, nos parecerá que ésta se traslada, cuando en realidad cada punto de la superficie verifica sólo una oscilación normal a la superficie. (COMPROBACIÓN: Un objeto flotante no experimenta traslado alguno debido a las ondulaciones de la superficie del agua.)

Estas ondulaciones en que los movimientos oscilatorios de las partículas se verifican perpendicularmente a la dirección de propagación del movimiento ondulatorio, reciben el nombre de **ondulaciones transversales.**

3. Definiciones. En una serie de ondulaciones se distinguen **crestas** y **valles.** *a)* La distancia entre dos crestas o entre dos valles consecutivos recibe el nombre de **longitud de onda** y se representa por la

letra λ. *b)* La distancia de la posición extrema a la posición media de una partícula se denomina **amplitud** del movimiento ondulatorio. *c)* El tiempo empleado por cada partícula en verificar una ida y vuelta completa a partir de una posición determinada, se llama **tiempo de oscilación** o **período,** y se representa por la letra τ. *d)* La fracción de período en que una partícula va retrasada con respecto de otra, se denomina **diferencia de fase.**

§ 70. Ondulaciones longitudinales

1. Imagen de una onda longitudinal. Tirando y aflojando con rapidez el extremo inferior de un largo muelle helicoidal (muelle espiral), colgado por el otro extremo (fig. 24), se notará como si a lo largo del muelle corriera una serie de espiras más cercanas entre sí que las otras (onda comprimida); examinando atentamente la hélice de alambre, se verá que cada una de sus espiras no experimenta más que un ligerísimo movimiento de vaivén, pero en manera alguna un movimiento de avance comparable al de la onda antes observada.

2. Mecanismo de la formación de ondas en el aire. Si se cierra por uno de sus extremos con un pedazo de vejiga un tubo lleno de aire y se golpea la membrana, cada golpe imprime cierta velocidad a las partículas próximas a la misma, y éstas comunican a su vez movimiento a la capa de partículas siguiente, determinando ante sí una condensación mientras su propia velocidad va disminuyendo, y

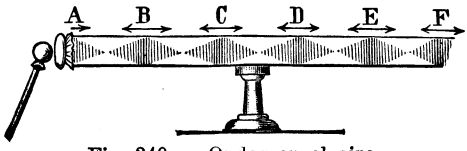


Fig. 240. — Ondas en el aire.

finalmente en *B* (máxima condensación) quedan en reposo (fig. 240). En virtud de la elasticidad, las partículas en *B* retroceden a la primitiva posición de equilibrio, con lo cual se produce en *B* una dilatación, mientras la condensación se traslada a *C*, *D*, etc. De este modo, cada partícula verifica oscilaciones a uno y otro lado de su posición de equilibrio.

En el aire libre, el movimiento vibratorio originado en un punto se propaga en forma de ondas esféricas concéntricas (figura 241).

3. Definiciones. La distancia λ entre dos condensaciones o dos dilataciones consecutivas, se llama **longitud de onda;** los conceptos de **amplitud, período y diferencia de fase** son los mismos que en el caso de las

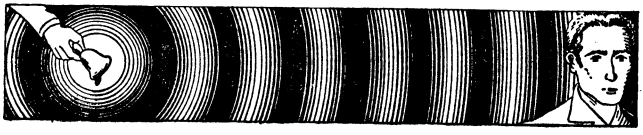


Fig. 241. — Ondas en el aire.

ondulaciones transversales (§ 69-3). Por verificarse las oscilaciones de las partículas de aire en la misma dirección en que se propaga el movimiento ondulatorio, recibe éste el nombre de **longitudinal.**

Mientras una partícula verifica una ida y vuelta a partir de una posición determinada, la condensación recorre una longitud de onda, es decir, durante el tiempo τ la onda recorre un espacio λ.

4. Fórmula del movimiento ondulatorio. Las ondas del aire se propagan a partir del centro de perturbación *A* con la velocidad de 333 m por segundo. Si los impulsos que del punto *A* recibe por segundo el aire son *n*, tendremos que en el espacio de 333 m se hallan *n* condensaciones, y por consiguiente, la dis-

tancia entre dos de ellas consecutivas, o sea la longitud de onda, será:

$$\lambda = \frac{333 \text{ metros}}{n}$$

En general, si llamamos v a la velocidad de propagación del movimiento ondulatorio, tendremos: $\lambda = \frac{v}{n}$ y si atendemos a que el período $\tau = \frac{1}{n}$, será: $\lambda = v\,\tau$.

§ 71. Coexistencia de dos centros de ondas (Interferencias)

1. Cuando se superponen **dos movimientos ondulatorios** (p. ej., los originados en la superficie del agua por la caída de dos piedras), ninguno de ellos es obstáculo para la propagación del otro.

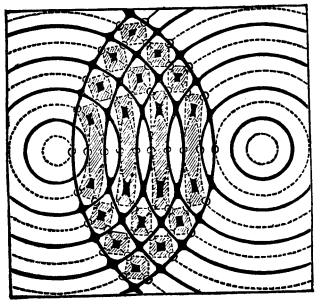


Fig. 242. — Interferencias.

El movimiento de la partícula de agua sometida a la acción de dos ondas *es el determinado por la suma algébrica de los dos impulsos que recibe.* Así, por ejemplo, si cada uno de los movimientos ondulatorios tiende a formar una cresta en el lugar ocupado por una cierta partícula, y si las altuá ras de ambas crestas son iguales, la partícula alcanzar- una altura doble; lo mismo diríamos de la profundidad del valle formado si ambos movimientos tendieran a formar valles de igual profundidad. Cuando uno de los movimientos tiende a formar sobre la partícula una cresta de altura igual a la profundidad del valle que tiende a formar el otro,

la partícula no se separa de la posición de equilibrio. — De manera semejante se verifica la composición de movimientos ondulatorios de desigual intensidad.

Nada impide que la superficie del agua esté sometida a **más de dos movimientos ondulatorios** (más de dos centros perturbadores); la composición de los movimientos ocurre también de la manera indicada para el caso de dos de ellos, es decir, como suma algébrica de los efectos de las ondas componentes.

Esta recíproca acción de varios movimientos ondulatorios recibe el nombre de **interferencia.**

2. Ondas reflejadas. Cuando un movimiento ondulatorio llega a chocar con una pared sólida, es rechazado (se refleja) dando origen a un movimiento ondulatorio que se propaga en sentido opuesto al primitivo y que parece proceder de un centro A', situado detrás de la pared reflectora. Si esta pared es plana, el punto A' es, además, simétrico, con respecto a ella, del punto A. Sin embargo, una **condensación** se convierte en una **dilatación** y viceversa (figura 243).

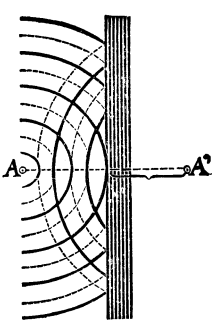


Fig. 243. — Ondas directas y reflejadas.

3. Ondas directas y reflejadas. La interferencia de estos dos sistemas de ondas determina el hecho de que los puntos en que la cresta de un sistema coincide con el valle del otro permanecen constantemente en reposo **(nodos).**

Obsérvase que:

1. Todas las partículas líquidas pasan simultáneamente en este caso por su posición de equilibrio.

2. El movimiento oscilatorio de cada partícula es de amplitud invariable y dependiente de la posición de la partícula considerada.

3. Las partículas cuyo movimiento oscilatorio es de amplitud nula corresponden a puntos que permanecen

constantemente en reposo y reciben el nombre de **puntos nodales.**

Las ondas con que entonces parece rizada la superficie del agua no poseen movimiento alguno aparente de traslación y reciben el nombre de **ondas estacionarias.**

El fenómeno de las ondas estacionarias se presenta tanto en el caso de un movimiento ondulatorio longitudinal como en el de uno transversal.

a) Se obtienen con facilidad **ondas estacionarias** fijando una larga cadena por uno de sus extremos y haciendo oscilar el otro extremo con mayor o menor rapidez. Cuanto más grande es ésta, más *nodos* se forman. La distancia entre dos nodos consecutivos es igual a $\frac{1}{2}\lambda$.

b) Es muy notable la formación de ondas estacionarias en el experimento de Melde (fig. 244). A una de las ramas de un diapasón se fija un hilo delgado de 1 m de longitud, mantenido horizontal mediante un soporte adecuado, y cargado con un pesito suspendido del extremo libre. Al hacer vibrar (= oscilar rápidamente) el diapasón, tienden a formarse ondas estacionarias en el hilo, y se logra su formación definitiva dando al hilo la longitud conveniente, lo que se consigue por tanteo acercando o alejando el soporte.

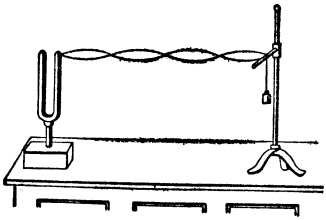


Fig. 244. — Experimento de Melde.

§ 72. Propagación del sonido

1. Producción del sonido. Al dar una palmada, al golpear las cuerdas del piano, al tocar una campana,

se produce en el aire una perturbación que se traduce en movimientos ondulatorios más o menos duraderos.

La acción de las ondas aéreas (fig. 241) sobre nuestro aparato auditivo (oído) produce la sensación de sonido.

2. Manera de propagarse el sonido. Las llamadas ondas sonoras se propagan no sólo en el aire sino también en los cuerpos líquidos y en los sólidos.

Colocado el reloj en uno de los extremos de un banco, se percibe su tictac aplicando el oído al otro extremo. — Si se lima un alambre telegráfico en un punto, el ruido de la lima se puede percibir en cualquiera otro punto del mismo alambre. — Aplíquese el oído al suelo. — En el teléfono de cuerda, las vibraciones de una membrana se transmiten en forma de movimiento ondulatorio longitudinal de una cuerda, a otra membrana. — Una campana puede sonar debajo del agua.

El sonido es debido al movimiento ondulatorio de la materia.

3. La **velocidad del sonido** es, en el aire, de unos 333 m, en el agua de 1435 y en los cuerpos sólidos de 4000 a 6000 metros por segundo.

COMPROBACIÓN: El observador que ve de lejos el disparo de un cañón, percibe primero el fogonazo y más tarde el estampido. Si se determina la distancia s del cañón al observador y el tiempo t transcurrido desde la percepción del fogonazo hasta la del ruido, se podrá deducir inmediatamente la velocidad del sonido $c = \frac{s}{t}$.

Recíprocamente, del valor conocido de la velocidad se puede deducir la distancia del cuerpo productor del sonido; por ejemplo de una nube tempestuosa, contando el tiempo que media entre el relámpago y el trueno.

4. Reflexión. El sonido se refleja en igual forma que todos los movimientos ondulatorios (§ 71-2).

Si se coloca un reloj de bolsillo sobre un pedazo de fieltro y se le rodea con un tubo de igual materia, el tictac

del reloj únicamente se podrá propagar en la dirección del eje del tubo, y para percibirlo habrá que situar el oído en esta dirección. Pero si sobre aquel tubo se instala un espejo convenientemente inclinado, el oído, separado de la dirección del eje del tubo (o sea de la primitiva dirección del rayo sonoro) podrá percibir el tictac muy claramente. Se podrá notar que la nueva dirección del rayo sonoro (rayo reflejado) forma con la normal al espejo un ángulo α' igual al α que forma con la misma normal la dirección primitiva de propagación del sonido (rayo incidente).

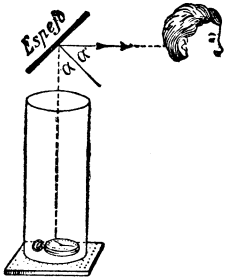


Fig. 245. — Reflexión del sonido.

5. El eco es debido a la reflexión del sonido en alguna pared, peñasco o arboleda.

a) El oído puede percibir y distinguir unas 10 sílabas por segundo y, por lo tanto, la percepción de una sílaba exige $^1/_{10}$ de segundo. Para que exista un **eco monosílabo** será preciso que el sonido reflejado llegue al oído $^1/_{10}$ de segundo más tarde que el sonido directo, y como en $^1/_{10}$ de segundo el sonido recorre unos 33 m, tendremos que la pared reflectora deberá hallarse por lo menos a la mitad de 33, o sea a 16,5 m del observador.

b) Cuando la distancia es menor, el sonido reflejado se superpone al directo. Si la superposición es exacta, el eco (llamado entonces resonancia) aumenta la intensidad del sonido sin obscurecerlo; pero si la coincidencia de ambos sonidos no existe, las resonancias restan claridad al sonido directo. Este efecto pernicioso de las resonancias se evita, en las salas de audiciones que poseen malas **condiciones acústicas,** cubriendo las paredes con tapices que eviten la reflexión del sonido.

c) En la reflexión se funda el empleo de los **tubos acústicos** (para hablar desde una a otra dependencia de un mismo edificio), el de las **bocinas** (reforzadores de la voz) y el de las **trompetillas acústicas** (usadas por los sordos). En realidad, la cavidad bucal viene a ser una bocina natural y la oreja una trompetilla. — La reflexión del sonido en el fondo del mar se aplica al sondeo rápido del océano.

§ 73. El tono

1. Una **explosión,** una **detonación,** determinan la producción de una onda fuertemente condensada, seguida de una corta serie de ondas de amplitud decreciente.

Una serie irregular de ondas produce la sensación de **ruido.** Para obtener la sensación de **nota** (sonido) musical, es necesario que se produzca una sucesión regular de ondas de igual longitud y de amplitud casi constante.

2. Altura de un sonido. Cuanto con más rapidez se suceden las vibraciones del cuerpo sonoro, más cortas resultan las ondas producidas y más agudo el tono del sonido. Esto puede comprobarse mediante la sirena.

La sirena es un disco metálico con una serie de orificios equidistantes entre sí y próximos al borde (fig. 246). Si se

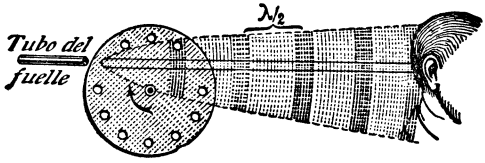


Fig. 246. — Fundamento de la sirena.

hace girar el disco alrededor de su centro y se dirige, mediante un estrecho tubo, una corriente de aire a través de los orificios, las intermitencias en el paso de la corriente dan origen a un sonido tanto más alto o agudo cuanto mayor es la velocidad de rotación del disco.

Si el número de orificios es m y las revoluciones del disco n por segundo, las compresiones transmitidas por el aire e impulsos recibidos por nuestro oído, serán $m\,n$ por segundo, es decir, percibiremos la misma nota que produciría un cuerpo vibrante que verificara $m\,n$ vibraciones por segundo.

Una nota viene caracterizada por un número de vibraciones por segundo. La llamada *la* normal (la_3) es de 435 vibraciones por segundo. Las notas empleadas en música corresponden a números de vibraciones comprendidos entre 40 y 5000; una persona de oído muy fino percibe la sensación de sonido para cualquier número de vibraciones comprendido entre 16 y 35 000 por segundo. Vibraciones más rápidas o más lentas que las indicadas dejan de ser perceptibles al oído.

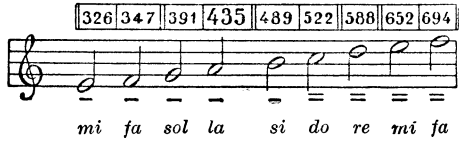


Fig. 247. — Gama musical.

A cada rapidez de vibración le corresponde en el aire una longitud de onda que se puede determinar por medio de la fórmula ya conocida (§ 70-4): $\lambda = \frac{333 \text{ metros}}{n}$.

3. Se entiende por **intervalo** de dos sonidos el cociente de sus números de vibraciones; así, por ejemplo, el intervalo de dos notas de 112 y 105 vibraciones por segundo es $\frac{112}{105} = \frac{16}{15}$. Algunos de esos cocientes reciben nombres particulares; por ejemplo, **el intervalo 2 recibe el nombre de octava.**

a) Como indica la progresión geométrica

$$40 : 80 : 160 : 320 : 640 : 1280 : 2560 : 5120,$$

la serie de sonidos musicales comprende unas siete octavas.

b) La llamada **octava** o **gama musical** comprende siete sonidos con tres clases de intervalos entre cada par de sonidos consecutivos (fig. 247); esos intervalos reciben los nombres de *tono mayor* $\left(\frac{9}{8}\right)$, *tono menor* $\left(\frac{10}{9}\right)$ y *semitono* $\left(\frac{16}{15}\right)$.

§ 74. Producción de sonidos musicales

1. Cuerdas sonoras. Las cuerdas, así metálicas como de tripa retorcida, se emplean en muchos aparatos productores de sonidos (piano, violín, guitarra, etcétera). El **sonómetro** o **monocordio** consiste en una cuerda tendida, entre dos aristas, sobre una caja. Pulsando la cuerda, se observa que la nota producida es tanto más aguda cuanto más corta es aquélla y cuanto más tensa está. Además, la altura del sonido depende del espesor de la cuerda y de la substancia de que está formada.

Fig. 248. — Monocordio.

División de la cuerda en porciones vibrantes. Si se apoya la cuerda, sobre la arista de un caballete de madera, por un punto que diste de uno de los extremos una parte alícuota de la misma, p. ej. $^1/_4$, y se hace vibrar la porción menor, la porción restante se dividirá en partes iguales a la porción aislada; esas partes estarán separadas por puntos nodales. La existencia de vientres y nodos se hará perceptible colocando sobre la cuerda ligeros jinetillos de papel.

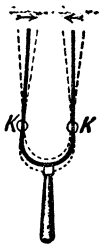


Fig. 249. Diapasón.

2. El diapasón es una varilla de acero doblada en U y provista de un mango o soporte en el punto medio de la porción curva. Cuando se frotan las ramas del diapasón con un arco de contrabajo, sus extremos entran en vibración, acercándose y alejándose alternativamente. Los puntos extremos de la porción curva son puntos nodales, y la porción curva, junto con el mango, efectúa un movimiento vibratorio igualmente rápido que el de los extremos directamente excitados por el arco (fig. 249).

a) Puede comprobarse **el movimiento de las ramas del diapasón** poniendo en contacto con ellas una esferilla de marfil suspendida de un hilo (fig. 250).

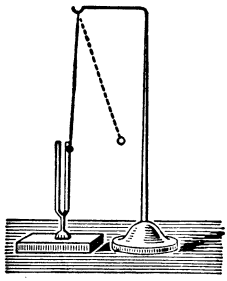


Fig. 250.—El diapasón vibrante rechaza la bola.

b) **Las vibraciones del diapasón pueden inscribirse** en la superficie de un cristal ahumado, fijando a una de las ramas de aquél un pedacito de alambre y haciendo que el extremo del alambre roce con la superficie ahumada; imprimiendo a ésta un rápido movimiento de traslación, el alambre trazará una línea sinuosa.

c) **El diapasón se emplea** para la producción de notas normales, con objeto de poder comparar con ellas las producidas por otros instrumentos (afinación de un piano). El empleo de varillas sonoras para obtener efectos musicales es muy limitado.

3. Las placas vibrantes se emplean especialmente en forma de campanas. Cuando suenan se dividen en porciones dotadas de movimiento vibratorio, separadas por líneas que permanecen en reposo (líneas nodales).

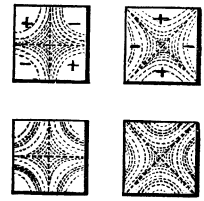


Fig. 251. Placas vibrantes.

Fig. 252. Tubo de órgano.

Es muy curioso el hecho de la división de una placa vibrante en vientres y nodos, observables en las placas planas horizontales espolvoreadas con arenilla **(figuras de Chladni,** fig. 251).

4. Las columnas de aire contenidas en los **tubos sonoros** pueden ponerse en vibración de distintas maneras.

En los **tubos de órgano** (fig. 252), el chorro de aire que llega en forma de lámina, chocando contra una arista, determina vibraciones en la columna de aire interior; en los **de lengüeta** (fig. 253) el paso de la corriente de aire es alternativamente obturado y abierto

por las vibraciones de una laminilla metálica Z, y la serie de interrupciones determina el movimiento ondulatorio de la columna de aire T.

a) Si el **tubo de órgano** está **abierto** por su extremo C, a este punto le debe corresponder un vientre, y como le corresponde otro al punto L (origen de las vibraciones), la longitud del tubo será por lo menos igual a la distancia entre dos vientres consecutivos y, por consiguiente, igual a la mitad de la longitud de onda: $l = \frac{\lambda}{2}$; si se fuerza la corriente de aire, se produce entre L y C otro vientre; el sonido que resulta es la octava del primitivo y la longitud de onda queda reducida a la mitad; entonces $l = \lambda$. Forzando más y más la corriente de aire, puede hacerse $l = \frac{3}{2}\lambda$, $l = 2\lambda$, etc. El primer sonido a que nos hemos referido, $l = \frac{\lambda}{2}$, recibe el nombre de *sonido fundamental*. De la fórmula $\lambda = \frac{333}{n}$ se puede deducir el valor de $n = \frac{333}{\lambda} = \frac{333}{2\,l}$.

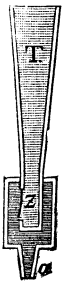


Fig. 253. Tubo de lengüeta.

b) Cuando el extremo C del **tubo de órgano** está **cerrado**, a este punto le corresponde un nodo, y como a L le corresponde un vientre, la longitud del tubo será, por lo menos, igual a la distancia de un vientre al nodo inmediato $l = \frac{\lambda_1}{4}$; y el número de vibraciones correspondientes será: $n_1 = \frac{333}{4\,l}$; luego: *un tubo de órgano abierto da la misma nota que uno cerrado de mitad de longitud.*

c) ¿Por qué los tubos de lengüeta no pueden ser tubos cerrados?

§ 75. Resonancia

1. Reciben el nombre de **resonadores** aquellos cuerpos que puestos en presencia de un cuerpo que

suena, se ponen a su vez a sonar. Un resonador produce siempre una nota determinada y sólo responde a sonidos del mismo tono que el suyo propio.

EXPERIMENTOS. *a)* Si se canta una nota junto a la **caja abierta de un piano,** la cuerda correspondiente a la nota cantada se pone a vibrar.

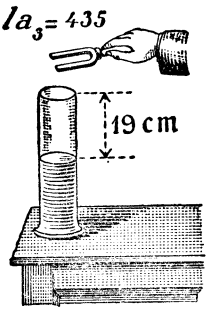


Fig. 254. — Resonancia de una columna de aire.

b) Cuando se hace vibrar un diapasón, el sonido producido es apenas perceptible, pero si se le acerca a un ancho tubo de cristal y éste se llena gradualmente de agua (fig. 254), llegará un momento en que **el sonido de diapasón será muy reforzado** (cuando la columna de aire encerrada en el tubo corresponda a la de un tubo de órgano cerrado, del mismo tono que el diapasón). Por esto, cuando está fijado el diapasón a una caja de madera de convenientes dimensiones **(caja de resonancia),** su sonido es intenso y duradero.

c) Si **dos diapasones exactamente iguales** y provistos de las correspondientes cajas de resonancia se colocan uno frente a otro, al hacer vibrar uno de ellos responde en seguida el otro, aunque la distancia entre ambos sea de algunos metros.

2. Análisis de un sonido. Para determinar cuáles son los tonos o sonidos simples componentes de un sonido determinado, sirve una serie graduada de resonadores, esféricos o cónicos.

Así pudo Helmholtz demostrar que las diferencias que se perciben entre notas iguales producidas por distintos instrumentos (diferencias que constituyen el **timbre** y permiten reconocer el origen del sonido percibido) son debidas a los diferentes sonidos que acompañan al fundamental y que son de ordinario alguno de sus *armónicos.* (Armónicos de una nota son sonidos de números de vibraciones múltiplos del fundamental.)

3. Generalidad del fenómeno de resonancia. El

fenómeno de la resonancia puede ocurrir en toda clase de movimientos vibratorios.

En la resonancia se funda el **contador de revoluciones** del Dr. Frahm, especialmente empleado para el estudio de máquinas de elevado número de revoluciones. Consiste en una serie de lengüetas de acero, de distinta longitud y carga en el extremo libre, cuyos números particulares de vibraciones son perfectamente conocidos; instalada la serie de lengüetas sobre la parte fija de la máquina, la trepidación causada por la rotación en la parte móvil tiende a hacer vibrar todas las lengüetas, pero sólo se pone a vibrar intensamente aquella cuyo número de vibraciones por segundo coincide con el número de revoluciones que por segundo efectúa la parte móvil de la máquina.

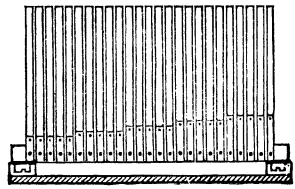


Fig. 255. — Lengüetas de Frahm.

§ 76. Órgano de la voz y aparato auditivo

1. El órgano de la voz tiene su asiento en la laringe o extremidad ensanchada de la tráquea. En la laringe hay dos membranas elásticas **(cuerdas vocales)** enfrentadas, cuyos bordes limitan una estrecha rendija.

a) Al **respirar,** las cuerdas vocales se aflojan, ensanchando la rendija y dejando libre el paso del aire a los pulmones. Para **hablar,** las membranas se ponen tensas, la rendija se estrecha, y el aire que los pulmones envían al exterior tropieza con las cuerdas vocales poniéndolas en vibración y determinando la producción del sonido.

b) La **cavidad formada por la garganta y la boca** sirve para reforzar, actuando como un resonador, alguna de las notas producidas en la laringe, y dar origen a la formación de las vocales. Este hecho puede comprobarse de una manera sencillísima: ábrase la boca como si se fuera a pro-

nunciar una vocal determinada, y sin hablar ni respirar, golpéese la mejilla con los dedos; del ruido producido por los golpes, la boca refuerza sólo las notas constitutivas de la vocal a que está adaptada.

2. En el **aparato auditivo** se distinguen tres regiones: oído externo, oído medio y oído interno.

El **oído externo** sirve para la recepción de las ondas sonoras; viene a ser un embudo cuya boca está constituída por el pabellón de la oreja y cuyo cuello está cerrado por una membrana elástica (tímpano).

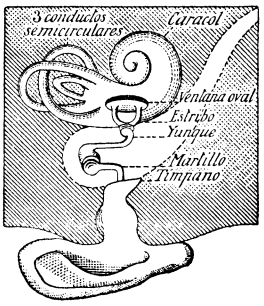


Fig. 256. — Aparato auditivo.

En el **oído medio,** una cadena de huesecillos *(martillo, yunque, estribo)* transmite las vibraciones del tímpano a otra membrana elástica que cierra la llamada ventana oval y está bañada por su cara posterior por el líquido *(endolinfa)* que llena el oído interno.

El **oído interno** presenta una cavidad llamada **caracol,** provista de gran número de fibras nerviosas de distintas longitudes, llamadas **fibras de Corti,** que comunican con el cerebro mediante el nervio acústico. Cada una de esas fibras constituye el resonador de un tono determinado, con lo cual, al percibir un sonido, podemos con relativa facilidad darnos cuenta de sus componentes.

Compárense las fibras de Corti con las lengüetas del aparato de Frahm.

3. El fonógrafo es un aparato inscriptor y reproductor de toda clase de sonidos, sin exceptuar la voz humana.

a) Consiste en un cilindro cubierto de cera y en una trompetilla (bocina) cerrada por una lámina de mica que en el centro lleva una punta de una substancia dura. La bocina se coloca de manera que cuando el cilindro gire alrededor de su eje, la expresada punta (estilete) raye la superficie de la capa de cera. El eje del cilindro está fileteado y los soportes están formados por dos tuercas, de manera que el

cilindro, al girar, se traslada en la dirección de su eje. La curva que la punta dura de la lámina de mica dibuja sobre la cera es, por consiguiente, una hélice (de paso muy pequeño).

b) Cuando se habla delante de la bocina, la lámina de mica vibra (como en el oído la membrana del tímpano) y sus vibraciones se traducen por desigualdades de profundidad del surco helicoidal grabado sobre la cera. Así se obtienen los **fonogramas.**

Fig. 257.
Fonógrafo.

En el **gramófono,** la curva es una espiral dibujada sobre un disco.

c) Cuando el fonograma se hace girar en el mismo sentido en que ha sido inscrito, las desigualdades de su surco helicoidal transmiten a la lámina de mica, mediante la punta dura, movimientos que reproducen exactamente las vibraciones primitivas y envían al aire, por la bocina, ondas iguales a las antes recibidas.

CAPÍTULO XII

TRATADO DE LA LUZ (ÓPTICA)

§ 77. Esencia de la luz

1. Luz. Toda excitación del nervio óptico nos produce la sensación de luz. Mas no sólo damos el nombre de luz a esa sensación interior, sino también a la causa externa que al actuar sobre nuestros ojos nos produce la expresada sensación.

Las impresiones luminosas se distinguen por dos caracteres diferentes:

a) por **la intensidad** o claridad (luz deslumbradora, mate, pálida, vacilante, mortecina. Obscuridad);

b) por **el color** (luz roja, amarilla, verde, azul, violeta).

2. Esencia de la luz. Antiguamente se creía que la luz era una materia desprendida por los cuerpos luminosos.

Esta idea **(teoría de la emisión)** fué admitida por Newton (1704) y sus prosélitos. Huyghens, contemporáneo de Newton, indicó que la luz podía ser debida a un movimiento vibratorio del éter. Según Huyghens, un cuerpo luminoso determina en el éter la formación de ondas que se propa-

gan por el espacio **(teoría de las ondulaciones).** — Las investigaciones de Fresnel y Young (1815) confirmaron la teoría de Huyghens, de modo que hoy es ésta la única admitida.

La luz es debida al movimiento ondulatorio (transversal) del éter.

En cuanto dicho movimiento etéreo llega a un cuerpo cualquiera, le ilumina, es decir, le convierte en nuevo centro de movimientos ondulatorios del éter.

Por medio de una cuerda se puede observar, como indica la figura 258, que las ondas son tanto más cortas cuanto más rápido es el movimiento vibratorio que las engendra. Las ondas luminosas son extremadamente **cortas** y las vibraciones que las engendran son extraordinariamente **rápidas.**

3. La causa de los colores estriba en la distinta impresión que recibe la vista según sea el número de

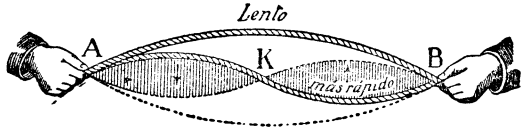


Fig. 258. — Longitud y rapidez de las ondas.

ondulaciones por segundo del movimiento del éter. Los colores de la luz son comparables a las notas del sonido.

La impresión de los colores es producida:

el **rojo**	por unos	400	billones	de vibraciones	por segundo.
el **verde**	»	600	»	»	»
el **violeta**	»	800	»	»	»

§ 78. Manantiales de luz

1. Reciben el nombre de **manantiales de luz** los cuerpos que emiten luz propia. Los hay **cósmicos** y **terrestres.**

a) El más importante de los manantiales cósmicos de luz es el **Sol.**

El Sol consiste en una esfera incandescente (fotosfera) a elevadísima temperatura, rodeada de una atmósfera, también incandescente, de vapores (cromosfera), de la que parecen desprenderse llamaradas enormes (fáculas, protuberancias).

b) Entre los manantiales de luz terrestres, cabe distinguir:

α) **Cuerpos sólidos y líquidos incandescentes** (brasa de carbón; hierro candente).

β) **Gases o vapores incandescentes** *(las llamas,* aunque en realidad casi todo su poder luminoso es debido a las partículas sólidas incandescentes, generalmente de carbón, que flotan en su seno; los gases enrarecidos y atravesados por la corriente eléctrica en los tubos de Geissler; las auroras boreales; el fuego de San Telmo).

γ) **Cuerpos sujetos a la oxidación lenta** (fósforo; madera, carne o pescado en putrefacción y quizá los fuegos fatuos).

δ) **Cuerpos que se hacen luminosos a causa de rozamientos** (terrones de azúcar).

ε) **Vegetales e insectos luminosos.**

2. Cuerpos no luminosos. La mayor parte de cuerpos no emiten luz propia, de modo que cuando no reciben luz de un manantial son invisibles. Para poder ver tales cuerpos es preciso que estén iluminados, es decir, que reciban luz de un manantial. Entonces devuelven la luz recibida, previamente modificada siempre en su intensidad y muchas veces en su color.

a) **La Luna** brilla con luz que recibe del Sol; la porción no iluminada por el Sol resulta invisible. — La luz del Sol ilumina por igual una rosa y una hierba; pero aquélla aparece encarnada, y ésta verde.

b) **Al dejar de estar iluminados** los cuerpos que carecen de luz propia, vuelven a ser invisibles. Sin embargo, algunos de ellos, como el diamante, tienen la propiedad de continuar emitiendo luz durante cierto tiempo cuando la iluminación ha cesado; los cuerpos que **así se comportan reciben el nombre de fosforescentes.**

3. Los cuerpos no luminosos se pueden dividir en transparentes, translúcidos y opacos.

Cuando, a través de un cuerpo, la vista puede percibir la forma de otro, el primero se llama transparente (aire, agua, cristal). Los cuerpos a cuyo través se distingue diferencia de claridad en el sitio ocupado por otro, pero que no permiten distinguir la forma de éste, reciben el nombre de translúcidos (cristal deslustrado, jabón de glicerina). Los cuerpos opacos (planchas metálicas), reducidos a láminas delgadísimas, resultan translúcidos (panes de oro).

§ 79. Propagación de la luz

1. La luz se propaga en línea recta: los rayos de luz son rectilíneos.

a) La forma de los **haces luminosos** (haces de rayos de luz) se puede reconocer en el aire cargado de polvo o humo, o bien haciéndolos pasar rasando una pared.

b) APLICACIONES. La operación de nivelación representada en la figura 172 se funda en la propagación rectilínea de la luz. Trazado de rectas sobre el terreno mediante tres palos.

2. Sombras. A causa de la propagación de la luz en línea recta, detrás de un cuerpo opaco queda un espacio inaccesible a la luz, llamado **sombra.**

Se denomina **sombra** el espacio completamente privado de luz, y **penumbra** el espacio que puede recibir rayos de luz de cierta porción del cuerpo luminoso.

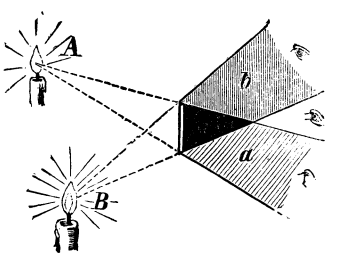


Fig. 259. — Sombra y penumbras.

a) Un cuerpo luminoso **puntiforme,** es decir, un punto luminoso, determina la existencia, detrás de un cuerpo opaco, de una región de sombra perfectamente limitada.

b) Mas cuando el cuerpo luminoso tiene más superficie

aparente que un solo punto, se forman zonas de transición **(penumbras)** entre la sombra absoluta y el espacio bañado en luz. Bastan dos puntos luminosos para poder observar la formación de penumbras (fig. 259).

Aplicación de las sombras a los **relojes de sol.**

3. La cámara obscura es una caja en la que no puede entrar la luz más que por un orificio practicado en una de las paredes; la pared opuesta a la del orificio es translúcida.

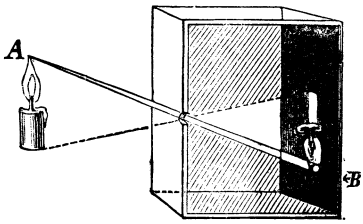


Fig. 260. — Cámara obscura.

FUNCIONAMIENTO. La luz procedente de un objeto luminoso penetra en la cámara por el orificio y forma en la pared translúcida una imagen invertida y de contornos algo confusos, del objeto de que procede.

EXPLICACIÓN. De la luz emitida por cada punto *A* del objeto, penetra en la cámara un delgado haz que produce en la pared translúcida una **mancha luminosa** *B* de forma geométrica semejante a la del orificio, pero del color del punto del cual emanan los rayos de luz. A todo punto del cuerpo luminoso le corresponde, como al *A*, su mancha de luz *B* sobre la pantalla translúcida. La serie de manchas *B* resulta ordenada sobre la pantalla en igual forma que los correspondientes puntos del objeto, pero en posición inversa, pues todos los haces se cruzan en el orificio. Dicha serie de manchas forma, pues, una imagen invertida y algo borrosa del cuerpo luminoso.

Cuanto más pequeña es la abertura, menos borrosa pero también menos brillante es la imagen. No obstante, nunca es conveniente adoptar un agujero de diámetro inferior a $^3/_4$ de milímetro, pues cuando se excede de este límite la imagen resulta borrosa e irisada por los fenómenos de difracción (§ 107).

Imágenes del Sol. La luz del Sol que atraviesa las rendijas de las ventanas forma sobre el suelo y las paredes de la habitación manchas de luz, con frecuencia circulares y

siempre de contornos redondeados. Lo mismo sucede con las manchas luminosas que el Sol dibuja en el suelo cuando sus rayos pasan por entre las hojas de los árboles. ¿A qué es debida esa forma redondeada?

Durante los **eclipses parciales** de Sol, la forma dominante de aquellas manchas es la media luna en vez del círculo.

§ 80. Velocidad de la luz

1. Es tan grande **la velocidad con que la luz se propaga** por el espacio, que nuestra imaginación apenas alcanza a concebirla. Por distintos métodos ha sido posible determinarla, y ha resultado ser de **300 000 kilómetros por segundo.**

Este valor es enorme cuando se compara con las distancias terrestres: así resulta aproximadamente igual a $7\ ^1/_2$ vueltas a la Tierra en un segundo; mas en cambio el camino recorrido por la luz en un año (el **año de luz**) constituye una de las más cómodas unidades de medida para las distancias astronómicas. P. ej.: la luz procedente de una de las estrellas más próximas a la Tierra, α del Centauro, tarda en llegar a nosotros $4\ ^1/_2$ años. El diámetro que se atribuye al enorme anillo constituído por la vía láctea, es de 7700 *años de luz.*

¿Cuánto tiempo emplea la luz en llegar del Sol a la Tierra?

2. **Römer,** en 1670, logró por primera vez medir la velocidad de la luz en el espacio.

Mientras el planeta **Júpiter** recorre el trecho J_1J_2 de su órbita (fig. 261), pasa la Tierra de E_1 a E_2 en la suya, aumentando su distancia a Júpiter en toda la longitud del diámetro de la órbita terrestre. Cuando la Tierra ocupa la posición E_1, el tiempo comprendido entre dos **eclipses** consecutivos del satélite de Júpiter más próximo al planeta es de $42\ ^1/_2$ horas. Sabiendo además que la Tierra tarda en pasar de E_1 a E_2 200 días, se puede calcular la hora de cada eclipse para la posición E_2 de la Tierra. Pues bien, Römer, consultando **las tablas del Observatorio de París, encontró un retraso**

de la hora real con respecto a la calculada, de 986 segundos, y dedujo la consecuencia de que los 986 segundos eran el tiempo empleado por la luz en recorrer el diámetro de la órbita terrestre (297 millones de kilómetros).

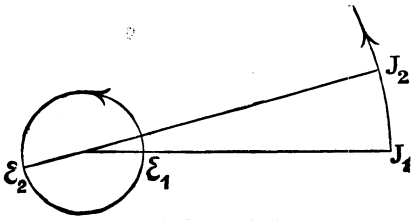


Fig. 261. — Método de Römer.

3. Fizeau, en 1849, encontró el mismo valor para la velocidad de la luz en el seno del aire atmosférico.

Empleó en sus experimentos una **rueda** dentada de 720 dientes y otros tantos huecos de igual anchura que aquéllos. A través de un hueco enviaba un **haz de luz** normalmente a un espejo situado a $8\,^1/_3$ Km de distancia. Cuando la rueda permanecía parada, el observador, por detrás de ella, podía ver la claridad en el espejo, es decir, recibir la luz reflejada en él, a través del mismo hueco utilizado para enviarla. Pero cuando la rueda giraba con determinada velocidad, la ráfaga de luz a que daba paso un hueco, al volver, reflejada, del espejo, encontraba el diente en el sitio que antes ocupaba el hueco, y el observador situado detrás de la rueda no percibía claridad alguna. Esto sucedió cuando la rueda giraba a razón de $12\,^1/_2$ vueltas por segundo. Por lo tanto, la velocidad de la luz resultó ser $2 \times 720 \times 12\,^1/_2 \times 16\,^2/_3 = 300\,000$ Km por segundo.

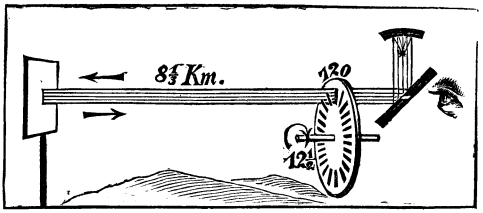


Fig. 262. — Método de Fizeau.

§ 81. El alumbrado

1. El alumbrado se obtiene en la práctica mediante manantiales adecuados de luz. Como unidad de intensi-

dad de luz, señaló el Congreso de electricistas de 1881 la unidad de Violle, es decir, la luz emitida en dirección normal por la superficie de 1 cm^2 de platino a la temperatura de fusión. Mas la comparación directa de las intensidades de las luces ordinarias con esa unidad resulta poco práctica.

a) En su lugar se emplean:

La bujía normal, de parafina, de 20 mm de diámetro y con llama de 50 mm de longitud.

La lámpara de acetato de amilo, de Hefner-Alteneck, con llama de 40 mm de longitud.

La lámpara Carcel, de aceite de colza.

1 Hefner-Alteneck . . . = 0,053 de unidad de Violle.
1 Carcel . . . . . = 0,481 » »
1 bujía ordinaria o normal = 0,06 » »
1 bujía decimal . . . . . = 0,05 » »

b) Una luz de gas ordinaria es aproximadamente de 10 bujías.

Un mechero Auer, de 60 íd.

Una lámpara eléctrica de incandescencia (las más empleadas) de 16 bujías.

Una luz de petróleo, de 15 a 20 íd.

Una lámpara eléctrica de arco, de 500 a 1000 íd.

c) Los distintos procedimientos de alumbrado consumen **por bujía-hora:**

Bujía de ácido esteárico . . .	10 gramos.
Gas (mecheros ordinarios) . . .	11,2 a 15,5 litros.
Gas (mechero Auer)	2 »
Lámpara de petróleo	4,5 gramos.
Acetileno	0,87 litros.
Alcohol (con manguito incandescente)	1,2 gramos.
Lámpara eléctrica de incandescencia con filamento de carbón	3,5 vatios-hora
La misma a voltaje forzado .	2,5 »
Lámpara eléctrica de incandescencia con filamento metálico	1 »
Lámpara «Nitra» con filamento de volframio	0,5 »
Lámpara de arco voltaico . .	1 »
Lámpara de arco de mercurio .	0,4 »

2. La intensidad de iluminación de una superficie se mide en *bujías-metro*. Se entiende por **bujía-metro** la iluminación que 1 cm² de una superficie recibe de una bujía normal situada a 1 m de distancia sobre la perpendicular a la superficie levantada en su centro.

Con una iluminación artificial de 50 bujías-metro se lee tan bien como a la luz del día. La de 10 bujías-metro es la mínima que higiénicamente puede admitirse en trabajos que exijan esfuerzos de la vista. El valor medio admisible para el alumbrado de la vía pública es de 0,1 a 1 bujía-metro.

3. La iluminación disminuye con la inclinación de los rayos sobre la pared iluminada.

OBSERVACIÓN. Un papel doblado presenta distintos grados de claridad; igual les sucede a las caras de un prisma iluminado por un lado, y a la superficie de una esfera.

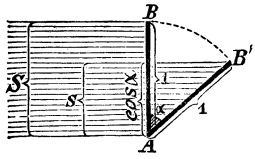


Fig. 263. — $s = S \cos \alpha$.

DEMOSTRACIÓN. Cuando la superficie AB (como representa la figura 263) es normal a los rayos de la luz, recibe la cantidad S; pero si la misma superficie gira α grados y pasa a ocupar la posición AB', recibe sólo la porción de luz s.

Cantidad de luz $s = S \cos \alpha$.

4. La iluminación es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

La cantidad de luz que recibe 1 cm² a la distancia de 1 m del manantial, se reparte, a la distancia de 2 m, sobre 4 cm²; a la de 3 m, sobre 9 cm²..., y a la de r m, sobre r^2 centímetros cuadrados (fig. 264). Si el manantial es de S bujías, el centímetro cuadrado situa-

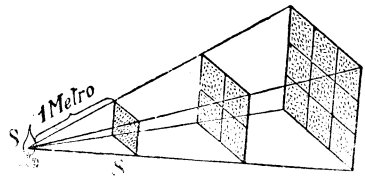


Fig. 264. — Pirámide de luz.

do a 1 metro de distancia recibe una iluminación de S bujías-metro, y el centímetro cuadrado situado a r metros recibirá la

$$\text{Iluminación } B = \frac{S}{r^2} \text{ bujías metro;}$$

es decir, la iluminación crece con la intensidad del foco luminoso, y disminuye en proporción a lo que crece el cuadrado de la distancia de la pared iluminada al foco.

Las leyes expresadas en 3 y 4 pueden ser agrupadas en la fórmula general de la iluminación:

$$\textbf{Iluminación } B = \frac{S}{r^2} \cos \alpha \text{ bujías-metro.}$$

5. Medición de la luz o fotometría. Para comparar las intensidades S_1 y S_2 de dos focos luminosos, se comparan las iluminaciones x e y producidas por ellos.

Estas últimas pueden aumentarse o disminuirse, alejando o acercando los focos de luz de la superficie alumbrada; estas distancias se regulan de modo que x e y alcancen **igual valor**, igualdad que es fácilmente apreciable por nuestra vista.

Si las distancias de S_1 y S_2 a la superficie igualmente iluminada son respectivamente r_1 y r_2, tendremos:

$$\text{Iluminación } x = \text{Iluminación } y \quad \text{o sea} \quad \frac{S_1}{r_1^2} = \frac{S_2}{r_2^2},$$

de donde deriva la proporción $S_1 : S_2 = r_1^2 : r_2^2$, que expresa que *las intensidades de los focos son entre sí como los* **cuadrados** *de sus respectivas distancias a la pared igualmente iluminada.*

a) **Método de Lambert.** (Fotómetro de sombras; figura 265.) Las dos luces A y B que se comparan proyectan las sombras a y b de una varilla sobre una pantalla blanca. Estas sombras a y b no son completamente obscuras, pues **la a está** iluminada por la luz B y la b por la luz A. Se acer-

can o se separan las luces de la pantalla hasta que ambas sombras aparecen igualmente intensas. Entonces se tiene: Iluminación x (de b) = Iluminación y (de a), etc.

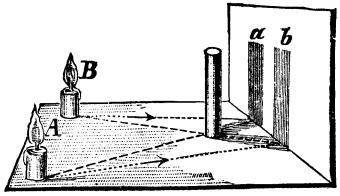


Fig. 265.—Fotómetro de Lambert.

b) **Método de Bunsen.** La pantalla de papel *a a* tiene una mancha *b* de cera o de grasa en su centro; la porción ocupada por la mancha es más translúcida que el resto. Mirada la pantalla por la cara más iluminada, la mancha aparece obscura sobre fondo claro; por la cara menos iluminada sucede lo contrario (¿por qué?). Para emplear este aparato acércanse o aléjanse los focos que se comparan hasta que en las dos imágenes de la pantalla dadas por los dos espejos A_1 y A_2, sea igualmente visible (casi invisible) la mancha *b* (fig. 266).

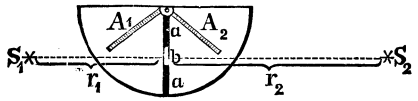


Fig. 266. — Fotómetro de Bunsen.

c) **Método de Jolly-Elster.** (Fotómetro de parafina.) Las dos mitades de un bloque rectangular de parafina, dividido por un plano paralelo a las caras laterales, están separadas por una lámina de estaño. Los focos luminosos se comparan como en el método *b*. El uso de este fotómetro está especialmente indicado cuando se desea que realicen observaciones simultáneas numerosos espectadores.

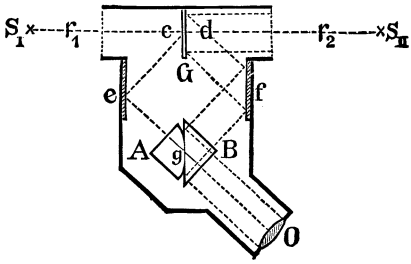


Fig. 267. — Fotómetro de Lummer y Brodhun.

d) **Método de Lummer y Brodhun.** Los dos focos luminosos S_1 y S_2 están separados por la pantalla (placa de yeso) blanca y opaca *cd*. La luz que, procedente de S_1 llega a *c*, es enviada por el espejo *e* al sistema de prismas *A B* (§§ 90 y 91); la luz que procedente de S_2 llega a *d*, es enviada por el espejo *f* al

mismo sistema de prismas. El prisma B es un prisma ordinario, con un ángulo recto y las dos caras adyacentes iguales; la cara del prisma A que se apoya en B es una superficie esférica, aplanada en el círculo de contacto con B. La luz que procede de S_1 pasa por A y por el círculo de contacto con B al tubo O, mientras que la luz procedente de S_2 penetra en B y experimenta la reflexión total (§ 89) sobre la cara-hipotenusa de B excepto sobre el círculo de contacto con el prisma A. Se va variando la distancia del aparato a las luces hasta que el ojo que mira por O observa el campo visual uniformemente iluminado.

e) **Método de L. Weber.** El tubo A (fig. 268) contiene una llama de bencina F y un disco translúcido M_I, cuya distancia a la llama F es variable y puede leerse en una escala exterior. El tubo B puede girar en un plano normal al eje de A y orientarse por consiguiente de manera que otras placas translúcidas M_{II} sean convenientemente iluminadas por la luz del foco que se trata de comparar con F; las placas M_{II} reducen en proporción determinada la intensidad luminosa que reciben. En el cruce de ambos tubos se encuentra un sistema de prismas igual al del fotómetro de Lummer y Brodhun. Se consigue la uniformidad del campo variando la posición de M_1.

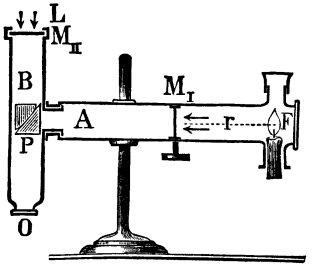


Fig. 268.—Fotómetro de Weber.

El inconveniente más grave que en Fotometría se presenta es la desigualdad de coloración de las luces que se comparan. En el fotómetro de Weber se pueden comparar las luces atendiendo a uno solo de los colores que las componen, colocando en O placas de cristal convenientemente coloreadas.

Problemas

1. Calcúlese la iluminación producida: *a)* por un **mechero de gas** de 10 bujías situado a 3 m de distancia; *b)* por una **lámpara de incandescencia** de 32 bujías situada a

4 metros; *c)* por una **lámpara de arco** de 400 bujías situada a 100 metros. — R.: 1,1; 2; 0,04 bujías-metro.

2. Una llama de gas de 10 bujías arde a la altura de 80 cm **sobre la mesa;** ¿a qué altura se debería instalar una lámpara eléctrica de incandescencia, de 32 bujías, para que la iluminación fuera igual a 1,5 veces la de la llama de gas? — R.: 1,37 m.

3. Dos lámparas de incandescencia de 16 bujías distan una de otra 5 m y están instaladas a la altura de 2 m sobre la mesa. ¿Cuál es la iluminación de la mesa en el punto equidistante de ambas lámparas? — R.: Unas 2 bujías-metro y, por lo tanto, insuficiente.

§ 82. Reflexión de la luz

1. La experiencia nos enseña que cuando un rayo de luz tropieza con una superficie pulimentada o espejo, es rechazado (reflejado).

La superficie de los lagos, una pizarra mojada, el pavimento de asfalto recién regado, los objetos metálicos bruñidos reflejan la luz. En los cristales de las ventanas se refleja intensamente la luz del Sol poniente. Deslumbramiento debido a la luz solar reflejada en un espejo.

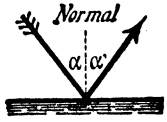


Fig. 269. Reflexión.

Los **espejos de cristal** ordinarios llevan adherida a su superficie posterior una delgada lámina metálica (antiguamente formada por amalgama de estaño, en la actualidad por plata precipitada químicamente).

Ley de la reflexión. Trazada la normal a la superficie reflectora en el punto en que el rayo de la luz experimenta la reflexión, se ve que:

a) *El ángulo* α *formado por la normal y el rayo que llega (rayo incidente) es igual al* α' *formado por la misma normal y el rayo reflejado.*

Ángulo de incidencia = Ángulo de reflexión

b) *El rayo incidente, el reflejado y la normal* están en un mismo plano.

2. Los rayos que son **paralelos** entre sí antes de encontrar el espejo plano, continúan siendo paralelos entre sí una vez reflejados.

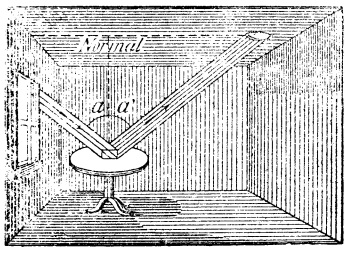


Fig. 270. — Reflexión de la luz del Sol.

a) DEMOSTRACIÓN. Por ser iguales todos los ángulos α de incidencia, deben serlo los α′ de reflexión.

b) EXPERIMENTO. Por medio de un espejo, los rayos paralelos de luz solar pueden ser dirigidos a sitios donde no hubieran llegado directamente. (Iluminación de habitaciones interiores.)

3. Los rayos que inciden normalmente al espejo son reflejados también normalmente.

DEMOSTRACIÓN. Por ser $\alpha = 0$, debe ser $\alpha' = 0$.

Aplicación a la medición de desviaciones. Frente a una regla graduada y a la distancia ε (fig. 271) se encuentra un espejito que recibe luz de una rendija situada en el centro de la regla y la refleja produciendo una mancha luminosa sobre la misma regla. El conjunto está destinado a medir las desviaciones sufridas por el eje a que se ha fijado el espejo. Cuando éste es paralelo a la regla, la normal al primero pasa por el centro de la segunda; mas cuando el espejo ha girado un ángulo α, el rayo procedente del centro de la regla forma con la normal al espejo el ángulo α y, por consiguiente, el rayo re-

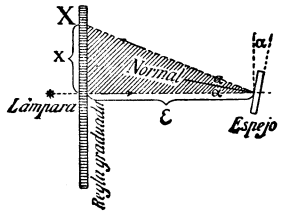


Fig. 271. — Palanca óptica.

flejado forma un ángulo 2α con el incidente, formándose la mancha de luz a la distancia x del centro de la regla. Tendremos: $\frac{x}{\varepsilon} = \text{tg } 2\alpha$; y para otra desviación x_1, $\frac{x_1}{\varepsilon} = \text{tg } 2\alpha_1$; por lo tanto:

$$x : x_1 = \text{tg } 2\alpha : \text{tg } 2\alpha_1.$$

Cuando α y α_1 sean muy pequeños, el cociente de las tangentes puede ser substituído por el cociente de los arcos:

$$x : x_1 = 2\alpha : 2\alpha_1 = \alpha : \alpha_1,$$

es decir, *las dimensiones longitudinales de la mancha de luz son proporcionales a las desviaciones angulares del espejo.*

4. En superficies toscas, la luz es reflejada en todas direcciones (difusión de la luz).

§ 83. Espejos planos

1. La ley de la reflexión aplicada a un haz de rayos procedentes de un punto puede enunciarse así: los rayos procedentes de un punto luminoso A son reflejados por un espejo plano de manera que aparentan proceder de otro punto A', simétrico de A con respecto al plano del espejo.

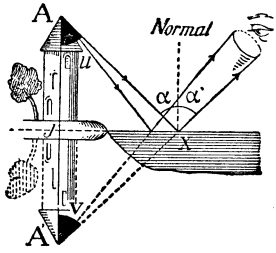


Fig. 272. — Reflexión de un haz de rayos.

a) Demostración. Dibujemos el punto A' (fig. 272) que reúna las condiciones antedichas, para lo cual será necesario que los ángulos en J sean de 90° y que $AJ = A'J$. Unamos luego el punto de incidencia de cualquier rayo (p. ej., del AX) con A', y prolonguemos la recta $A'X$; esta prolongación será el rayo reflejado, pues el ángulo α' que forma con la normal es igual al α formado con la misma por el rayo incidente. En efecto, los triángulos AJX y $A'JX$ son iguales y, por lo tanto, $u = v$; pero $u = \alpha$ y $v = \alpha'$; luego $\alpha = \alpha'$.

b) **Experimento de Rosenberg.** Frente a una pantalla blanca y normalmente a ella se coloca una serie de tirillas especulares, a las que se hacen llegar los rayos de luz procedentes de un foco luminoso A; los rayos reflejados dibujan sobre la pantalla blanca sus direcciones, concurrentes en el punto A' (fig. 273).

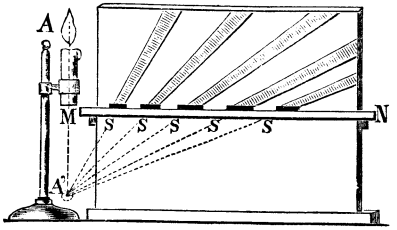


Fig. 273. — Experimento de Rosenberg.

2. La imagen de un objeto obtenida mediante un espejo plano es virtual (aparente).

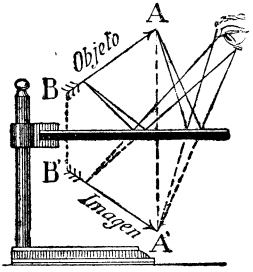


Fig. 274.—Imagen virtual.

a) Obsérvese (fig. 274) que ningún rayo de luz puede llegar a $A'B'$; esta imagen sólo puede determinarse geométricamente prolongando hacia abajo los rayos reflejados. Las imágenes constituídas de ese modo se denominan virtuales o aparentes.

b) **Objeto e imagen son de igual tamaño y simétricos respecto al plano del espejo,** es decir, la imagen virtual es respecto al objeto real como el guante de la mano derecha respecto al guante de la mano izquierda. Póngase la mano derecha frente al espejo y se verá en él una mano izquierda. La imagen de un escrito dada por el espejo y la impresión que el mismo escrito ha dejado en el papel secante son iguales. Se lee fácilmente la huella producida sobre el papel secante mirándola en un espejo.

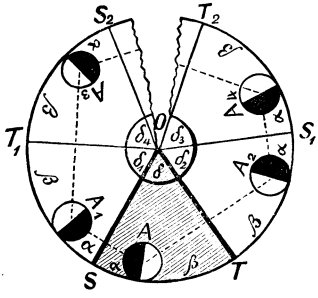


Fig. 275.
Imágenes en los espejos angulares.

c) El **portaluz** consiste en un espejo que se coloca en la ventana para dirigir un haz de luz solar, a través de un tubo, al interior de una habitación. Cuando el portaluz está provisto de un movimiento de relojería que le obliga a seguir el curso del Sol, recibe el nombre de **helióstato.**

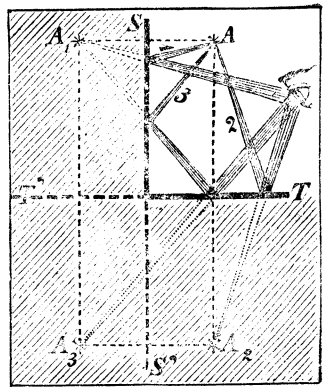


Fig. 276.—Reflexiones en los espejos angulares.

d) **Espejos angulares.** Con dos espejos planos, dispuestos de manera que formen entre sí un ángulo δ, se obtiene de un objeto un número de imágenes dependiente de la inclinación relativa de ambos espejos, es decir, del ángulo δ:

$$n = \frac{360}{\delta} - 1.$$

En la figura 276 puede seguirse la marcha de la luz entre dos espejos angulares, con $\delta = 90°$.

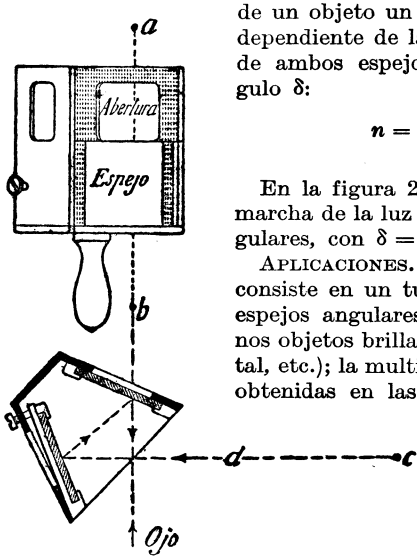


Fig. 277. — Escuadra.

APLICACIONES. El **caleidoscopio** consiste en un tubo que encierra dos espejos angulares y entre ellos algunos objetos brillantes (trocitos de cristal, etc.); la multiplicidad de imágenes obtenidas en las distintas posiciones de dichos objetos da origen a vistosas combinaciones.

Los agrimensores emplean **escuadras** formadas por dos espejos angulares, con $\delta = 45°$ (**figura 277**). **Para** trazar por *c* una perpendicular a la recta

marcada por los puntos *a* y *b*, el observador, empuñando la escuadra, se mueve en la recta *a b* hasta conseguir que se forme en esta recta la imagen de *c* (obtenida por reflexión en ambos espejos), y coloca una banderola *d* de modo que su imagen se forme en la misma recta.

e) El **sextante** se emplea para la medición del ángulo 2α formado por los rayos que, procedentes de dos puntos (estrellas) *P* y *Q*, llegan al ojo. Consiste en un sector circular por cuyo centro pasa el eje de una alidada que en un extremo lleva una manecilla y un nonius, y en el otro extremo un espejo perpendicular al plano del sector. Otro espejo *T*, fijo, ocupa una posición paralela a la que ocupa el primer espejo cuando el cero del nonius coincide con el

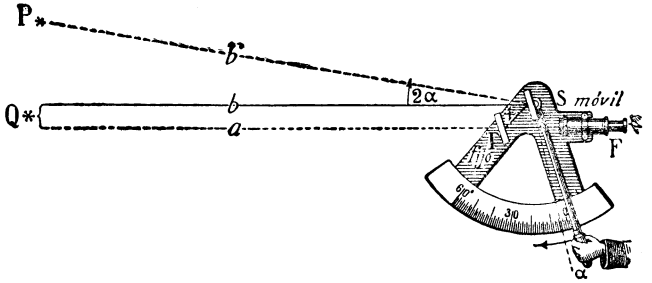


Fig. 278. — Sextante.

cero del arco graduado. Se hace girar la alidada hasta que con el anteojo *F* se vea por doble reflexión en ambos espejos el punto *P* simultáneamente con el *Q* que se ve mediante los rayos directos (es decir, no reflejados, que pasan por encima del borde del espejo *T*) y que se hubiera visto sólo si los espejos continuaran paralelos. El ángulo que ha girado la alidada es α, mitad del PSQ.

§ 84. Espejos cóncavos

1. Los espejos esféricos son porciones de esfera pulimentadas. Si la cara pulimentada es la interna, los espejos se llaman cóncavos; si es la externa, convexos.

Para familiarizarse con los conceptos de cóncavo (hueco) y convexo, obsérvese la mano ahuecada o una cuchara.

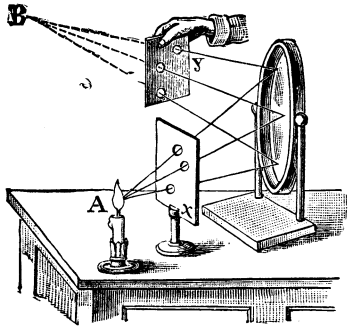


Fig. 279.
Reflexión en los espejos cóncavos.

2. La ley de la reflexión, aplicada a los espejos cóncavos, se puede expresar así: *Los rayos de luz procedentes de un punto A, una vez reflejados, coinciden o aparentan coincidir en otro punto B.*

La ley anterior sólo es aplicable con **la condición de que el tamaño del espejo sea muy pequeño con respecto a su radio.**

INDICACIONES: *A*, objeto; *B*, imagen.

COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL. Se recibe en el espejo la luz que atraviesa tres orificios circulares practicados en una pantalla *x*. En la pantalla *y* se obtienen tres manchitas de luz que irán acercándose entre sí conforme alejamos a *y* del espejo; cuando *y* llegue a *B*, las tres manchas coincidirán en una sola (fig. 279).

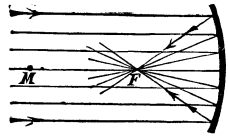


Fig. 280.
Foco principal.

También se podría realizar un experimento parecido al de Rosenberg (figura 273) colocando las tiras especulares, no ya sobre un plano, sino sobre una superficie cilíndrica. Los haces reflejados se cortarían en un punto.

3. Recibe el nombre de **foco principal** el punto en que se cortan, una vez reflejados, los rayos que llegan al espejo paralelos a la línea (eje principal) que une el centro de la esfera al punto medio del espejo.

Expuesto un espejo a los rayos del Sol, en el foco se puede encender el papel, la madera,. etc.

4. El foco dista del espejo la mitad del radio: $\frac{r}{2}$.

Demostración (fig. 281). $A\,I$ es un rayo paralelo al eje principal, que una vez reflejado pasará por el foco F. Como el radio $M\,I$ es la normal en el punto I al elemento o mínima porción de espejo en que el rayo $A\,I$ se refleja, tendremos $\alpha = \alpha'$ (§ 82-1); pero $\alpha = \alpha''$ y, por consiguiente, $\alpha' = \alpha''$. Esta igualdad expresa que el triángulo $M\,F\,I$ es isósceles y, por lo tanto, $F\,I = F\,M$. Si la distancia $K\,I$ es muy pequeña (condición señalada en 2) puede ser considerado $F\,I$ como igual a $F\,K$; luego $F\,M = F\,K$, y resulta estar F colocado a la mitad de la distancia $M\,K$, es decir, a la mitad del radio.

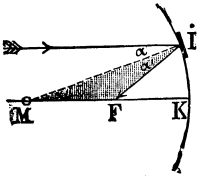


Fig. 281.
$F\,K = M\,F$.

Línea focal o cáustica por reflexión. Cuando el espejo está formado por considerable porción de una superficie esférica, dejan de concurrir en un punto los rayos que inciden paralelos al eje principal, y forman, en cambio, sus sucesivas intersecciones una superficie luminosa cuya traza sobre cualquier plano que pase por el eje principal (por ejemplo, el plano del papel en la figura 282) es una línea (llamada *cáustica*, como la superficie) cuya forma recuerda la de la cifra 3. Únicamente el vértice de esa línea puede ser considerado como punto focal de una reducida porción central del espejo. Puede observarse la formación de la cáustica cuando llegan oblicuamente los rayos del Sol a una taza de café, a cualquier caja cilíndrica de hojalata, a un aro metálico colocado sobre la mesa, etc.

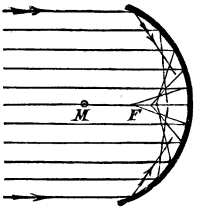


Fig. 282. — Cáustica.

5. Los espejos cóncavos parabólicos concentran siempre en un punto todos los rayos que inciden paralelos al eje principal.

Recíprocamente, la luz procedente del foco se convierte, por la reflexión, en luz paralela.

Aplícanse los espejos parabólicos a los reflectores (proyectores, faros, ...).

§ 85. Imágenes producidas por los espejos cóncavos

1. Los tres rayos más notables. Cuando el punto A de un objeto está situado fuera del eje principal o eje óptico, se puede determinar su imagen con mucha sencillez. Para ello, recordaremos que todos los rayos

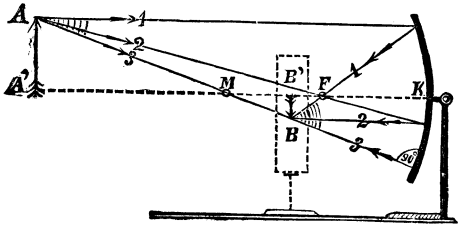


Fig. 283. — Los tres rayos más notables.

procedentes de A, después de reflejarse, concurren en un punto (imagen de A) y que para determinar un punto bastan dos rectas. Bastará, por lo tanto, elegir dos de los infinitos rayos que parten de A; los dos elegidos serán aquellos cuya marcha se puede determinar con más facilidad. Estos rayos de fácil determinación son tres:

a) **El rayo paralelo al eje principal.** Este rayo, una vez reflejado, pasa por el foco.

b) **El rayo principal** (o eje secundario). Recibe estos nombres el rayo que pasa por el centro, es decir, el que coincide con un radio. Por ser normal al espejo en el punto de incidencia, sigue una vez reflejado, en inverso sentido, la primitiva dirección.

c) **El rayo que pasa por el foco.** Este rayo, después de reflejado, es paralelo al eje principal.

La reflexión convierte:

a) **El rayo paralelo al eje principal en rayo que pasa por el foco.**

b) **El rayo que pasa por el foco** en rayo paralelo al eje principal.

c) **El rayo principal** (eje secundario) en **rayo principal** (eje secundario).

2. Clases de imágenes. Al construir la imagen de un punto luminoso *A* pueden ocurrir dos casos:

a) Los rayos reflejados se cortan realmente en un punto *B* (fig. 283). En tal caso el punto *B* puede formarse sobre una pantalla y, por lo tanto, se trata de una imagen positiva, **real.** El espejo **dibuja** la imagen sobre el papel.

b) Los rayos reflejados no se cortan, pero parece que proceden todos de un punto situado detrás del espejo, es decir, se cortan en este punto sus prolongaciones. No es

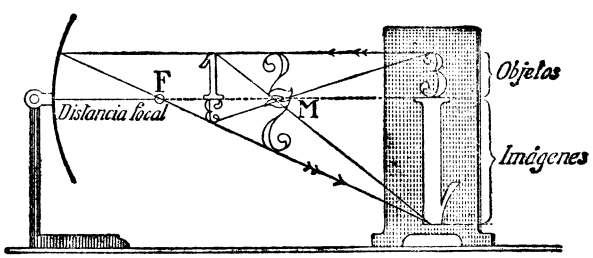


Fig. 284. — Imágenes reales en un espejo cóncavo.

posible recibir la imagen en una pantalla, y la imagen obtenida es, por lo tanto, aparente, **virtual.** El espejo **permite verla,** pero no la **dibuja** en parte alguna.

3. El espejo cóncavo da imágenes reales cuando el objeto se encuentra situado más allá del foco.

De la figura 284 se puede deducir lo siguiente: cuando el objeto se aproxima al espejo, la imagen se aparta y su tamaño aumenta. Cuando el objeto ocupa el centro de la esfera, la imagen se forma también en ese centro y su tamaño es igual al del objeto.

La imagen real es siempre invertida.

	Distancia del objeto al espejo	Distancia de la imagen al espejo	Tamaño de la imagen
1	∞	f	= **Punto**
2	disminuye	aumenta	crece
3	$2f = r$	$2f = r$	= **Objeto**
4	disminuye	aumenta	crece
5	f	∞	$= \infty$
6	disminuye	imagen virtual	

4. El espejo cóncavo da imágenes virtuales cuando el objeto está más próximo al espejo que el foco.

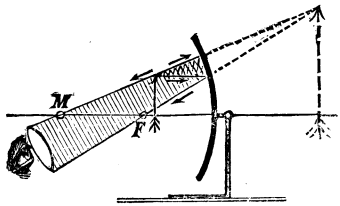


Fig. 285.
Imagen virtual en un espejo cóncavo.

De la figura 285 se puede deducir lo siguiente: En el caso de producirse una imagen virtual, objeto e imagen se acercan o alejan simultáneamente del espejo. La imagen virtual es siempre derecha y mayor que el objeto.

APLICACIONES. Espejos para afeitarse. Laringoscopio (para observar la laringe).

§ 86. Espejos esféricos convexos

1. Clase de imágenes. Las imágenes de objetos reales obtenidas mediante espejos convexos, son siempre **virtuales.**

Cualquiera que sea la posición del objeto con respecto al espejo, la imagen es virtual, derecha y menor que el objeto.

2. La imagen se determina gráficamente con mucha facilidad haciendo uso de dos de los tres rayos más notables antes señalados.

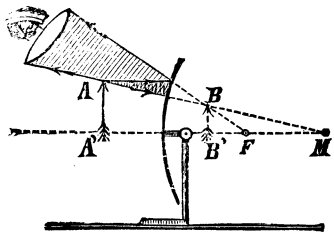


Fig. 286.
Imagen en un espejo convexo.

Sólo debe advertirse que el foco no puede ser considerado aquí como punto de intersección de rayos reflejados, sino que, como todas las imágenes, es un punto virtual, situado detrás del espejo (también a la distancia $^1/_2\ r$).

§ 87. Fórmula de los espejos cóncavos

1. Distancia de la imagen al espejo (fig. 287).

Sea $A\,J\,B$ la trayectoria recorrida por un rayo; el radio $J\,M$ será bisectriz del ángulo $A\,J\,B$. Como la bisectriz de un ángulo, en un triángulo, divide al lado opuesto en partes proporcionales a los lados adyacentes, tendremos:

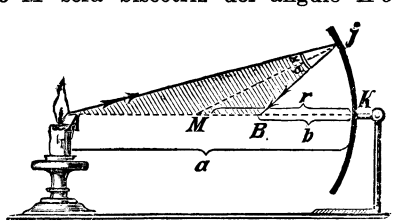


Fig. 287. — Fórmula de los espejos cóncavos.

$$JA : JB = MA : MB.$$

Si el espejo cumple la condición necesaria para que la ley del § 84-2 le sea aplicable, $J\,A$ y $J\,B$ podrán ser considerados como respectivamente iguales a $K\,A$ y $K\,B$ y, por lo tanto: $K\,A : K\,B = M\,A : M\,B$, y si designamos las longitudes $A\,K$, $B\,K$ y $M\,K$ respectivamente por a (distancia del objeto al espejo), b (distancia de la imagen al espejo) y r (radio de la curvatura del espejo), resultará:

$$\frac{a}{b} = \frac{a - r}{r - b}.$$

Multiplicando en cruz, $ar - ab = ab - br$, y por división por abr,

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r} - \frac{1}{a}, \text{ o bien: } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r} = \frac{1}{1/2\, r} = \frac{1}{f}.$$

$$\boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}} \qquad \boxed{f = \frac{r}{2}}$$

EJEMPLO. De un objeto colocado a 120 cm de un espejo cóncavo da éste una imagen a 60 cm. ¿Cuál es la distancia focal del espejo?

$$\text{De } \frac{1}{120} + \frac{1}{60} = \frac{1}{f}, \text{ se deduce:}$$

$$f = 40 \text{ cm} \quad \text{y} \quad r = 2f = 80 \text{ cm}.$$

2. Para **determinar la magnitud de la imagen** obsérvese el curso del rayo AK que después de la reflexión encuentra el punto B.

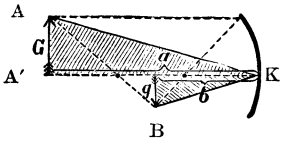


Fig. 288.
Magnitud de la imagen.

El ángulo que un rayo incidente en el punto K forme con el reflejado, tendrá por bisectriz la recta $A'K$ y, por lo tanto, se formarán dos triángulos semejantes (fig. 288) cuyas bases respectivas serán G y g (magnitudes lineales del objeto y de la imagen), y podremos establecer esta proporción:

$$\boxed{G : g = a : b}$$

EJEMPLO. ¿Cuál es el tamaño de las **imágenes del Sol** obtenidas mediante los espejos cóncavos?

La distancia de la Tierra al Sol es de unos 110 diámetros solares; la magnitud lineal del Sol G es de un diámetro solar d; por consiguiente, $G = d$; $a = 110\, d$, y $b = f$ (aproximadamente). Aplicando la fórmula anterior, $1 : g = 110 : f$; $g = \frac{1}{110} f$, es decir, el diámetro de la imagen es igual a $\frac{1}{110}$ de la distancia **focal.**

§ 88. Refracción de la luz

1. Enséñanos la experiencia que cuando un rayo de luz llega a la superiicie de separación de dos medios, se divide en dos porciones: una que contfnúa propagándose por el antiguo medio (es reflejada) y otra que penetra en el nuevo, sufriendo, empero, una desviación (es refractada).

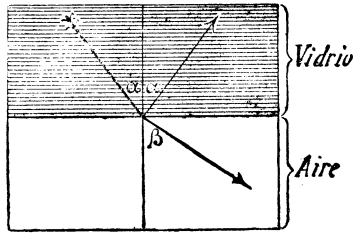


Fig. 289. — El rayo se separa de la normal.

Si el nuevo medio es menos denso que el primitivo, el rayo, al refractarse, se aleja de la normal (fig. 289); si el nuevo medio es más denso que el antiguo, la refracción aproxima a la normal el rayo (fig. 290).

Puede comprobarse experimentalmente el hecho haciendo llegar un rayo de luz solar al agua, rasando con la superficie de una lámina metálica, circular y graduada, sumergida hasta el centro en el líquido, de manera semejante a la representada en la figura 290.

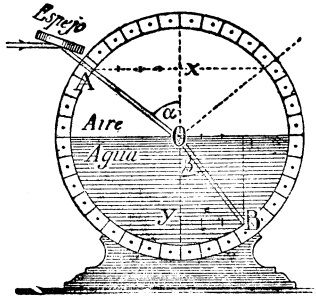


Fig. 290.
Experimento de refracción.

2. La ley de la refracción se expresa así:

a) *El rayo incidente, el rayo refractado y la normal en el punto de incidencia están en un mismo plano.*

b) *Entre el ángulo de incidencia* α (formado por el

rayo incidente y la normal) *y el ángulo de refracción* β (formación por la normal y el rayo refractado) *existe la relación siguiente*:

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} = n.$$

La constante n, que indica la intensidad de la acción refractora, recibe el nombre de **índice de refracción.**

a) **Construcción del rayo refractado** (fig. 290). Con centro en el punto de incidencia, se describe un círculo de radio igual a la unidad de longitud adoptada, y en dos cuadrantes opuestos se toman ángulos cuyos senos sean iguales a $A\ X$ (= sen α) y a $B\ Y$ (= sen β), deducido este último de la fórmula expresada:

$$\frac{A\ X}{B\ Y} = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} = n_{AA}$$

El subíndice $A\ A$ de n está formado por las iniciales de los dos medios (aire y agua) determinantes de la refracción.

b) **Construcción completamente gráfica** (fig. 291). Con centro en el punto de incidencia, se describen dos semicírculos: uno de radio igual a la unidad y otro de radio igual a n. Se prolonga en el nuevo medio el rayo incidente; por el punto G en que la prolongación corta a la semicircunferencia de radio unidad, se traza una paralela a la normal, y el punto F en que esa paralela corta a la semicircunferencia de radio n, se une con O; OF es el rayo refractado.

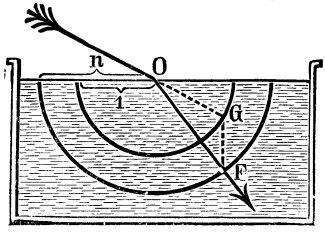


Fig. 291.
Construcción del rayo refractado.

DEMOSTRACIÓN El ángulo $O\ G\ F$ es suplementario del ángulo α (es decir, $O\ G\ F + \alpha = 180°$), luego sen $O\ G\ F =$ sen α.

El ángulo $O\ F\ G$ es igual (por alternos internos entre paralelas) al ángulo β; luego sen $O\ F\ G =$ sen β.

En el triángulo $F\,G\,O$ se verifica:

$$\frac{O\,F\ (=n)}{O\,G\ (=1)} = \frac{\text{sen}\ O\,G\,F\ (=\text{sen}\ \alpha)}{\text{sen}\ O\,F\,G\ (=\text{sen}\ \beta)};$$

luego β es efectivamente el ángulo de refracción.

Se seguirá con más comodidad la demostración anterior si se completa la figura 291 con la normal en O y la indicación de los ángulos α y β.

3. El valor n del índice de refracción es distinto para cada par de medios.

Casi siempre uno de los medios del par es el aire. He aquí algunos valores de n.

Del aire al	agua	vidrio	cristal	diamante
es:	$n_{AA} = {}^4/_3$	$n_{AV} = 1{,}5$	$n_{AC} = 1{,}7$	$n_{AD} = 2{,}5$

El índice de refracción resulta, en todo caso, igual a la razón de las velocidades de la luz en los dos medios; así:

$$n_{AA} = \frac{\text{Velocidad de la luz en el aire}}{\text{Velocidad de la luz en el agua}} = \frac{40\,000 \text{ millas geográficas}}{30\,000 \text{ millas geográficas}} = \frac{4}{3}$$

ANALOGÍA. Un ciclista desea ir del punto A al punto B (figura 292) por el camino más breve. A y B están situados en dos campos separados por una línea recta. El campo A está muy bien apisonado, lo cual permite al ciclista marchar en él con la velocidad de 5 metros por segundo. El campo B, sin apisonar, sólo permite al ciclista la velocidad de 2 metros por segundo. El camino más breve no lo seguirá el ciclista si se decide a pasar por el punto y, es decir, si se dirige por la *mínima distancia*, sino que lo seguirá si marcha hacia x y sigue la línea quebrada $A\,x\,B$. La porción $B\,x$ se acerca tanto más a la normal cuanto peor es el estado del terreno B.

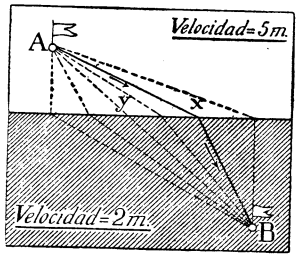


Fig. 292.—El camino más breve.

La luz sigue siempre el camino más breve. Esta propiedad es común a todo movimiento ondulatorio.

4. Apariencias debidas a la refracción de la luz.

a) **Un bastón sumergido oblicuamente en el agua** parece quebrado en el punto en que corta la superficie del líquido. ¿Por qué parece elevada la porción sumergida? — (Figura 293.)

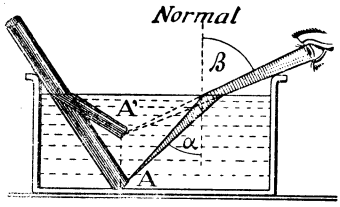


Fig. 293.
El bastón parece quebrado.

b) Cuando se mira a través del agua **al fondo de un vaso,** ese fondo y todos los objetos en él colocados, parecen más elevados; la apariencia se exagera cuando se mira desde un punto muy próximo a la superficie líquida.

c) **Refracción atmosférica.** Las capas de aire atmosférico son tanto más densas cuanto más distan de la superficie terrestre. La luz procedente de un astro *S* (fig. 294) experimenta, para llegar a la superficie de la Tierra, una serie de refracciones en virtud de las cuales describe una trayectoria curva. La consecuencia de ello es que el observador ve la estrella en *S'*, más alta sobre el horizonte de lo que en realidad está. Cuando el astro se halla próximo al horizonte, el efecto de la refracción es elevarlo $^1/_2$ grado. La refracción atmosférica adelanta en algunos minutos la salida del Sol y retrasa su puesta.

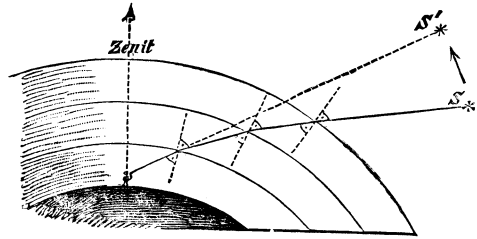


Fig. 294. — Refracción atmosférica.

d) **Las esquinas verticales** de un edificio parecen quebra-

das y curvas vistas a través de los cristales de mala calidad. ¿Por qué?

§ 89. Reflexión total

1. El paso de la luz de un medio a otro menos denso es imposible en ciertos casos. Cuando un rayo B (fig. 295) llega a la superficie de separación de dos medios (cristal y aire), sabemos ya que se divide en dos: uno refractado, B_2, y otro reflejado B_1; evidentemente la intensidad (claridad) de cada uno de estos rayos es menor que la del rayo primitivo. Por ser èl segundo medio menos denso que el primero, tendremos además que el ángulo de refracción β será mayor que el de incidencia α.

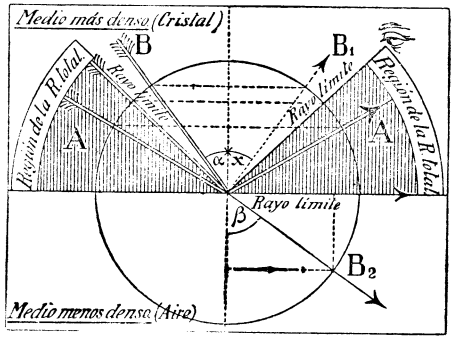


Fig. 295. — Ángulo límite.

Pero el máximo valor que puede tener β es de 90°, y este valor lo alcanza, en el aire, cuando el ángulo α, en el cristal, es de 36°. Por lo tanto, si α aumenta todavía pasando por los valores 37°, 40°, 50°, ... 89°, ninguna porción del rayo incidente podrá ya ser refractada, y la porción reflejada adquirirá el máximo de intensidad: el rayo incidente será *totalmente reflejado.*

2. Condiciones. Para que ocurra la reflexión total es preciso que queden satisfechas estas dos condiciones: 1.ª El rayo que llega a la superficie de sepa-

ración debe proceder del medio **más denso.** 2.ª Su ángulo de incidencia debe ser mayor que el llamado **ángulo límite.**

Se denomina **ángulo límite** l, el ángulo α de incidencia correspondiente a uno β de refracción de 90°. Por lo tanto, tendremos:

$$\frac{\text{sen } l}{\text{sen } 90°} = n_{CA} \quad \text{o sea} \quad \boxed{\text{sen } l = n_{CA}}$$

OBSERVACIÓN. Es evidente que n_{CA} es igual a $\frac{1}{n_{AC}}$.

Valores del ángulo límite. Si el medio menos denso es el aire, el ángulo límite vale:

Para el	diamante	cristal	cuarzo y vidrio	agua
$l =$	24°	36°	42°	48°

El ángulo límite es tanto menor cuanto más intensa es la acción refractora (poder refringente) del medio considerado.

3. Puede verificarse una **comprobación experimental** dirigiendo oblicuamente y por la cara inferior, un haz de luz a la superficie de nivel del agua que llena un depósito cuadrangular de paredes transparentes. En cuanto el ángulo de incidencia α de los rayos del haz es mayor de 48°, la luz es totalmente reflejada.

Al mirar aquella superficie por debajo, se la ve brillar como una superficie de mercurio.

4. Fenómenos debidos a la reflexión total.

a) **Los vivos destellos del diamante,** tan intensos en comparación con los de sus imitaciones, se deben a la reflexión total de los rayos de luz sobre la cara interna de las facetas.

b) Si se sumerge un frasco de vidrio en un recipiente lleno de agua, ciertas porciones de la superficie del frasco brillan como si estuvieran plateadas. ¿Por qué?

c) **Espejismos.** Cuando, por el desigual calentamiento

u otras causas, las capas atmosféricas presentan un cambio brusco de densidad, el fenómeno de la reflexión total puede presentarse en algunos puntos de la superficie de separación, que actúa entonces como un espejo mediante el cual se pueden observar, flotantes en la atmósfera, paisajes quizá no visibles directamente (Fata morgana: figura 296). Otras veces ocurre en las inmediaciones del suelo la inversión completa del orden de densidad de las capas atmosféricas, y la reflexión total se verifica junto al suelo, apareciendo éste como cubierto por una capa líquida ondulante, en la que se reflejan los objetos que de ella sobresalen (**espejismo** de los desiertos).

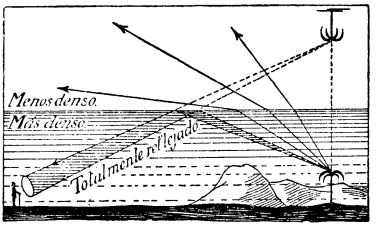


Fig. 296. — Fata morgana.

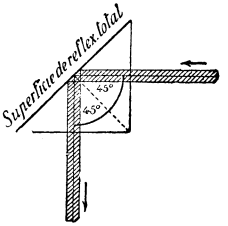


Fig. 297. — Prisma de reflexión total.

d) **El prisma de reflexión total** (figura 297) es un prisma de vidrio cuya sección recta es un triángulo rectángulo de catetos iguales. Los rayos de luz que inciden normalmente a la cara correspondiente a un cateto, llegan a la cara hipotenusa formando un ángulo de incidencia de 45°; y por ser éste mayor que el ángulo límite del vidrio, experimentan la reflexión total y salen del prisma normalmente a la cara correspondiente al otro cateto. (APLICACIONES: Fotómetro de Lummer y Brodhun (§ 81-5), anteojos de prismas (§ 105-2), etc).

§ 90. Lámina de caras paralelas

1. Se denomina **lámina de caras paralelas** el cuerpo transparente limitado por dos superficies planas paralelas.

2. Marcha de los rayos luminosos. El rayo procedente del punto O_1 se refracta dos veces: al entrar, acercándose a la normal; al salir, alejándose de ella.

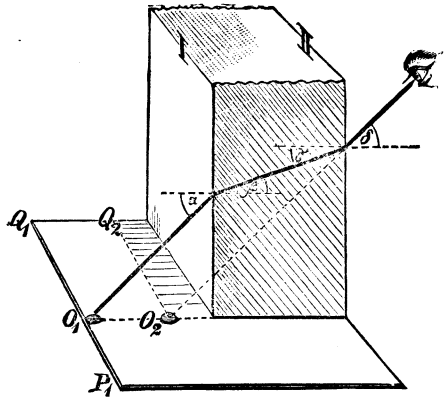


Fig. 298. — Paso de un rayo de luz por una lámina de caras paralelas.

El observador ve el objeto O_1 en el punto O_2, es decir, más cerca de la lámina. La porción $P_1 O_1$ de la línea $P_1 Q_1$ la ve el ojo directamente; pero la porción $O_1 Q_1$ la ve, a través de la lámina, trasladada a la posición $O_2 Q_2$.

3. Ley. *El rayo emergente* (que sale de la lámina) *es paralelo al incidente, si a uno y otro lado de la lámina existe el mismo medio.* El rayo se desvía paralelamente a sí mismo.

DEMOSTRACIÓN: $\frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} = n_{AV} = \frac{\text{sen } \delta}{\text{sen } \gamma}$; y como $\beta = \gamma$ por alternos internos entre paralelas, deberá ser también $\alpha = \delta$.

Magnitud de la desviación (mínima distancia entre los dos rayos paralelos): $d = e \frac{\text{sen } (\alpha - \beta)}{\cos \beta}$, siendo e el espesor de la lámina.

§ 91. El prisma

1. Recibe, en Óptica, el nombre de **prisma** todo cuerpo transparente limitado por dos planos no para-

lelos. La arista de intersección de los dos planos recibe el nombre de arista refringente, y el ángulo ω de los planos, el de **ángulo refringente.**

2. Marcha de los rayos luminosos. El rayo procedente del punto O_1 experimenta dos refracciones: al

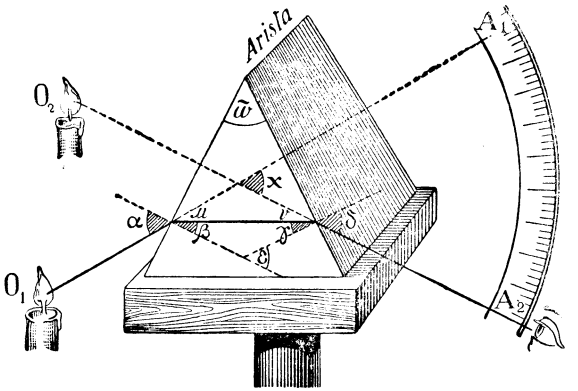


Fig. 299. — Paso de un rayo de luz a través de un prisma.

entrar se acerca a la normal; al salir se aleja de ella. De aquí se desprenden estas dos reglas:

a) *El rayo se desvía separándose de la arista refringente.*

b) *La imagen O_2 del objeto O_1 aparece más próxima que el objeto a la arista refringente.*

3. Valor de la desviación x. Para recibir el rayo directamente (si no existiera el prisma), el ojo del observador debería estar situado en A_1; cuando el rayo atraviesa el prisma, el ojo debe colocarse en A_2. La primitiva dirección del rayo es $O_1 A_1$; la nueva dirección es $O_2 A_2$. Entre ambas forman el ángulo x, que recibe el nombre de *desviación.*

Para observar la desviación se instala una pantalla blanca paralela a los rayos luminosos; delante de la pan-

talla se coloca el prisma P (fig. 300), viéndose una faja sombreada en la dirección primitiva de los rayos y una cinta de luz en la dirección de los rayos refractados. Al variar la inclinación del prisma con respecto a los rayos de luz, se notan cambios en el valor de la desviación, pero resulta imposible hacer que ésta traspase cierto mínimo.

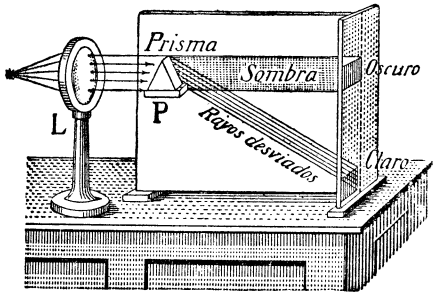


Fig. 300. — Observación de la desviación.

4. La mínima desviación se obtiene cuando el prisma está simétricamente colocado con respecto a las direcciones de los rayos incidente y emergente.

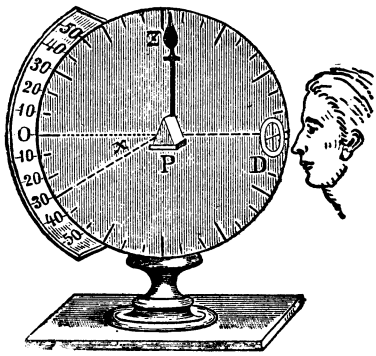


Fig. 301. — Goniómetro.

COMPROBACIÓN. *a)* Haciendo girar el prisma representado en la figura 300. *b)* Mediante el goniómetro vertical (fig. 301); al mirar por D se ve el número 30 en el lugar del cero; por consiguiente, $x = 30$. La aguja Z permite reconocer la simetría del prisma con respecto a las direcciones de incidencia y emergencia, en el caso de la mínima desviación.

5. Las cuatro fórmulas del prisma. Calcular la marcha de un rayo de luz a través de un prisma equivale a determinar los valores de los ángulos σ, β, γ, δ y x. Para ello se utilizan estas cuatro relaciones (figura 299):

I. $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\beta} = n_{AC}$	III. $\dfrac{\operatorname{sen}\delta}{\operatorname{sen}\gamma} = n_{AC}$
II. $\beta + \gamma = \omega$	IV. $x = (\alpha + \delta) - \omega$ (Suma de ángulos externos; Suma de ángulos internos)

DEMOSTRACIÓN. I y III son consecuencia de la ley de la refracción.

II. $\beta + \gamma = \varepsilon$ (ángulo exterior del triángulo) $= \omega$ (de lados perpendiculares a los de ε).

IV. $x = u + v$ (por ser x ángulo externo del triángulo) $= (\alpha - \beta) + (\delta - \gamma) = \alpha + \delta - (\beta + \gamma) = \alpha + \delta - \omega$.

En el caso de la mínima desviación x_0, tendremos:

$$\alpha = \delta;\ \beta = \gamma = \frac{\omega}{2};\ u = v = \frac{x_0}{2};\ \alpha = u + \beta = \frac{x_0}{2} + \frac{\omega}{2} = \frac{\omega + x_0}{2}$$

y de $n = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\beta}$ se deducirá:

$$n = \frac{\operatorname{sen}\dfrac{\omega + x_0}{2}}{\operatorname{sen}\dfrac{\omega}{2}}$$

fórmula usada en la determinación del índice de refracción de una substancia, fundándose en la medición, siempre sencilla, de los ángulos ω y x_0.

EJEMPLO. En un prisma de vidrio de ángulo refringente igual a 60° se ha hallado una mínima desviación $x_0 = 40°$. Por consiguiente: $n = \dfrac{\operatorname{sen} 50°}{\operatorname{sen} 30°} = \dfrac{0{,}77}{0{,}50} = \mathbf{1{,}54}$. (Véase la tabla de los senos en el § 21.)

§ 92. Dispersión de la luz

1. Mezcla de colores. Si se comunica un rápido movimiento de rotación a un disco compuesto de sectores azules y sectores rojos, estos colores no se perciben durante el movimiento, pues el disco parece poseer un solo color que ni es rojo ni es azul, sino mezcla de los colores mencionados.

De manera análoga puede obtenerse **luz blanca** mezclando una serie conveniente de colores: el disco rotatorio de que acabamos de hablar aparecería blanco durante el movimiento, si dividido en sectores de determinada magnitud, se hubiesen pintado éstos con los colores de la serie que pronto vamos a indicar.

Recíprocamente: la luz blanca puede ser descompuesta en varios colores; semejante descomposición acompaña a toda refracción, pero adquiere especiales caracteres de limpieza y claridad en el prisma.

2. Dispersión. La desviación de los rayos de luz que atraviesan un prisma depende del índice de refracción *n*. *A los distintos colores corresponden distintos índices de refracción.* Por consiguiente, si el haz de luz que llega a un prisma es una mezcla de los colores rojo y verde, el paso por el prisma descompondrá ese haz en dos, uno rojo y otro verde. El rojo es menos desviado que el verde. En una pantalla situada detrás del prisma, obtendremos una imagen roja y otra verde de la rendija que ha dado paso a la cinta de luz (fig. 302).

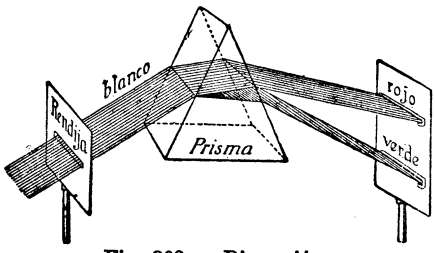


Fig. 302. — Dispersión.

Si en la mecha de una lámpara de alcohol se pone una pequeña cantidad de una sal de litio (para dar color rojo a la llama) y otra pequeña cantidad de una sal de sodio (para darle color amarillo) y miramos la llama del alcohol a través de un prisma, veremos dos imágenes de dicha llama: una roja y otra amarilla.

3. La luz blanca del Sol contiene innumerables colores. Una cinta (como la de la figura 302) de luz solar es descompuesta por el prisma en un abanico o

haz divergente de luz, que produce en la pantalla situada detrás del prisma una serie de innumerables imágenes de la rendija (una imagen de cada color). El conjunto de estas imágenes constituye una banda luminosa llamada **espectro solar.** En ella distinguió Newton siete colores principales:

rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul, añil, violeta.

Las distintas imágenes de la rendija reciben el nombre de rayas espectrales.

Para obtener las rayas espectrales bien definidas, es preciso interponer una lente (§ 93) en el trayecto de los rayos.

4. Los espectros pueden ser de varias clases:

a) Los gases y vapores incandescentes dan espectros de rayas aisladas (v. la lámina de la pág. 288, 3 a 7).

Por ejemplo, el vapor de sodio da una línea amarilla, llamada raya *D*. El vapor de talio da una raya verde. El de litio una raya roja y una anaranjada. El hidrógeno cuatro rayas. El vapor de hierro da mil rayas.

b) Los sólidos y líquidos incandescentes dan espectros continuos (v. la lámina, 1). Ejemplo: los carbones de las lámparas de arco; los filamentos de las lámparas de incandescencia.

5. Rayas de Fraunhofer. El espectro solar está surcado por líneas obscuras (v. la lámina, 2), que han recibido el nombre de su descubridor Fraunhofer (1814). Por lo tanto, en la luz del Sol faltan los colores que en un espectro continuo ocuparían el sitio de aquellas rayas obscuras.

Este fenómeno es debido a que algunos de los colores que integran la luz emitida por el núcleo solar (luz que daría un espectro continuo) son absorbidos por la atmósfera del Sol; y precisamente, los colores absorbidos son los que esa atmósfera emite por sí sola (aunque menos intensamente).

6. Se designa con el nombre de **análisis espectral,** la observación de las imágenes espectrales con objeto de deducir la naturaleza de las substancias luminosas (incandescentes) o absorbentes que han intervenido en la formación de los espectros.

El descubrimiento de espectros nuevos ha servido a algunos investigadores para anunciar la existencia de nuevos elementos, habiendo sido más tarde completamente comprobadas tales deducciones (rubidio, cesio, helio, etc.).

7. Prisma acromático. Con iguales ángulos refringentes, un prisma de cristal *(flint)* produce un espectro de doble longitud que el producido por un prisma de vidrio *(crown)*. Si aumentamos el ángulo refringente del de vidrio, hasta que la longitud de su espectro iguale a la del dado por otro de cristal, y colocamos los dos prismas de la manera indicada en la figura 303, evitaremos casi por completo la dispersión (formación de imágenes irisadas) y subsistirá en gran parte la desviación. Los prismas así constituídos se llaman **prismas acromáticos.**

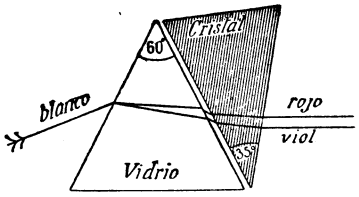


Fig. 303. — Prisma acromático.

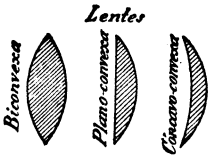
§ 93. Las lentes

1. Los cuerpos transparentes limitados por **dos superficies esféricas** reciben el nombre de **lentes.**

La recta que une los centros de ambas superficies es el eje óptico de la lente. Si la lente es de muy poco espesor, se la puede imaginar reducida a un plano refringente (plano principal).

2. Clases de lentes. Atendiendo a la posición relativa de las dos superficies esféricas, se distinguen dos clases de lentes:

a) **Lentes positivas.**



1.ª manera de reconocerlas. Son más gruesas en el centro que en el borde, y por esta razón se denominan *lentes convexas.*

2.ª manera de reconocerlas. En virtud de la ley del prisma, los rayos de luz que atraviesan una lente de esta clase se refractan inclinándose hacia la región de máximo espesor; por esta razón se denominan *lentes convergentes.*

b) **Lentes negativas.**

1.ª manera de reconocerlas. Son más delgadas en el centro que en los bordes, y por esta razón se denominan *lentes cóncavas.*

2.ª manera de reconocerlas. En virtud de la ley del prisma, los rayos de luz que atraviesan una lente de esta clase se refractan inclinándose hacia la región de máximo espesor; por esta razón se denominan *lentes divergentes.*

3. La ley de la refracción aplicada a las lentes se expresa así: *Los rayos emitidos por un punto A son refractados por la lente de manera que después de haberla atravesado concurren todos en un punto B* (figura 304) *o parecen provenir todos de un punto B* (fig. 310).

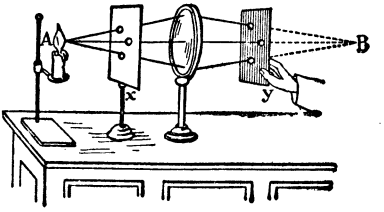


Fig. 304. — Refracción en las lentes convexas.

Los rayos que pasan por el centro de la lente (centro óptico) no sufren desviación y se denominan rayos principales (o ejes secundarios).

INDICACIONES. *A*, objeto; *B*, imagen.

COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL para las lentes positivas. Se coloca entre el foco de luz y la lente una pantalla agujereada (fig. 304), y las manchas que la luz refractada dibuja sobre otra pantalla se aproximan o se separan según el sentido en que ésta se mueve; al llegar al punto *B*, todas las manchas coinciden en una sola.

4. Recibe el nombre de **foco principal** el punto *F* en que concurren, una vez refractados, los rayos que inciden paralelos al eje principal.

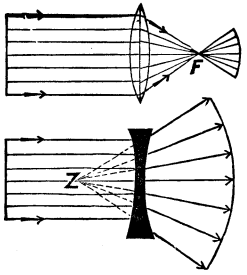


Fig. 305.—Foco principal.

Puesto que todos los rayos que inciden sobre una lente se refractan inclinándose hacia la zona de mayor espesor, las lentes positivas tendrán un foco principal real *F* (fig. 305); en cambio, en las lentes negativas dicho punto será virtual y constituirá el centro del cual parecerán emanar los rayos que inciden paralelamente al eje principal.

Si se reciben los rayos solares sobre una lente positiva, en el foco se calientan, hasta inflamarse, las materias combustibles, como, por ejemplo, el papel (fig. 306).

Fig. 306.
Foco principal.

5. Toda lente tiene dos focos principales, uno a cada lado, correspondientes a los dos sentidos en que pueden llegar los rayos paralelos al eje principal. Es digno de notarse que aun en lentes asimétricas *los dos focos están a distancias iguales del plano principal.*

§ 94. Imágenes producidas por las lentes

1. Marcha de los tres rayos más notables:

a) **El rayo paralelo** al eje principal, una vez refractado, pasa por el foco.

b) **El rayo que pasa por el foco,** una vez refractado, es paralelo al eje principal.

c) **El rayo principal** (eje secundario) no es desviado por la refracción.

Si por los centros de curvatura M y M_1 se trazan dos radios MB y $M_1 B_1$ paralelos entre sí y próximos al eje, los elementos de superficie B y B_1 serán paralelos y el rayo $A\,B$ que pasa por ellos experimentará igual desviación que si atravesara un medio de caras paralelas, y sufrirá, por consiguiente, tan sólo una desviación paralela, que en el caso de lentes de pequeño espesor no llegará a ser sensible.

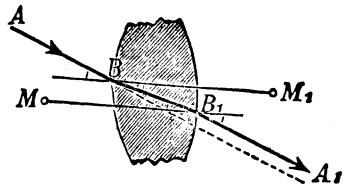


Fig. 307. — Eje secundario.

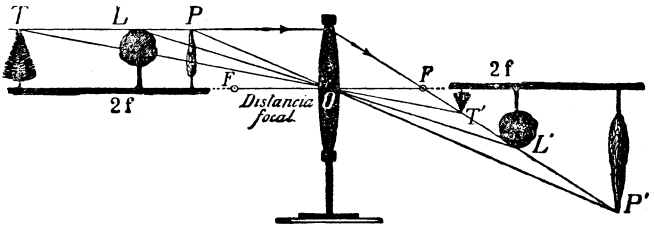


Fig. 308. — Imágenes reales en una lente convergente.

Dos de esos tres rayos bastan para determinar gráficamente la imagen de un punto, en virtud de la ley expresada en el § 93-3.

Las calificaciones *real* y *virtual* tienen aquí la misma significación que en el estudio de los espejos.

2. De la construcción gráfica indicada en las figuras 308, 309 y 310, pueden deducirse estas leyes:

a) Las lentes positivas dan imágenes **reales e invertidas** cuando el objeto se encuentra a una distancia mayor que la focal. Esas imágenes pueden ser recibidas sobre una pantalla; su tamaño es tanto mayor cuanto mayor es la distancia a que se forman.

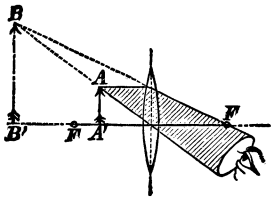


Fig. 309. — Imagen virtual en una lente convergente.

Cuando el objeto se acerca a la lente, la imagen se aleja y aumentan sus dimensiones. Objeto e imagen son de igual magnitud cuando uno y otra se hallan a la distancia $2f$ de la lente.

b) Las lentes positivas dan imágenes **virtuales y derechas** cuando el objeto se encuentra a una distancia menor que la focal. Esas imágenes son siempre mayores que el objeto.

APLICACIONES: Vidrios de aumento; oculares de los anteojos.

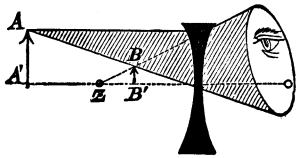


Fig. 310. — Imágenes en las lentes divergentes.

c) Las lentes negativas dan imágenes **virtuales, derechas** y menores que el objeto, cualquiera que sea la posición del objeto con respecto a la lente.

Lo mismo en el caso *c* que en el *b*, el ojo del observador debe hallarse en el cono de rayos emergentes para poder percibir la imagen virtual.

d) Cuando el punto luminoso se halla situado en el foco principal de una lente positiva, el cono de luz

incidente recibido por la lente es convertido en un haz de rayos paralelos.

APLICACIONES: En los faros; en los faroles de bicicleta y automóvil.

§ 95. Fórmulas de las lentes

1. Distancia de la imagen. Llamando O al punto medio de la lente, indicada en sección en la figura 311, podremos escribir:

En el triángulo ABY, $\dfrac{OF}{AY} = \dfrac{OB}{AB}$

En el triángulo BAX, $\dfrac{OF}{XB} = \dfrac{OA}{AB}$

y sumando ordenadamente: $\dfrac{OF}{AY} + \dfrac{OF}{XB} = 1.$

Substituyendo OF por f (distancia focal), AY por a (distancia del objeto a la lente) y BX por b (distancia de la imagen a la lente), tendremos

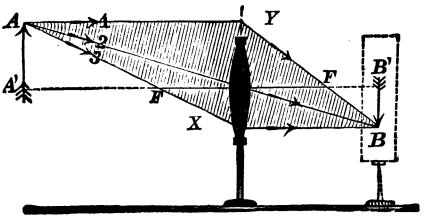


Fig. 311. — Los tres rayos más notables.

$$\frac{f}{a} + \frac{f}{b} = 1 \qquad \text{o sea:} \quad \boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}}$$

Obsérvese la correlación entre las fórmulas y leyes de las lentes y las de los espejos. Difieren, sin embargo, en lo que respecta a la determinación del valor f, igual para los espejos a $\frac{r}{2}$, mientras que para las lentes se deduce de la siguiente fórmula:

$$\boxed{\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}$$

en la que r_1 y r_2 representan los radios de las superficies esféricas que limitan la lente. El valor de cualquiera de estos radios debe ser considerado como positivo si la superficie correspondiente es convexa, y como negativo en caso contrario.

Para las lentes plano-convexas, la fórmula anterior toma esta forma más sencilla:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\,\frac{1}{r}.$$

2. Magnitud de la imagen. De la semejanza de los triángulos rayados en la figura 312 se deduce:

G	:	g	=	a	:	b
Magnitud del objeto		Magnitud de la imagen		Distancia del objeto a la lente		Distancia de la imagen a la lente

EJEMPLO. Una lente de vidrio ($n_{AV} = 1{,}5$) tiene estos radios: $r_1 = +30$ cm; $r_2 = +20$. A 120 cm de distancia está instalada una lámpara eléctrica de incandescencia, de 8 cm de altura. Determínese la posición, naturaleza y tamaño de la imagen obtenida.

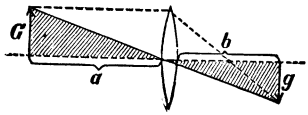


Fig. 312. — $G : g = a : b$

De las fórmulas:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \qquad G : g = a : b$$

y substituyendo en ellas $r_1 = 30$; $r_2 = 20$; $n = 1{,}5$; $a = 120$ y $G = 8$, se deducirá:

$$f = 24 \text{ cm}; \qquad b = 30 \text{ cm}; \qquad g = 2 \text{ cm}.$$

§ 96. Defectos de las lentes

1. Aberración cromática. Una lente determinada posee para cada color un foco distinto (fig. 313). En efecto: f depende de n, y n depende del color de la luz que la lente recibe (§ 92).

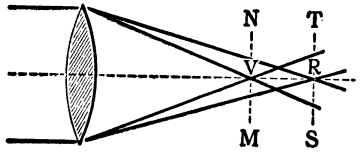


Fig. 313. — Aberración cromática.

a) De lo que antecede se desprende que una lente simple únicamente podrá dar imágenes claras si recibe luz de un solo color (monocromática); por lo tanto, con luz blanca se obtendrán imágenes con los bordes coloreados (imágenes irisadas).

b) Como en los prismas, se puede evitar la dispersión de la luz por las lentes esféricas agrupando dos lentes (una de vidrio y otra de cristal) de curvaturas convenientes. Los sistemas de lentes así constituídos reciben el nombre de sistemas acromáticos o el de **lentes acromáticas** (fig. 314).

Fig. 314. Lente acromática.

2. Aberración esférica. La porción central de una lente esférica no tiene exactamente el mismo foco que la porción periférica.

a) De aquí se deduce que las imágenes producidas por la porción central no coinciden exactamente con las determinadas por la porción periférica; cuanto mayor es la abertura de la lente, es decir, cuanto mayor es su tamaño con respecto a su distancia focal, menos coinciden dichas imágenes, y por consiguiente, menos clara es la imagen resultante que se obtiene por el conjunto de aquéllas.

b) Este defecto puede atenuarse suprimiendo por medio de diafragmas (pantallas con un orificio central) los rayos que atraviesan la porción periférica de la lente, o bien, cuando se combinan varias lentes, por la conveniente elección de sus distintos radios de curvatura. Los sistemas de

lentes que carecen de aberración de esfericidad se llaman **sistemas aplanéticos.**

La aberración de esfericidad es tanto menor cuanto más delgada es la lente. Las lentes más aplanéticas son las cóncavo-convexas.

3. Astigmatismo. Cuando un delgado haz de rayos procedente de un punto luminoso cae muy oblicuamente sobre una lente, aunque ésta forme parte de un sistema aplanético, no queda la imagen reducida a un punto, sino que está formada por dos líneas focales que se cruzan normalmente y están situadas a diferentes distancias de la lente.

a) EXPERIMENTO. Se reciben los rayos solares muy oblicuamente sobre una lente y se busca con una hoja de papel el foco producido. No se logrará dar con él, y se observarán en cambio sobre la hoja de papel dos líneas luminosas, perpendiculares entre sí y situadas a distintas distancias de la lente.

b) Si a la distancia en que la imagen del punto luminoso era una línea horizontal, buscamos la imagen de una recta luminosa horizontal que pase por el punto dado, obtendremos una imagen clara de esa línea recta, pues las imágenes horizontales de sus distintos puntos se superpondrán y prolongarán con exactitud. En cambio, a la misma distancia, la imagen de una línea luminosa vertical sería altamente confusa.

c) El astigmatismo puede evitarse, hasta cierto punto, por medio de la adecuada disposición de las lentes de un sistema; semejante sistema recibe el nombre de **anastigmático.**

§ 97. Efectos de la luz

a) La luz excita la **fosforescencia** (§ 78-2).

b) La luz excita la **fluorescencia.**

Si se ilumina con luz blanca un objeto colorado, por ejemplo una pantalla roja, los rayos rojos son rechazados por el cuerpo y los demás absorbidos. Iluminada con la luz amarilla del sodio, la pantalla roja aparecería negra.

No obstante, existen algunos cuerpos que presentan la propiedad de emitir, cuando están iluminados, colores de que la luz incidente carece: tales cuerpos se denominan **fluorescentes.** Son ejemplos de ellos el vidrio de urano, la fluoresceína, el platino-cianuro bárico, etc.

Los cuerpos fluorescentes presentan, en general, cuando se miran por transparencia, un color distinto de cuando se miran por reflexión (petróleo).

Si se proyecta un espectro solar sobre una pantalla fluorescente, aparece prolongada la porción correspondiente al color violeta extremo: existen, por consiguiente, rayos más refrangibles que los violetas, pero incapaces de determinar directamente impresiones luminosas **(rayos ultravioletas).** Por otra parte, se puede también comprobar la existencia, en el espectro solar, de rayos menos refrangibles que los rojos **(rayos infrarrojos;** § 117).

c) La luz puede producir **fenómenos químicos.**

Muchos colores palidecen por la acción continuada de la luz solar, a causa de ser destruídas por ella las materias colorantes. El bromuro de plata que ha recibido la acción de la luz posee la propiedad de ser reducido por ciertas substancias (p. ej., la hidroquinona) a plata metálica; el bromuro que no ha estado iluminado no experimenta esa reducción (fundamento de la Fotografía, § 98). La acción química la ejercen especialmente los rayos azules, violetas y ultravioletas. (De aquí que la pantalla destinada a comprobar la existencia de los rayos ultravioletas pueda ser una pantalla cubierta de bromuro de plata, o mejor una placa fotográfica.)

d) Los efectos **caloríficos y eléctricos** de la luz se estudiarán en los §§ 117 y 151.

§ 98. La cámara fotográfica

1. La cámara fotográfica es una cámara obscura en cuya cara anterior hay un orificio provisto de una lente positiva (objetivo) y en la posterior se coloca una placa o película sensible a la luz.

En las cámaras de taller, para uso industrial, la cara posterior, constituída por un vidrio deslustrado sobre el cual se proyecta la imagen determinada por el objetivo, se corre hasta dar con la posición en que esa imagen se dibuja con más detalle. Se substituye después la pantalla de vidrio por una placa sensible y sobre ésta se proyecta la imagen del objeto exterior durante un tiempo más o menos largo (tiempo de exposición) según sea la iluminación del objeto.

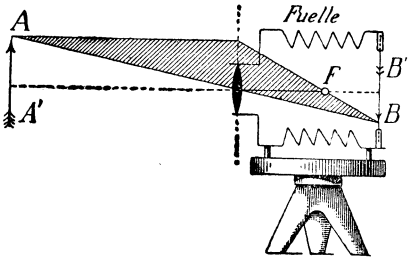


Fig. 315. — Cámara fotográfica.

2. El proceso químico-fotográfico comprende tres operaciones: desarrollo de la imagen; fijación de la misma; obtención de positivas.

La pantalla sensible es una película de gelatina con bromuro de plata. La imagen real del objeto exterior no deja impresión alguna perceptible en esa película; pero la impresión aparece al someter la placa a la acción de los **reveladores;** ejemplo de ellos es la solución de hidroquinona. En la imagen desarrollada o revelada aparecen de color negro (plata reducida) los puntos que han recibido la máxima acción luminosa, es decir, los puntos correspondientes a los más claros del objeto. A continuación del revelado, se procede a **fijar** la imagen, o sea a eliminar, con una solución de hiposulfito sódico, el bromuro de plata blanco, que no ha sido descompuesto, con lo cual se obtiene un **negativo,** es decir, una imagen en que la luz y las sombras corresponden respectivamente a las sombras y a la luz del objeto fotografiado. Pero colocando un negativo sobre una hoja de papel sensible y exponiéndolo a la luz, el papel es impresionado a través de los claros del negativo y se obtiene así una imagen cuya distribución de sombras es enteramente semejante a la del objeto, y recibe el nombre de **positiva.** También ésta debe fijarse, con objeto de eliminar la sal de plata no alterada.

Historia. *a)* **Daguerre,** en 1838, logró fijar por primera vez una imagen sobre una lámina de plata yodurada; **Talbot,** en 1839, empezó a emplear el papel al cloruro de plata. — *b)* **Becquerel,** en 1842, fotografió el espectro solar. — *c)* **Maddox** inventó, en 1871, las placas secas. — *d)* En estos últimos años se ha logrado, por distintos procedimientos, reproducir fotográficamente los objetos con sus colores naturales (Lippmann, Jolly, Lumière, etc.).

§ 99. El aparato de proyección

1. El aparato de proyección (llamado también linterna mágica) tiene por objeto proyectar sobre una pantalla, para hacerlas visibles simultáneamente a muchos espectadores, imágenes de gran tamaño de pequeños y aun pequeñísimos objetos. Consta de un sistema de proyección y un aparato de iluminación.

a) **El sistema de proyección** está esencialmente constituído por una lente positiva.

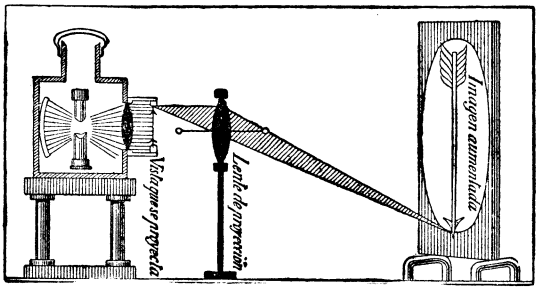


Fig. 316. — Aparato de proyección.

El objeto debe estar colocado a una distancia de dicha lente *mayor que la focal,* para que la imagen obtenida sea real; pero *menor que el doble* de la distancia focal, con objeto de que la imagen sea de mayor tamaño que el objeto.

b) **El aparato de iluminación** es una caja de palastro, cuya cara anterior lleva una lente convergente de

gran tamaño (condensador); en el interior de la caja se encuentra el foco luminoso (mechero de incandescencia, luz eléctrica, luz Drummond, luz de acetileno). También es posible emplear la luz solar, dirigiéndola al condensador por medio de un portaluz (§ 83-2).

El foco luminoso se dispone de manera que el cono de luz que sale del condensador se distribuya uniformemente sobre el objeto o diapositiva (positiva sobre cristal) que se proyecta. — El espejo cóncavo representado en la figura 316 se puede suprimir cuando el foco de luz es muy intenso.

§ 100. El ojo humano

1. El ojo humano tiene la forma de una esfera de 24 mm de diámetro (globo del ojo). Está constituído por:

a) **Una caja exterior,** casi completamente formada por una membrana blanca (*esclerótica*, blanco del ojo); la parte anterior, más curva, está formada por la *córnea* transparente.

b) **El cristalino.** Lente positiva que divide el globo del ojo en dos cámaras: una anterior, llena de *humor acuoso*, y otra posterior, llena de una substancia gelatinosa, llamada *humor vítreo*. Frente al cristalino se encuentra una membrana anular que tiene la cara anterior colorada y que recibe el nombre de *iris*. Esta membrana deja libre sólo la porción central del cristalino, a través de la abertura llamada *pupila* o niña del ojo.

En estado de reposo, la cara anterior del cristalino es completamente plana, y el sistema óptico formado por el conjunto de medios transparentes que llenan el ojo tiene un foco situado en el interior del mismo. La contracción de los **músculos ciliares** modifica la curvatura del cristalino, y entonces el citado foco experimenta los consiguientes movimientos.

c) **La retina** reviste el interior del globo del ojo. En ella se ramifica el nervio óptico en una multitud de finísimas fibras.

Entre la retina y la esclerótica está comprendida la membrana llamada *coroides,* cuya cara interna está cubierta de

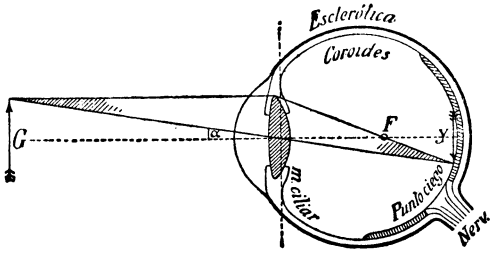


Fig. 317. — El ojo.

una capa de células que contienen una materia colorante negra (pigmento). Esta capa pigmentaria evita la reflexión de la luz en el interior del ojo.

2. El ojo actúa como un aparato fotográfico, con lente, diafragma y pantalla sensible a la luz.

El conjunto de medios refringentes del ojo funciona como una lente casi acromática de unos 20 mm de distancia focal.

Cuando el ojo percibe claramente un objeto G, se forma en la retina una imagen y real, invertida, muy pequeña y luminosa.

a) **La imagen y es muy pequeña.** Cuando observamos un hombre de 1,7 m de altura a la distancia de 50 m, la fórmula $G : g = a : b$ (§ 95) da para longitud de la imagen: 1,7 m : y = 50 m : 22 mm; y por consiguiente,

$$y = {}^{2}/_{3} \text{ mm aprox.}$$

b) **Los objetos se nos presentan del mismo tamaño** cuando sus imágenes sobre la retina son de igual magnitud, o sea cuando percibimos los objetos bajo el mismo ángulo visual α.

EJEMPLO: Un lápiz cercano al ojo puede aparecer tan grande como la puerta más lejana de la habitación.

c) **Un objeto pequeño,** por ejemplo una mosca que vuela, empieza a ser visible cuando la imagen obtenida en la retina es: *a)* suficientemente luminosa; y *b)* suficientemente grande para alcanzar a varios filetes nerviosos. Para que esta última condición se realice, es necesario que el ángulo α tenga un valor superior a medio minuto.

d) **La claridad** de la imagen depende del diámetro de la pupila. Ésta por sí sola varía de diámetro con arreglo a la luminosidad del objeto que observamos; el iris es un diafragma automático.

Cuando el objeto observado es muy luminoso, puede embotarse la sensibilidad de los filetes luminosos que han recibido su imagen (deslumbramiento).

e) **Distancia de la visión distinta.** Cuanto mayor es la imagen obtenida sobre la retina, tanto mejor se pueden distinguir los menores detalles del objeto observado; además, la magnitud de la imagen crece con la proximidad del objeto. Mas si se traspasa cierto límite de aproximación, la imagen obtenida resulta confusa. Ese límite recibe el nombre de distancia de la visión distinta; en un ojo normal se halla a unos 25 centímetros.

f) **Región en que se forman las imágenes.** Al dirigir la mirada a un punto, queda éste situado en el eje óptico del ojo y, por consiguiente, se encuentra también en el mismo eje la imagen de aquel punto. En la retina, a un lado del punto en que la corta el eje óptico, se encuentra la región más sensible, llamada *mancha amarilla,* que aparece algo ahuecada y por eso recibe también el nombre de *fosa de la*

Fig. 318. — Punto ciego.

retina. La expresada mancha o fosa se encuentra hacia el lado de la sien; en cambio, por el lado de la nariz penetra en el ojo el nervio óptico; su punto de entrada es insensible a la luz y se llama *punto ciego o de Mariotte.* Las imágenes proyectadas en el punto ciego no son visibles.

EXPERIMENTO. Mirando fijamente con el ojo derecho la cruz de la figura 318, a unos 20 cm de distancia, dejaremos

de ver el punto negro, cuya imagen se formará entonces en el *punto ciego*.

3. Se da el nombre de **acomodación** a la facultad que tiene el ojo de adaptar la curvatura del cristalino a la distancia del objeto mirado. Cuando un objeto se dirige hacia el observador, los músculos ciliares aumentan esa curvatura en la proporción conveniente para que la imagen se forme constantemente en la retina.

a) **Diferencias entre el ojo y la cámara fotográfica.** Cuando se trata de una lente de cristal, al aproximarse el objeto a la lente, se aparta la imagen. Si el ojo fuera un órgano rígido, al aproximársele el objeto que se mira, la imagen dejaría de formarse en la retina, y por consiguiente la veríamos confusa. En la cámara fotográfica, se logra que la imagen se forme constantemente sobre la placa sensible, variando la distancia de ésta al objetivo: mas en el ojo la retina permanece inmóvil, lográndose que las imágenes se formen sobre ella por la contracción involuntaria de los músculos ciliares, que dan al cristalino la curvatura más conveniente.

b) **El ojo no puede estar simultáneamente acomodado a diferentes distancias.** Si miramos fijamente un objeto cercano, veremos confusamente los lejanos.

c) **Visión binocular** (fig. 319). Al mirar un objeto lejano, los ejes ópticos de los dos ojos son sensiblemente paralelos; pero convergen más y más a medida que se observan objetos más y más próximos. La experiencia nos enseña a apreciar por esa convergencia las distancias. — Cada ojo percibe un aspecto diferente del objeto; cuando se mira con un solo ojo, los objetos no se ven de bulto, pues desaparece la impresión del relieve (puede notarse probando a enhebrar una aguja de coser). Recíprocamente, si de los dos aspectos del objeto se sacan

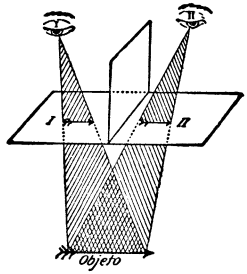


Fig. 319.—Visión binocular; fundamento del estereoscopio.

vistas fotográficas y se miran éstas simultáneamente, cada una con el ojo correspondiente, se obtiene la impresión del relieve **(estereoscopio, verascopio).**

d) **La facultad de acomodación es limitada.** El punto más lejano a que el ojo puede acomodarse recibe el nombre de punto remoto *(R);* y el punto más cercano el de punto próximo *(P).* La distancia entre ambos puntos constituye la amplitud de la acomodación. Por el valor y posición de esta distancia cabe clasificar los ojos en:

ojos normales	*P* a 25 cm.	*R* infinitamente lejano
ojos miopes	*P* (p. ej.) a 5 cm.	*R* (p. ej.) a 40 cm.
ojos hipermétropos	*P* (p. ej.) a 40 cm.	*R* (p. ej.) a — 30 cm.

En el último caso, el punto remoto está situado detrás del ojo, lo cual significa que, en estado de reposo, el ojo puede sólo concentrar en la retina los rayos que reciba convergentes hacia un punto situado detrás de él y a la distancia de 30 cm.

4. Los lentes. a) *Los présbitas* (hipermétropos) *deben usar lentes convergentes.*

La hipermetropía puede ser nativa, y consiste en que el eje del ojo es demasiado corto, de lo cual resulta que el ojo únicamente puede concentrar en la retina rayos que ya reciba convergentes. Casi siempre, empero, la hipermetropía se presenta en los ancianos (presbicia) como efecto del debilitamiento de los músculos ciliares y la consiguiente pérdida de la facultad de acomodación. En ambos casos, la imagen de los objetos algo próximos se forma **detrás de la retina,** y este efecto puede evitarse mediante el empleo de lentes convergentes.

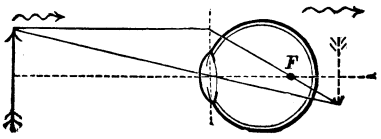


Fig. 320. — Ojo présbita.

b) *Los miopes* (cortos de vista) *deben usar lentes divergentes.*

La miopía (debida a un exceso de longitud del eje del ojo) puede también ser congénita o adquirida. Cuando se

lee a la media luz crepuscular, uno se aproxima involuntariamente al libro, para que el ojo reciba suficiente claridad; y como, en un ojo normal, las imágenes de los objetos demasiado próximos se forman detrás de la retina, se debe hacer un esfuerzo, que si es repetido y duradero determina un alargamiento permanente del diámetro anteroposterior del ojo. Este defecto se adquiere con bastante frecuencia en la juventud. En un ojo miope, las imágenes de los objetos lejanos se forman **delante de la retina;** para lograr que se formen sobre la retina misma, el miope debe hacer uso de lentes divergentes.

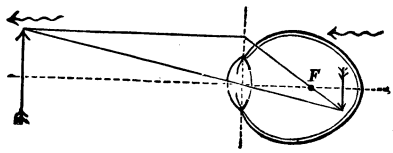


Fig. 321. — Ojo miope.

§ 101. Duración de la impresión luminosa

1. Un destello instantáneo produce sobre el ojo una impresión que dura $^1/_9$ de segundo.

a) Si una **rueda dentada** de cartón, con dientes y huecos de igual anchura, se hace girar frente a una lámpara, se verán pasar por delante de ésta los dientes uno a uno; pero si la velocidad de rotación es tal que sean 10 los dientes que por segundo pasen por delante de la lámpara, ésta permanecerá continuamente visible sin interrupción alguna.

b) Si se hace girar con rapidez una **ascua** sobre un fondo obscuro, se ven simultáneamente las sucesivas posiciones que aquélla toma, y se perciben como una circunferencia luminosa.

2. En la **persistencia de las impresiones luminosas** se fundan algunos aparatos destinados a producir ciertas ilusiones ópticas.

a) En el **taumatropo,** un pájaro, p. ej., pintado en una de las caras de un disco de cartón circular, se ve dentro de la jaula pintada en la otra cara, cuando el cartón gira con alguna rapidez alrededor de un diámetro.

b) En el **zootropo** (fig. 322), se miran al través de las rendijas verticales las sucesivas posiciones de un objeto en movimiento, dibujadas en una cinta de papel que reviste interiormente el aparato; cuando éste gira con la conveniente velocidad, el observador cree que las posiciones que sucesivamente observa se suceden sin interrupción, y percibe, por lo tanto, reproducido el movimiento del objeto.

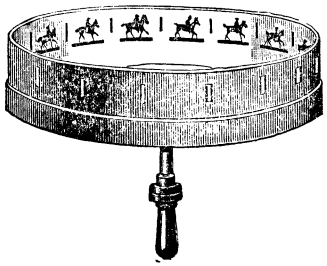


Fig. 322. — Zootropo.

c) En el **cinematógrafo** (de los hermanos Lumière) las copias positivas de una serie de vistas fotográficas consecutivas (1200 por minuto) de escenas de movimiento, se proyectan, sucesivamente y con la misma velocidad con que han sido tomadas, sobre una pantalla, por medio de un aparato de proyección. El espectador no percibe las soluciones de continuidad que existen entre cada dos vistas consecutivas y tiene la sensación de que está presenciando la escena real.

§ 102. La lente de aumento

1. La lente de aumento o microscopio simple es una lente positiva empleada para la obtención de imágenes virtuales.

a) Para que esto sea posible, el objeto debe estar situado a una distancia de la lente, menor que la distancia focal. El ojo percibe una imagen virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.

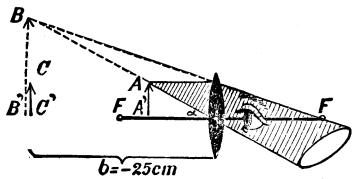


Fig. 323. — Lente de aumento.

b) Para que esta imagen BB' sea claramente perceptible es necesario que se forme a una distancia del ojo, no inferior a la distancia de la visión distinta. Por lo tanto, la

distancia del objeto a la lente, dentro de la distancia focal, debe graduarse de manera que la distancia b sea de —25 centímetros. Casi siempre a (distancia del objeto a la lente) es muy aproximadamente igual a f (distancia focal).

2. Aumento. Si quitáramos la lente, el objeto AA' figura 323) no se vería con claridad, por estar a una distancia del ojo inferior a la de la visión distinta. Para ver AA' con claridad, habría que alejarlo hasta la distancia de 25 cm, es decir, hasta la posición CC'. Por lo tanto, la lente de aumento da, en vez de la imagen CC', la imagen BB', mayor que aquélla y situada a igual distancia de la lente. El aumento será $\frac{BB'}{CC'}$, igual evidentemente a $\frac{BB'}{AA'}$.

De la figura 323 se deduce: $BB' : AA' = b : a$; y como según lo expresado en el § 95,

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}; \quad \frac{b}{a} - 1 = \frac{b}{f}; \quad \frac{b}{a} = \frac{b}{f} + 1; \text{ y } b = 25 \text{ cm aprox.,}$$

tendremos:

$$\text{Aumento} = \frac{25}{f} + 1.$$

OBSERVACIÓN: En los miopes, la distancia de la visión distinta es menor que 25 cm; para ellos, el empleo de la lente de aumento es, por tanto, de menor importancia que para los de vista normal y para los présbitas.

§ 103. El microscopio

1. El microscopio está formado por la combinación de un aparato de proyección (objetivo) y una lente de aumento (ocular).

a) **El objetivo** es una lente positiva muy pequeña, destinada a dar una imagen real y aumentada del objeto observado.

Por consiguiente, el objeto debe estar a una **distancia mayor que la focal** del objetivo, aunque muy próximo al foco. La imagen real producida *g* es invertida, mayor que el objeto y débilmente luminosa.

Para aumentar la luminosidad de la imagen, se ilumina el objeto por medio de un espejo cóncavo.

b) **El ocular** es una lente de distancia focal bastante grande.

Se corre ligeramente el conjunto del microscopio con respecto al objeto hasta lograr que la imagen real producida por el objetivo se forme a una distancia del ocular, menor que su distancia focal, de manera que el ojo pueda percibir una imagen virtual *g'* a la distancia de la visión distinta.

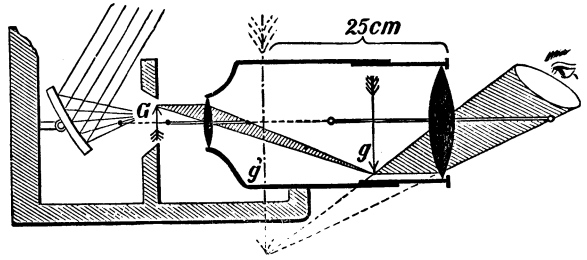


Fig. 324. — Microscopio.

Tanto el objetivo como el ocular actúan en el sentido de aumentar la magnitud de la imagen observada.

a) La lente (o sistema de lentes) que constituye el objetivo, es, en general, acromática. También el ocular de los buenos instrumentos (y aun de los regulares) está compuesto de varias lentes con objeto de evitar las aberraciones cromática y esférica.

b) **Prácticamente, se determina** con sencillez el **aumento** de los microscopios, observando a simple vista, con uno de los ojos, una regla dividida, y con el otro otra regla con divisiones muy pequeñas (0,1 mm, p. ej.), a través del instrumento óptico. Las imágenes de las dos reglas se perciben superpuestas, y del número de divisiones de la menor comprendido en otro número de divisiones de la mayor se deduce el aumento.

§ 104. Anteojo astronómico

1. El anteojo astronómico (Scheiner, 1618) consiste en dos lentes (o sistemas de lentes) positivas: el objetivo y el ocular.

a) **El objetivo** es una lente de gran tamaño para dar paso a considerable número de rayos de luz.

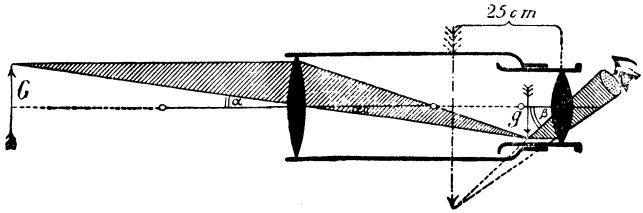


Fig. 325. — Anteojo astronómico.

El *objeto* (cuerpo celeste) está situado **mucho más allá** del doble de la distancia focal del objetivo; éste, por consiguiente, da de aquél una imagen, de tamaño reducido, **muy cerca del foco** situado en la parte interior del tubo que sostiene ambas lentes.

Una estrella fija envía al objetivo un haz de rayos paralelos, que una vez refractados se cortan exactamente **en el foco.** La imagen de una estrella fija es, pues, un punto luminoso que coincide con el foco del objetivo. Mas cuando el objeto observado es el Sol, la Luna o algún **planeta,** la imagen producida por el objetivo es un disco luminoso situado a una distancia de la lente **algo mayor** (teóricamente) que la distancia focal. El diámetro del disco-imagen correspondiente al Sol (§ 87-2) es igual a $\frac{1}{110} f$.

b) **El ocular** es una lente de diámetro aproximadamente igual al de la pupila del ojo.

El ocular se corre en el tubo hasta que la imagen *g* del objeto *G*, producida por el objetivo, se halle del ocular a una distancia algo menor que la focal, con objeto de que

la imagen virtual observada a través del ocular se encuentre a la distancia de la visión distinta.

En la porción de tubo correspondiente al ocular, enchufada en la correspondiente al objetivo (lo cual permite el corrimiento del ocular), y en el mismo plano en que debe formarse la imagen *g* producida por el objetivo, se encuentra, en muchos instrumentos, una cruz (llamada **retículo**), formada por dos hilos finísimos y tensos. El retículo, que experimenta los mismos movimientos que el ocular, se percibe siempre con igual limpieza, cualquiera que sea el movimiento que se dé al ocular, y la intersección de sus dos hilos determina la dirección del eje del anteojo.

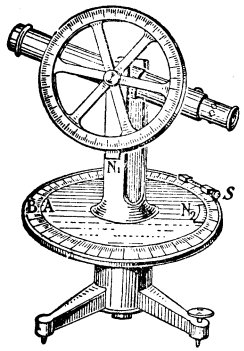


Fig. 326. — Teodolito.

2. El aumento es aproximadamente igual **al cociente de las distancias focales** del objetivo y del ocular.

DEMOSTRACIÓN: Si representamos por *F* la distancia focal del objetivo y por *f* la del ocular, tendremos, según se ve en la figura 325 (y admitiendo que la distancia de *g* al objetivo es casi igual a la distancia focal):

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{g}{F}; \qquad \text{tg}\,\beta = \frac{g}{f}.$$

Por tratarse de ángulos muy pequeños, la razón de sus arcos será igual a la de sus tangentes, y por consiguiente:

$$\text{tg}\,\beta : \text{tg}\,\alpha = \beta : \alpha = \frac{g}{f} : \frac{g}{F}.$$

$$\textbf{Aumento} = \frac{F}{f}.$$

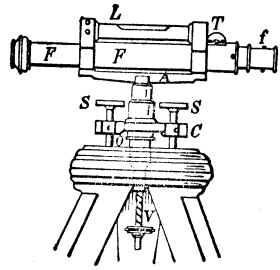


Fig. 327.
Aparato para la nivelación.

APLICACIONES: El anteojo astronómico, además de emplearse en la observación del cielo, se usa en topografía

para la medición de ángulos (en el **teodolito**, fig. 326), y unido a una regla graduada vertical, constituye el **catetómetro**, destinado a la medición de distancias verticales. Aplicado a un **nivel** sirve para dirigir visuales horizontales (figura 327).

§ 105. El anteojo terrestre

1. El anteojo terrestre es un anteojo astronómico, modificado de manera que permita ver **derechos** los objetos observados. Esto se consigue intercalando entre el objetivo y el ocular un par de lentes llamado **par de inversión.**

El par de inversión está formado por dos lentes plano-convexas iguales y dispuestas simétricamente de manera que el foco de cada una coincida con el centro óptico de la otra. Cuando la imagen *g*, dada por el objetivo, se forma en

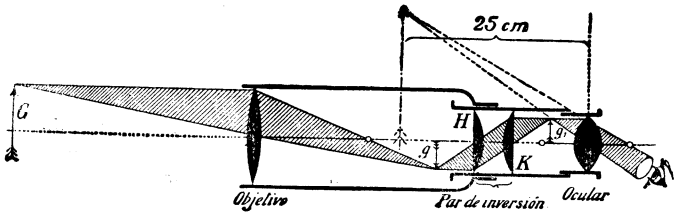


Fig. 328. — Anteojo terrestre.

el foco de la primera lente del par, se obtiene en el foco más próximo al ocular, de la segunda lente del par, una imagen g_1, del mismo tamaño que *g*, pero invertida con respecto a ella y, por lo tanto, derecha con respecto al objeto. Esta imagen g_1 es la que se mira a través del ocular.

2. Anteojo de prismas. La inversión de la primera imagen dada por el objetivo puede obtenerse obligando al haz de luz que acaba de atravesar el obje-

tivo, a reflejarse sucesivamente en dos prismas de reflexión total (§ 89-4): los planos en que se verifican las reflexiones en ambos prismas son perpendiculares entre sí y, por consiguiente, si la reflexión en el primer prisma invierte la imagen de arriba abajo, la reflexión en el segundo la invierte de izquierda a derecha, resultando de ello la inversión total.

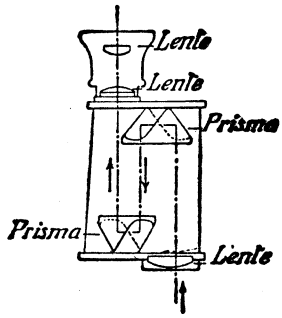


Fig. 329. — Anteojo de prismas.

Este sistema de inversión por cuatro reflexiones tiene sobre el sistema por par de inversión, entre otras, la ventaja de acortar, en vez de aumentar, la longitud del anteojo astronómico correspondiente.

§ 106. Anteojo holandés o de Galileo

1. El anteojo de Galileo está constituído por un objetivo positivo y un ocular negativo (fig. 330).

Marcha de los rayos de luz. El rayo *1* que parte de *A* paralelo al eje principal, una vez refractado por el objetivo, pasaría (si no existiera el ocular) por el foco *F* de la primera lente. El rayo *2* que parte de *A* y pasa por el

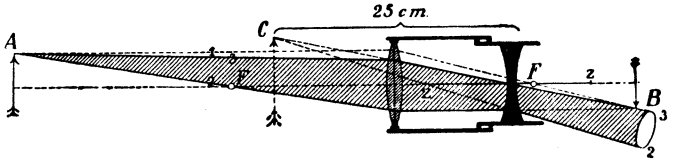


Fig. 330. — Anteojo de Galileo.

foco del objetivo, después de la refracción es paralelo al eje principal y corta al anterior en el punto *B*. Por la ley de las lentes, se puede determinar el rayo que una vez

refractado en el objetivo pasará por el centro óptico del ocular: en efecto, este rayo, refractado, debe pasar por *B* y es, por lo tanto, el rayo *3*.

El rayo *3*, una vez refractado por el objetivo, atraviesa el ocular sin desviarse. En cambio, el rayo *2*, que una vez desviado por el objetivo era paralelo al eje principal, es desviado por el ocular de manera que su prolongación pasa por el foco principal y virtual *Z*. Los rayos *2* y *3*, que salen divergentes del ocular, parecen procedentes del punto *C*, y en éste verá el ojo la imagen del punto *A*.

Historia. Este anteojo es el más antiguo de cuantos se conocen; se dice que, por casualidad, fué inventado por un niño (hijo del óptico holandés **Lippershey**) que jugaba con lentes en el taller de su padre (1608). La noticia del descubrimiento llegó a Italia, y **Galileo**, después de varios ensayos, logró encontrar la misma combinación. De aquí las denominaciones de ***holandés*** y ***de Galileo***, que recibe este anteojo.

2. Ventajas. *a)* Con sólo dos lentes (o sistemas) se logra obtener la imagen derecha. *b)* La longitud del aparato es muy pequeña (aproximadamente igual a la diferencia entre las distancias focales del objetivo y del ocular). Esta segunda ventaja figura también entre las que presenta, como hemos visto, el anteojo de prismas.

El pequeño tamaño de los anteojos de Galileo y de prismas ha permitido construirlos dobles, como gemelos de campo, de teatro, etc.

3. Inconveniente. El aumento del anteojo de Galileo es menor que el de los demás anteojos.

§ 107. Interferencias luminosas

1. Cuando un punto está sometido a la acción de **dos series de ondas** luminosas, ocurren fenómenos de interferencia, de la manera descrita en el § 71-1.

Si el punto considerado corresponde ***simultáneamente*** a una cresta de la primera serie de ondas y a una cresta de la

segunda, y las ondas de ambos sistemas son de igual longitud (rayos de luz de igual color), corresponderá después, también *simultáneamente*, a dos valles y, por lo tanto, será constantemente **un punto luminoso.** Por el contrario, será punto **obscuro** si por él pasan *simultáneamente* una cresta del primer sistema y un valle del segundo.

2. Reflexión en las láminas delgadas. Los rayos luminosos que llegan casi normalmente a una lámina delgada transparente se reflejan parcialmente en la superficie externa (paso del aire a la lámina) y parcialmente también en la superficie interna (paso de la lámina al aire). Los dos sistemas de rayos reflejados se superponen; y como entre los rayos de ambos sistemas existirá una **diferencia de marcha dependiente del espesor** de la lámina, podrá ocurrir:

a) Que la diferencia de marcha sea igual a λ, o a 2λ, o a 3λ, es decir, en general, a un número par de semilongitudes de onda; en este caso, los dos sistemas de ondas son por completo concordantes y su superposición da lugar a un movimiento ondulatorio de mucha amplitud (luz de mucha intensidad).

b) Que la diferencia de marcha sea igual a $\frac{\lambda}{2}$, $3\frac{\lambda}{2}$, $5\frac{\lambda}{2}$ o, en general, a un número impar de semilongitudes de onda; en este caso. los dos sistemas de ondas serán por completo discordantes y su superposición dará lugar a la anulación del movimiento ondulatorio (obscuridad).

c) Si la diferencia de marcha no corresponde a un número par ni a un número impar de semilongitudes de onda, la superposición de los dos haces reflejados no dará lugar a luz tan intensa como en el caso *a)* ni a obscuridad tan completa como en el caso *b).*

El espesor de la lámina conveniente para que ocurra uno de los casos anteriores **depende del color de la luz,** ya que los colores están caracterizados por longitudes de onda particulares (§ 77-3).

Cuando la lámina no es de espesor uniforme, si se

ilumina **con luz de un solo color** (monocromática), presentará regiones claras (las de espesor correspondiente al caso *a)* y regiones obscuras (las de espesor correspondiente al caso *b)*.

Cuando la lámina de espesor no uniforme **se ilumine con luz policromática** (p. ej., con luz blanca) presentará para cada color regiones claras y obscuras; y como las regiones correspondientes a los distintos colores no coincidirán, la lámina aparecerá irisada.

APLICACIONES. Medición de las longitudes de onda correspondientes a los distintos colores. Medición de longitudes con gran exactitud.

Varios son los fenómenos que se explican por esta manera de reflejarse la luz en las láminas delgadas. Colores de las escamas de los peces, de las alas de los insectos, de los minerales foliáceos, de las pompas de jabón, etc.

3. Ondas luminosas estacionarias. Los rayos de luz directos interfieren con los reflejados en una superficie especular, dando origen a la formación de ondas estacionarias (§ 71-3), es decir, de vientres y nodos de posición invariable; la distancia entre dos vientres o dos nodos consecutivos depende del color de la luz y es igual a la semilongitud de onda.

Fotografía de los colores (Lippmann). La interferencia de los rayos directos y los reflejados en una superficie especular de mercurio determina la formación de ondas estacionarias en el seno de la capa sensible y transparente de una placa fotográfica. La sal de plata contenida en esa capa es reducida a plata metálica en los vientres y permanece inalterada en los nodos. Así se forman seis o siete (Cajal, 1906) tenuísimas placas de plata metálica, separadas entre sí por láminas de espesor igual a la semilongitud de onda del color a que ha sido debida la impresión.

Cuando el clisé obtenido se expone a la luz blanca, la reflexión y consiguiente interferencia de la luz en las dos o tres primeras *láminas delgadas* determina el refuerzo del color primitivo y la fotografía aparece con los colores del original.

4. Difracción. Cuando los rayos de luz atraviesan finísimas rendijas, o pasan rasantes por los bordes de

un objeto opaco, se originan fenómenos de apariencia semejante a los de interferencia y cuya causa reside también en la naturaleza ondulatoria del movimiento que constituye la luz.

Los fenómenos de difracción aparecen con toda su magnificencia cuando la luz procedente de una rendija se refleja en un espejo o atraviesa una lámina de cristal sobre los cuales se ha grabado una **red,** es decir, una serie de líneas finísimas y equidistantes. Por este medio se obtienen espectros más puros e interesantes *(espectros normales)* que los obtenidos mediante el prisma.

A la difracción se deben las irisaciones que muestran los cabellos expuestos al sol, las de las superficies metálicas finamente rayadas, las imágenes coloradas que aparecen a los lados de una llama, si ésta se mira, con los ojos entornados, a través de las pestañas, etc.

§ 108. Polarización de la luz

1. Experimento fundamental.

a) **Pinzas de turmalina** (fig. 331). Las puntas de estas pinzas están substituídas por dos discos que pueden girar alrededor del eje común y llevan engastadas en el centro sendas láminas de turmalina, cortadas paralelamente al eje del cristal. Así es posible *mirar* a través de las dos láminas, e intercalar entre ambas objetos cuyas propiedades ópticas interese investigar.

Fig. 331. Pinzas de turmalina.

La **turmalina** es un mineral, de constitución química algo complicada, que se presenta en distintas variedades, de las cuales la más interesante para nuestro objeto es la verde. Aparece en forma de cristales prismáticos; paralelamente al eje de estos prismas deben estar cortadas las láminas engastadas en las pinzas. Entenderemos por eje de una lámina la dirección paralela al eje del cristal primitivo.

b) **Obsérvese** un objeto luminoso (p. ej., la llama de una bujía) a través de las dos láminas de las pinzas. La observación será posible (el sistema transparente) siempre que

los ejes de las láminas sean paralelos; pero la llama no se verá (el sistema será opaco) cuando los ejes de las láminas estén cruzados.

2. Consecuencia. La luz que atravesó una lámina de turmalina paralela al eje halla libre el paso a través de otra lámina de eje paralelo al de la primera, pero es detenida cuando el eje de la segunda lámina cruza normalmente al de la primera.

En las posiciones intermedias de luz encuentra más o menos franco el paso según nos aproximemos al paralelismo o a la perpendicularidad.

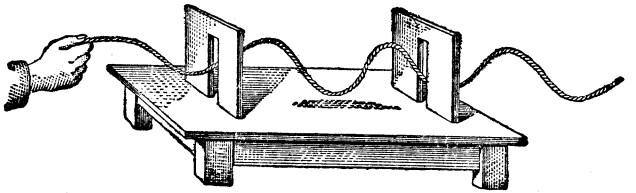


Fig. 332. — Turmalinas paralelas: símil mecánico.

COMPARACIÓN. Dos tabiques surcados por sendas rendijas están fijados uno tras otro sobre una mesa. A través de ambos tabiques puede tenderse una cuerda horizontal. Los movimientos longitudinales de vaivén de la cuerda

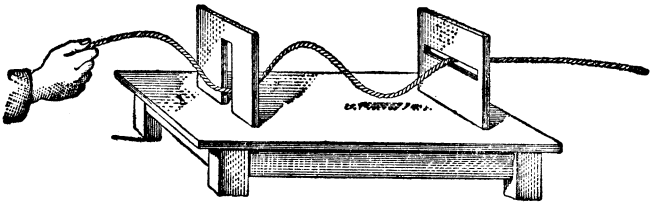


Fig. 333. — Turmalinas cruzadas: símil mecánico.

tensa no encuentran obstáculo ni cuando las rendijas son paralelas ni cuando se cruzan; mas si comunicamos a uno de los cabos de la cuerda un movimiento circular, las ondas transversales que atraviesan el primer tabique se verifican en el plano que pasa por las direcciones de la cuerda y de

la primera rendija, y atravesarán o no el segundo tabique, según que la segunda rendija esté situada en dicho plano o sea normal al mismo.

La semejanza entre el fenómeno óptico observado en las láminas de turmalina y el mecánico que acabamos de describir, se explica si se considera la luz como un movimiento ondulatorio **transversal** del éter. Y se admite, en efecto, que:

a) La luz es un **movimiento ondulatorio transversal** del éter.

b) En el rayo de **luz natural,** el movimiento ondulatorio se verifica indiferentemente en todos los planos en que se puede suponer contenida la dirección del rayo.

c) En el rayo de luz que ha atravesado una lámina de turmalina, las ondulaciones están localizadas en un solo plano. La luz cuyas ondas se hallan localizadas en un plano recibe el nombre de **luz polarizada.**

3. Polarizadores. Así se llaman los aparatos destinados a polarizar la luz; el más sencillo de ellos es la lámina de turmalina.

a) **La luz reflejada** en superficies no metálicas está en parte polarizada, especialmente si la reflexión se ha verificado según el *ángulo de polarización.*

El valor de este ángulo depende de la naturaleza de la substancia y se puede deducir del conocimiento del índice de refracción mediante la ley de Brewster: *La tangente del ángulo de polarización es igual al índice de refracción.*

b) Cuando la luz incide sobre una substancia transparente según el ángulo de polarización, **la luz refractada** está también en gran parte polarizada.

La luz polarizada por reflexión y la polarizada en la refracción simultánea están polarizadas en planos perpendiculares entre sí; es decir, si se orienta una lámina de turmalina de manera que sea atravesada por la luz reflejada y luego se traslada paralelamente a sí misma para encon-

trar la luz refractada, se observará que no es atravesada por ésta.

c) Los cristales de **cuarzo,** los de **calcita** (espato de Islandia), los de azufre y los de muchas otras substancias desdoblan el haz de luz que en ellos penetra, dando así lugar a dos haces refractados, de direcciones algo diferentes; este fenómeno se llama **doble refracción.** Los dos haces obtenidos están polarizados en planos perpendiculares. Tales substancias reciben el nombre de **birrefringentes.** No se conoce ningún flúido birrefringente.

Fig. 334. — Doble refracción.

La turmalina es una substancia birrefringente, que tiene la propiedad de absorber uno de los haces de luz polarizada producidos por la doble refracción.

La propiedad de las substancias birrefringentes, de dar dos haces distintamente polarizados en casi la misma dirección, constituye un inconveniente para el empleo de esas substancias como polarizadores. De tal inconveniente está libre la turmalina; pero ésta presenta, en cambio, el de poseer un subido tinte verdoso.

d) El **prisma de Nicol** es un cristal (romboedro) de espato de Islandia, que ha sido partido en cierta dirección y tiene reunidas las dos mitades con bálsamo del Canadá. Dicha dirección es la conveniente para que, sobre la película de bálsamo del Canadá, se refleje totalmente (§ 89) uno de los haces de luz debidos a la doble refracción, obteniéndose así perfectamente separados los dos haces polarizados; uno de ellos (el reflejado sobre el bálsamo) es absorbido por la superficie interna, ennegrecida, de la montura metálica del prisma. El nicol presenta todas las ventajas de la turmalina y es incoloro.

4. Polariscopios. Todo polarizador puede servir como **analizador**, es decir, como aparato destinado a reconocer la existencia de luz polarizada y a determinar el plano de polarización.

El conjunto de un polarizador y un analizador recibe el nombre de **polariscopio.** El polariscopio más sencillo es la pinza de turmalina.

APLICACIÓN. Para reconocer si un mineral está o no dotado de la doble refracción, se coloca un fragmento entre un polarizador y un analizador cruzados. La reaparición de la claridad indica la birrefringencia, y de las coloraciones que aparecen cuando el fragmento ha sido convenientemente tallado, cabe deducir otras interesantes propiedades del mineral (determinación del sistema cristalino y aun de la especie mineralógica).

5. Polarización rotatoria. Se designa con este nombre la propiedad que presentan ciertas substancias de hacer girar el plano de polarización de la luz polarizada que las atraviesa.

EXPERIMENTO. Colóquese entre el polarizador y el analizador cruzados de un polariscopio, un tubo lleno de solución de azúcar. A pesar de tratarse de una substancia desprovista de doble refracción (por ser líquida), aparecerá luz a través del analizador; por la rotación que imprime al plano de polarización el azúcar, la luz que sale del tubo no se halla polarizada en el mismo plano que la que penetra en él.

Leyes. El ángulo de rotación es: 1.°, directamente proporcional a la concentración (si se trata de la *solución* de una substancia **activa**); 2.°, directamente proporcional al espesor atravesado por la luz; 3.°, tanto mayor cuanto más refringente es el color de la luz polarizada; es decir, la rotación es mínima para la luz roja, y máxima para la luz violeta.

Las substancias activas se dividen en **dextrógiras y levógiras**, según que la rotación que imprimen al plano de pola-

rización de la luz se verifique hacia la derecha o hacia la izquierda del observador.

EJEMPLOS: La polarización rotatoria la presentan ciertos sólidos como el **cuarzo;** de éste existen dos variedades: una dextrógira y otra levógira. La presentan también muchos líquidos (esencias, soluciones acuosas de azúcar, de ácido tartárico, etc.), y hasta algunos vapores (de líquidos activos).

6. Polarímetros. Son polariscopios perfeccionados, con el polarizador fijo y el analizador móvil y dispuesto de manera que se puedan medir con exactitud sus movimientos.

Ni el analizador ni el polarizador tienen en los polarímetros la sencillez de los polariscopios; uno y otro están provistos de accesorios que favorecen la precisión de las observaciones y medidas.

APLICACIONES. La determinación del **poder rotatorio** de las substancias activas es de gran interés en los estudios químicos.

Del poder rotatorio de una solución de azúcar se puede deducir la concentración; cuando el polarímetro está dispuesto especialmente para medir la riqueza de las soluciones azucaradas, recibe el nombre de **sacarímetro.**

CAPÍTULO XIII

TRATADO DEL CALOR (TERMOLOGÍA)

§ 109. Apreciación del grado de calor

1. Sabemos, **por propia experiencia,** que nuestra piel puede apreciar el frío y el calor en sus distintos grados. Con objeto de expresar el resultado de nuestra apreciación, la indicamos por medio de una denominación, siempre algo vaga (tórrido, caliente, tibio, templado, frío, glacial), o por un número convencional (grado de **temperatura**).

Nuestras apreciaciones sobre el grado de calor son siempre relativas, como lo prueba este experimento: sean *A*, *B* y *C* tres palanganas que contengan agua caliente la primera, agua tibia la segunda y agua fría la tercera. Nos parecerá el agua de *B* fría o caliente, según que la mano con que ensayamos su grado de calor la hayamos introducido antes en el agua de *A* o en la de *C*.

2. Efectos del calor sobre los cuerpos. Para fundar en algo más seguro nuestro criterio respecto al grado de calor de los cuerpos, deberemos observar las variaciones que éstos experimentan al ser calentados

o enfriados. Así notaremos que casi todos los cuerpos obedecen a la siguiente ley:

Los cuerpos al calentarse se dilatan, y al enfriarse se contraen.

a) **Experimento con una esfera y un anillo.** (Renaldini, 1660.) Una esfera de cobre que a la temperatura ordinaria pasa exactamente por un anillo metálico, cuando ha sido calentada no puede atravesarlo.

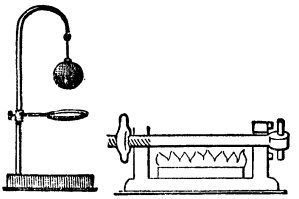


Fig. 335.
Dilatación por el calor.

b) Si se calienta un frasco lleno de petróleo teñido y cerrado por un tapón que lleva atravesado un tubo estrecho, se ve ascender el petróleo en el tubo, a causa de la dilatación.

c) Si el tubo de un frasco parecido al del caso anterior, pero lleno de aire, se sumerge por su extremo en el agua y se calienta el frasco, se observará el desprendimiento de burbujas de aire a través del agua. Cuando se deje enfriar el frasco, el agua ascenderá por el tubo.

3. Esto nos permitirá **medir con seguridad las temperaturas.** Para ello observaremos los cambios de magnitud que experimente un cuerpo cómodamente observable, y de los cambios percibidos deduciremos su temperatura.

Cuando el tamaño del cuerpo crece, su temperatura aumenta; cuando aquél decrece, su temperatura disminuye.

§ 110. Termómetro

1. Reciben el nombre de **termómetros** los aparatos de que nos servimos para medir la temperatura de un cuerpo.

Todos contienen como parte esencial una substancia cuya dilatación sea fácilmente observable. Según sea la naturaleza de la substancia, los termómetros se denominan: *a)* de mercurio, de alcohol; *b)* metálicos; *c)* de aire.

2. El termómetro de mercurio consiste en un depósito esférico o cilíndrico, de cristal, prolongado en un tubo estrecho de sección uniforme (bien calibrado). El depósito y parte del tubo están llenos de mercurio.

Construcción. Se toma un tubo capilar, de paredes algo gruesas, y se comprueba la uniformidad del diámetro interno corriendo por su interior una gota de mercurio, que en todas las posiciones debe ocupar igual longitud. Se sopla luego en uno de los extremos el recipiente *a* y se forma en el otro extremo un embudo que se llena de mercurio. Caliéntase el depósito *a*, y el aire dilatado escapa, burbuja a burbuja, a través del mercurio de *b*; cuando se deja enfriar *a*, el mercurio pasa a ocupar el espacio desalojado por el aire. Así se continúa, calentando y enfriando alternativamente el depósito *a*, hasta que depósito y parte del tubo quedan llenos de mercurio. Para eliminar luego el aire que llena la porción del tubo restante, se calienta *a* hasta que la columna de mercurio llega a *b*, y en seguida se funde y estira en punta el cuello del embudo, quedando de esta manera cerrado el extremo *b*.

Fig. 336. Termómetro en vías de construcción.

Del ascenso y descenso del extremo de la columna de mercurio en el tubo termométrico se deducen los correspondientes aumento y disminución de la temperatura. Para poder expresar la posición de aquel punto extremo, se debe proveer el tubo de una escala graduada.

Para establecer la escala termométrica, se parte comúnmente de dos **puntos fundamentales** (puntos fijos): el correspondiente a la fusión del hielo y el de la ebullición del agua.

a) Se rodea el termómetro de hielo fundente, y cuando

la permanencia del nivel indica que la contracción del mercurio, causada por el enfriamiento, ha terminado, se marca a dicho nivel el primer punto fundamental: **punto de fusión del hielo.**

b) Se sumerge el termómetro en los vapores del agua hirviente, y cuando el nivel del mercurio se mantiene invariable, por haber cesado la dilatación causada por el calentamiento, se marca el segundo punto fundamental: **punto de ebullición del agua.** (Este punto varía con la presión atmosférica: § 119.)

La distancia entre ambos puntos se divide en un número determinado de partes, llamadas **grados.** Tres son los sistemas de divisiones **(escalas)** más usados.

1. En el de **Celsius,** al punto de fusión del hielo se le asigna el grado cero (0°) y al punto de ebullición del agua el grado 100 (100°). Esta escala es la más comúnmente usada, y sus grados se llaman **centígrados.** — 2. En el de **Réaumur** se designa por 0° el punto de fusión del hielo, y por 80° el de ebullición del agua. Esta escala ha caído por completo en desuso. — 3. En la escala de **Fahrenheit** está designado el punto de fusión del hielo por el grado 32 y el de ebullición del agua por el 212°: es la escala empleada en los países de lengua inglesa.

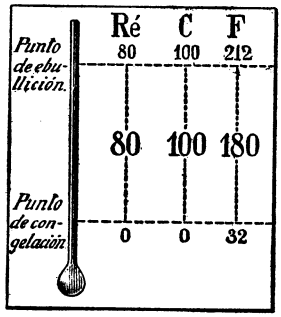


Fig. 337.
Escalas termométricas.

En resumen:

según	corresponde al punto de fusión del hielo	y al punto de ebullición del agua	El espacio comprendido entre ambos se divide en	de modo que
Celsius. . .	0°	100°	100 partes	5° C=4° R=9° F
Réaumur	0°	80°	80 »	
Fahrenheit	+ 32°	212°	180 »	

En cualquiera de las tres escalas se pueden continuar las divisiones por encima del punto de ebullición y por debajo

del de congelación del agua. Los grados inferiores a 0° se escriben precedidos del signo menos.

En los cálculos, para convertir unas escalas termométricas en otras, se utilizan las siguientes fórmulas:

$$C = \frac{5}{4} R = \frac{5}{9} (F - 32)$$

$$R = \frac{4}{5} C = \frac{4}{9} (F - 32)$$

$$F = \frac{9}{5} C + 32 = \frac{9}{4} R + 32$$

3. Comprobación de un termómetro. *a)* El termómetro es **exacto** cuando el tubo está bien calibrado y los puntos fundamentales bien determinados.

En los termómetros ordinarios, los puntos fundamentales experimentan un lento movimiento hacia arriba en virtud de la contracción que sufre el vidrio de que están formados. Por esto conviene determinar de vez en cuando, en los termómetros, el **error del cero.** De este error están libres los termómetros fabricados con un vidrio especial que contiene ácido bórico.

b) El termómetro es **sensible,** es decir, indica rápidamente pequeñas variaciones de temperatura, cuando el depósito es de paredes delgadas y el tubo es muy estrecho.

4. El termómetro de mercurio sólo puede aplicarse a la determinación de temperaturas comprendidas entre ciertos límites.

El mercurio hierve (a la presión atmosférica) a + 357°, se congela a — 39° C y sus indicaciones termométricas sólo son exactas entre — 29° y + 200°; fuera de estos límites, la dilatación del mercurio es muy irregular.

Para bajas temperaturas se puede usar, mejor que el de mercurio, el termómetro de alcohol (espíritu de vino). El alcohol se dilata cinco veces más que el mercurio (1 cm^3 de alcohol, por un aumento de 1° C de temperatura, se dilata 1 mm^3) y no se congela hasta 130° bajo cero (— 130°). En cambio, el alcohol hierve a temperatura poco elevada y

por esto el termómetro de alcohol no es aplicable a temperaturas superiores a + 60° C.

5. *a)* **El termómetro de máxima** indica la temperatura más elevada que ha poseído un cuerpo (por ejemplo, el aire atmosférico) en un intervalo de tiempo determinado.

a) **En los antiguos** termómetros de máxima, la columna de mercurio, cuando avanza, empuja por su extremo un índice (trozo de alambre) de acero; cuando aquélla retrocede, el índice permanece fijo en su posición de máximo avance. Terminado el intervalo de observación se prepara el termómetro para un nuevo intervalo golpeando ligeramente el instrumento para que el índice retroceda, o bien se hace correr el índice, sin tocar el termómetro, por medio de un pequeño imán.

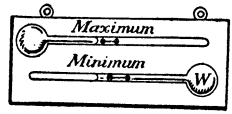


Fig. 338.—Termómetros de máxima y de mínima.

b) **En los modernos** termómetros de máxima, el tubo capilar está estrangulado y encorvado en el punto de unión con el depósito; por este punto queda rota la columna de mercurio cuando la temperatura disminuye, y la porción que queda en el tubo indica la máxima alcanzada. Balanceando o sacudiendo convenientemente el instrumento se logra unir de nuevo el mercurio del tubo con el del depósito, para dejar dispuesto el termómetro para una nueva observación. De esta clase son los termómetros que emplean los médicos para medir la temperatura de los enfermos.

b) **El termómetro de mínima** indica la mínima temperatura por que ha pasado un cuerpo en un intervalo de tiempo determinado.

En la columna líquida del termómetro de alcohol (puesto horizontalmente) está sumergido un índice de esmalte, que permanece inmóvil cuando el alcohol avanza y es arrastrado hacia atrás por la superficie (menisco) de la columna cuando el alcohol se contrae. La temperatura mínima queda indicada por el extremo del índice (fig. 338).

Son de uso muy corriente unos termómetros que indican a la vez la temperatura máxima y la mínima correspon-

dientes a un tiempo determinado. Consisten en un termómetro de alcohol *A* (fig. 339), cuyo tubo encorvado en forma de U y terminado en un ensanchamiento *B*, contiene mercurio en la porción curvada (*MNP*). Cada una de las ramas verticales contiene un índice de acero; el *b* es empujado cuando el mercurio avanza, es decir, cuando la temperatura aumenta; el *a* es empujado cuando el mercurio retrocede, es decir, cuando la temperatura decrece; el extremo inferior de *b* indica la temperatura máxima, y el extremo inferior de *a* indica la temperatura mínima.

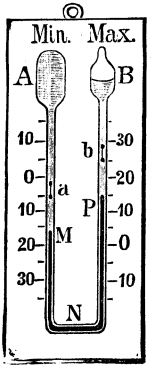


Fig. 339. Termómetro de máxima y mínima.

6. Los termómetros metálicos se fundan en el principio de las cintas termoscópicas.

a) **Una cinta termoscópica** consta de dos cintas metálicas de distinta substancia, por ejemplo, zinc y hierro, aplicadas una contra otra y sólidamente roblonadas entre sí. Cuando se calienta una cinta termoscópica, la diferencia entre las dilataciones de los dos metales que la constituyen determina el encorvamiento más o menos marcado de la misma. Así, en el caso de ser zinc y hierro los dos metales, por dilatarse el zinc más que el hierro, la cinta se encorva, ocupando el zinc la parte convexa.

b) **El termómetro metálico** es una cinta termoscópica arrollada en hélice o en espiral, con un extremo fijo y otro unido a una aguja indicadora.

c) **Termómetro inscriptor.** En los observatorios meteorológicos se emplean termómetros metálicos en los que la aguja, provista de una pluma inscriptora, deja marcadas sus sucesivas posiciones sobre un papel, arrollado sobre un cilindro que mediante un aparato de relojería da una vuelta cada semana. En el papel hay marcadas dos series de líneas: una correspondiente a las horas, y otra a los grados de

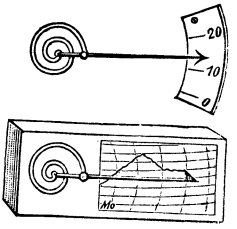


Fig. 340. Termómetro metálico y termómetro inscriptor.

temperatura. Así se consigue tener registradas todas las variaciones de temperatura que el aire atmosférico ha experimentado durante la semana.

En otros termómetros inscriptores, la cinta metálica es un tubo aplanado y arrollado, lleno de un líquido cuyas dilataciones y contracciones se manifiestan por cambios en la curvatura del tubo, que a su vez se traducen en movimientos de la aguja indicadora (fig. 340 y también fig. 203).

Problemas

1. ¿Cuál es la longitud de un grado centígrado en un **termómetro de alcohol,** cuyo depósito contiene 15 cm^3 de espíritu de vino, si la sección del tubo es de 1 mm^2? — R.: 1,5 cm.

2. ¿Cuál es la temperatura que **los ingleses** designan por 100° F? — R.: La de 37,5° C, igual aproximadamente a la normal del cuerpo humano.

3. La temperatura normal de **una habitación** se supone igual a 14° R. ¿Cuál es la centígrada y cuál la de Fahrenheit correspondientes? — R.: 17,5° C; 63,5° F.

4. La temperatura media anual de la **isla Madera** es de 18,4° C; la de **Viena,** 9,3° C; la de **Bremen,** 8,6° C, y la de **Jakutzk,** — 11,2°C. Expresar estas temperaturas en grados R y en grados F. — Respuesta: 14,72°; 7,44°; 6,88°; — 8,96° R; y 65,12°; 48,74°; 47,48°; 11,84° F.

§ 111. Dilatación de los sólidos

1. La dilatación de los cuerpos sólidos es muy pequeña.

Compárese el experimento de la esfera metálica y el anillo con la subida y el descenso de la columna termométrica.

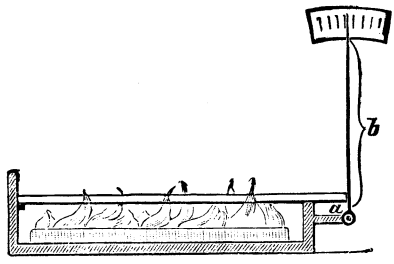


Fig. 341. — Dilatación de una varilla.

Para medir la dilatación que experimenta por la acción del calor una varilla metálica, se fija por un

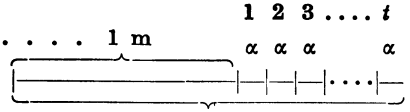
extremo y se aplica el extremo libre a una palanca amplificadora.

En la figura 341, la amplificación es $b : a$.

2. Se designa con el nombre de **coeficiente de dilatación lineal** de una substancia, el **aumento** α de longitud que experimenta una varilla de **la unidad de longitud** cuando su temperatura pasa de **0° C a 1° C.**

El coeficiente de dilatación no se altera cuando se cambia de unidad de longitud; y admitiendo la regularidad de la dilatación de los sólidos, podremos también decir que *el coeficiente de dilatación lineal expresa a qué fracción de la longitud (a 0°) de una varilla, equivale el alargamiento que ésta experimenta por cada grado C de aumento de temperatura.*

Así tendremos:



Longitud a $t°$ . . . . . $[1 + t\,\alpha]$ m.

Valores de los coeficientes de dilatación de algunos cuerpos sólidos:

Vidrio, Platino 0, 000009	Latón 0, 000020	Zinc 0, 000029
Hierro . . 0, 000011	Plata 0, 000020	Plomo 0, 000029
Cobre . . . 0, 000018	Aluminio 0, 000026	Azufre 0, 000074

EJEMPLOS:

a) **Una viga de hierro** de 12 m de longitud (a 0°) se dilata por cada grado C de aumento de temperatura $12 \times 0,000011 = 0,000132 = 0,132$ mm.

Su alargamiento a 50° C será de 6,6 mm.

b) **Una esfera de latón** de 5 cm de diámetro se dilata $5 \times 0,000020$ cm por cada grado de calentamiento; calentada al rojo (900°) el diámetro habrá aumentado en $900 \times 5 \times 0,000020$ cm = 0,900 mm.

3. Dilatación de las varillas. La experiencia demuestra que la dilatación de la mayor parte de cuerpos sólidos se verifica **con regularidad,** es decir, que si una varilla de 1 m se calienta a 2°, su longitud aumenta

en 2 α; si se calienta a 3° aumenta en 3 α ...; si se calienta a t° aumenta en $t\,\alpha$.

1 m a 0° se convierte a t° en . . . $(1 + \alpha\, t)$ metros.
l_0 m a 0° se convierte a t° en . . . $l_0\,[1 + \alpha\, t]$ metros

De aquí la siguiente ley:

$$\underbrace{l_t}_{\text{Longitud a } t^\circ} = \underbrace{l_0}_{\text{Longitud a } 0^\circ} \times \underbrace{[1 + \alpha\, t]}_{\text{binomio de dilatación}}$$

a) **Si dada la longitud a 0°** se desea conocer la longitud a t°, habrá que multiplicar la primera por el binomio de dilatación.

b) **Si dada la longitud a** t° se desea conocer la longitud a 0°, habrá que dividir la primera por el binomio de dilatación.

4. Dilatación de los cuerpos (dilatación cúbica). Se denomina coeficiente de dilatación cúbica, el aumento γ de volumen que 1 m³ de la substancia dada experimenta cuando su temperatura pasa de 0° C a 1° C. El aumento de volumen a 2° C será 2 γ; a 3° C será 3 γ; ... a t° C será $t\,\gamma$. Por consiguiente, el metro cúbico a 0° se convierte a t° en $(1 + \gamma\, t)$ m³, y el volumen v_0 a 0° se convierte a t° en:

$$v_t = v_0 \times [1 + \gamma\, t]$$

El coeficiente de dilatación cúbica es igual al **triplo** del coeficiente de dilatación lineal.

DEMOSTRACIÓN. Imaginemos un cubo cuya arista tenga a 0° una longitud de 1 m. El volumen del cubo a un grado será de $(1 + \alpha)^3$ m³; por consiguiente: Volumen del cubo a t° — volumen del cubo a $0^\circ = (1 + \alpha)^3 - 1 = 3\,\alpha + 3\,\alpha^2 + \alpha^3 = 3\,\alpha$ aproximadamente, pues dado el valor pequeñísimo de α, las seis primeras cifras decimales de α^2 y α^3 serán 0,000 000.

Dilatación de las superficies. Llamando β al coeficiente de dilatación superficial, tendremos: $S_t = S_0\,(1 + \beta t)$; y se puede demostrar también que $\beta = 2\,\alpha$.

5. Importancia de la dilatación de los cuerpos sólidos en la vida práctica:

a) **Las variaciones de longitud** determinadas por los cambios de temperatura deben ser tenidas en cuenta en la construcción de puentes metálicos, en la colocación de los rieles de las vías férreas, en la construcción de los macizos de las calderas.—Es de gran importancia el conocimiento de **la contracción** que sufren al enfriarse las piezas de fundición. Al pasar la masa metálica de la elevada temperatura de fusión a la ordinaria del ambiente, sufre una disminución considerable de volumen, es decir, se contrae. Es, por lo tanto, preciso dar a los moldes dimensiones algo mayores que las que debe poseer la pieza resultante, y el exceso depende de la naturaleza del metal que en ellos se debe verter; la contracción de la fundición de hierro es de $^1/_{96}$; la del zinc, $^1/_{80}$; la del bronce y latón, $^1/_{6}$; la del plomo, $^1/_{92}$.

Fig. 342. Péndulo de parrilla.

EJEMPLO: Debe fundirse una columna de hierro de 192 cm de longitud. La longitud del molde debe ser de $192 + \frac{192}{96} = 194$ cm.

b) En los relojes, en la distinta dilatación de las 3 varillas de acero *E* que tienden a hacer bajar la lenteja y las 2 de latón o de zinc *Z* que tienden a subirla, se funda la constancia de longitud de los **péndulos** llamados **compensadores o de parrilla** (fig. 342).

c) **La enorme fuerza** con que se contraen los cuerpos sólidos al enfriarse, se presta a múltiples aplicaciones. Para reforzar los cañones se aplican a su alrededor aros metálicos; para que éstos, una vez fríos, ajusten bien, se construyen de diámetro algo inferior al del cañón, siendo preciso, para poderlos colocar, ponerlos incandescentes. También se calientan para su colocación las llantas de las ruedas de los carros. Cuando dos paredes de un edificio amenazan separarse, se las enlaza mediante una viga de hierro calentada, que al enfriarse aproxima las paredes.

La **fuerza de dilatación o de contracción** de una barra de sección *s*, módulo de elasticidad *E* (§ 10) y coeficiente de

dilatación α, es: $F = \alpha\, E\, s\, t$, siendo t la variación de temperatura.

d) **A las diferencias de dilatación** de las substancias se deben las grietas que se producen en ciertas capas de barniz, el despegarse el cemento del cristal, etc. Para separar uno de otro dos tubos metálicos enchufados basta calentar el exterior. De la misma manera se pueden destapar los frascos de cristal con tapón esmerilado. ¿Por qué los extremos del filamento de carbón de las lámparas eléctricas se fijan a las paredes de las mismas mediante hilos de platino?

Problemas

1. Un **péndulo de segundos** (§ 41) marcha bien a 0°: ¿cuántas oscilaciones menos por día verifica a 30° C? — R.: longitud a 30° : longitud a 0° $= n_1^2 : n_2^2$, de donde $n_1 - n_2 = 14{,}3$.

2. Calcúlese el **acortamiento** y la **fuerza de contracción** de una barra de acero de 4 m de longitud y 25 cm² de sección, que pasa de la temperatura de 100° a la de 0°. — R.: 4,4 mm; 59 T.

§ 112. Dilatación de los líquidos

1. La dilatación de los líquidos es considerable, pero casi siempre irregular. Sólo el mercurio se dilata regularmente entre 20° y 200°.

Tratándose de líquidos, sólo hay lugar a considerar los coeficientes de dilatación cúbica. He aquí los de algunos líquidos:

Agua . . 0,0012 (muy irregular)	Mercurio 0,0002	Alcohol. 0,0011
	Ácido sulfúrico . 0,0005	Éter . . 0,0016

EJEMPLO: Una *columna de mercurio* de 76 cm (a 0°) se calienta a 30°. Si su sección permanece inalterable, el aumento de longitud será: $76 \times 30 \times 0{,}0002 = 4{,}5$ mm.

2. Dilatación irregular del agua. Cuando el agua se calienta de 0° a 4°, en vez de dilatarse se contrae;

pero a partir de 4° el aumento de temperatura produce dilatación. Por consiguiente:

A 4° C el agua alcanza su máxima densidad.

a) Esta manera de comportarse el agua está representada en el **diagrama** de la figura 343, donde se comparan las variaciones de longitud que experimenta una columna de agua con las que experimentaría una columna metálica por efecto de las mismas variaciones de temperatura. En ese diagrama se nota que el agua a 8° ocupa el mismo volumen que a 0°. El diagrama correspondiente al metal (dilatación regular) es una línea recta.

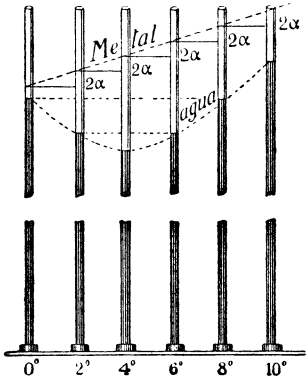


Fig. 343. — Dilatación del agua.

b) **Los lagos empiezan a congelarse por la superficie.** Cuando un viento frío disminuye la temperatura de la superficie del lago, la capa enfriada, más densa que el agua subyacente, se hunde y es renovada por otra capa, que se enfría a su vez; **la circulación** que el enfriamiento superficial produce continúa hasta que toda el agua del lago ha adquirido la temperatura de 4°. Si se enfría todavía más la capa superficial, entonces su densidad se hará menor que la del agua a 4°, y, por consiguiente, la capa enfriada no se separará de la superficie, y si el enfriamiento no cesa se congelará. La capa de hielo formada preserva del enfriamiento al agua líquida subyacente. — Estas consideraciones no son por completo aplicables al agua del mar (agua salada), pues la temperatura a que alcanza su máxima densidad es inferior a su punto de congelación.

3. A causa de la dilatación, **el peso específico de los líquidos disminuye** en proporción bastante considerable **para que deba ser tenida en cuenta en la práctica.**

a) Fórmula. Como el peso de un cuerpo no cambia por las variaciones de temperatura, en la fórmula del peso específico, $e = \frac{p}{v}$, únicamente deberá cambiarse el volumen v por el $v\ (1 + \alpha\, t)$ para obtener el peso específico e_t a la temperatura $t°$.

$$\text{Peso específico a } t°: \quad e_t = \frac{e_0}{1 + \alpha\, t}$$

Es decir, se obtiene el peso específico a $t°$ dividiendo el peso específico a 0° por el binomio de dilatación.

b) Aplicación. **Reducción de la columna barométrica a 0°.** En virtud de la fórmula de la dilatación, se obtendrá la longitud de la columna barométrica a 0° dividiendo la de la columna barométrica a $t°$ por el binomio de dilatación.

$$\text{Altura reducida a } 0°: \quad b° = \frac{b_t}{(1 + 0{,}0002\, t)}$$

Si a 20°, p. ej., se ha leído una altura barométrica $b_{20} = 720$ mm, tendremos $b_0 = 717{,}12$. No obstante, para resolver completamente el problema, debe reducirse antes a 0° de longitud de la escala (de latón) con que se ha medido la altura (§ 57).

§ 113. Dilatación de los gases

1. Gay-Lussac dedujo de sus experimentos que todos los gases tienen el mismo coeficiente de dilatación, $\alpha = {}^1/_{273} = 0{,}00367$, supuesta constante la presión a que está sometido el gas que se calienta.

Ejemplo: Una habitación de 8 m de longitud, 5 de ancho y 4 de altura encierra $8 \times 5 \times 4 = 160$ m³ de aire. Si la temperatura aumenta 1°, el aire experimenta una dilatación igual a $\frac{1}{273} \times 160 = 0{,}586$ m³ = **586 litros.** Se supone que la presión atmosférica (altura barométrica) se mantiene constante.

2. Ley de Gay-Lussac. Los gases sometidos a una presión constante obedecen a la ley general de la dilatación: $v_t = v_0 (1 + \alpha t)$, como los otros cuerpos (§ 111). Si v_1 y v_2 representan los volúmenes de una misma masa gaseosa a las temperaturas t_1 y t_2, tendremos $v_1 = v_0 (1 + \alpha t_1)$, y $v_2 = v_0 (1 + \alpha t_2)$; y dividiendo ordenadamente estas igualdades,

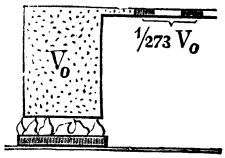


Fig. 344.
Dilatación de los gases.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2} = \frac{1/\alpha + t_1}{1/\alpha + t_2} = \frac{273 + t_1}{273 + t_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

La expresión $273 + t$ recibe el nombre de **temperatura absoluta.** (Así, pues, la temperatura absoluta se obtiene añadiendo 273° a los grados centígrados de la escala ordinaria.) Por la introducción del concepto de temperaturas absolutas, la ley de Gay-Lussac toma esta forma:

$$\text{I.} \quad \boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}} \quad \text{(Ley de **Gay-Lussac**)}$$

Los volúmenes de una masa gaseosa sometida a presión constante son directamente proporcionales a las correspondientes temperaturas absolutas.

EJEMPLO: A 27° C el volumen de una masa de gas es de 3 litros. ¿Cuál es el volumen a 17° C? — Las respectivas temperaturas absolutas son 300 y 290°, y, por lo tanto, $x : 3 = 290 : 300$; de donde $x =$ **2,9 litros.**

En la escala de temperaturas absolutas, el punto 0° corresponde al grado — 273° de la escala ordinaria y recibe el nombre de **cero absoluto.**

3. La ley de Mariotte (§ 59) dice: *A temperatura constante, los volúmenes ocupados por una misma*

masa gaseosa son inversamente proporcionales a las presiones

$$\text{II.} \quad \boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1}} \quad \text{(Ley de **Mariotte**)}$$

EJEMPLO. Han de introducirse 1000 litros de oxígeno en un depósito de 8 litros de cabida, sin que la temperatura varíe, ¿a qué presión deberá ser comprimido el gas?

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1}; \quad \frac{1000}{8} = \frac{x}{1}; \quad x = \mathbf{125\ at.}$$

4. Cuando la temperatura y la presión experimentan variaciones simultáneas, se determina con facilidad el volumen final suponiendo que tales variaciones no son simultáneas sino sucesivas. Por ejemplo:

a) La presión inicial p_1 se mantiene constante:	*b)* La temperatura final t_2 se mantiene constante:
A $t_1°$ el volumen era v_1	A la presión p_1 el vol. era v'_2
A $t_2°$ el volumen será v'_2	A la presión p_2 el vol. será v_2
Por la ley de Gay-Lussac: $\frac{v_1}{v'_2} = \frac{T_1}{T_2}$	Por la ley de Mariotte: $\frac{v'_2}{v_2} = \frac{p_2}{p_1}$

Multiplicando ordenadamente estas dos igualdades y eliminando el volumen intermedio v'_2, tendremos:

$$\boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2\,T_1}{p_1\,T_2}}$$

es decir: los volúmenes gaseosos son directamente proporcionales a las temperaturas absolutas e inversamente proporcionales a las presiones. Ésta es la **ley combinada de Gay-Lussac y Mariotte.**

Si en la fórmula anterior suponemos $v_1 = v_2$, resultará:

$$\text{III.} \quad \boxed{\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}}$$

o sea: *en igualdad de volumen, las presiones ejercidas por una masa gaseosa son directamente proporcionales a las temperaturas absolutas.* (Aplicación al termómetro de aire.)

5. Recibe el nombre de **volumen normal** de un gas el espacio que ocupa a la temperatura de 0° y a la presión de 760 mm. Se calcula por medio de la fórmula de Mariotte y Gay-Lussac:

$$\text{Volumen normal a } 0° \text{ y } 760 \text{ mm} \quad v_o = \frac{b}{760} \times \frac{273}{T} \times v$$

representando v el volumen a $t°$ y a la presión de b mm:

EJEMPLO. **Un químico** ha obtenido a 30,3° C y 720 mm un volumen de 0,891 litros de gas carbónico. ¿Cuál es el volumen normal? ¿Cuál es el peso del gas?

$$v_0 = \frac{720}{760} \times \frac{273}{303{,}3} \times 0{,}891 = 0{,}7598 \text{ lit;}$$

$$\text{peso } P = v_0 \times e = 0{,}7598 \times 1{,}53 \times 1{,}293 = 1{,}503 \text{ g.}$$

Problemas

1. Reducir el **volumen normal:**

a) 11 litros de aire atmosférico **a** 720 mm y 27,3° C. — R.: 9,474 litros.

b) 14,5 litros de hidrógeno **a** 700 mm y 27° C. — Respuesta: 12,15 litros.

2. ¿Cuánto pesa **el aire de una habitación** de 8×5×4 m a 27° C y 720 mm? — R.: 178 Kg.

3. A la presión de 720 mm y a la temperatura de 27° C se ha tapado **un frasco** que contenía 19 litros de aire atmosférico. ¿Cuántos gramos de aire se desprenderán del frasco si éste se abre en la cumbre de una montaña donde la presión es de 680 mm y la temperatura de 0°? — R.: Peso de 19 litros en las condiciones primitivas: 21,179 g; íd. en las condiciones últimas: 21,981; luego no se desprende gas, sino que, por el contrario, penetran en el frasco 0,802 g de aire exterior.

4. En una campana de cristal invertida sobre la cuba de mercurio, ha obtenido un químico 1520 cm^3 de CO_2 en

estas condiciones: temperatura, 27° C, presión atmosférica, 720 mm; altura del nivel del mercurio en la campana sobre el nivel del mercurio en la cuba, 12 cm. ¿Cuál es la presión del gas? ¿Cuál su volumen normal? ¿Cuál su peso? — Respuesta: 600 mm; 1092 cm^3; 2,16 g.

§ 114. Cantidad de calor

1. Todo cuerpo contiene cierta cantidad de calor.

COMPARACIÓN. Así como una esponja mojada contiene cierta cantidad de agua, todo cuerpo contiene cierta cantidad de calor. — Si observamos que un cuerpo se calienta, podemos decir que aumenta la cantidad de calor en él contenida; si observamos que un cuerpo se enfría, diremos que ha perdido parte del calor que contenía.

2. El calor pasa de un cuerpo a otro. Cuando un cuerpo caliente se pone en contacto con uno frío, el calor pasa **del cuerpo caliente al frío** y nunca del frío al caliente. El tránsito dura hasta que los dos cuerpos están igualmente calientes, es decir, poseen la misma temperatura. El calor desprendido por el cuerpo primitivamente caliente es absorbido por el cuerpo primitivamente frío, con arreglo a esta igualdad:

$$\left.\begin{matrix}\text{Calor}\\ \text{perdido por un cuerpo}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\text{Calor}\\ \text{ganado por el otro}\end{matrix}\right.$$

COMPARACIÓN. El tránsito de calor de uno a otro cuerpo no puede verse, pero nos lo advierte el termómetro, a la manera como pueden observarse las variaciones de la altura del agua en un estanque por medio de una regla dividida, fijada a una de sus paredes. Cuanto menor es la cantidad de agua contenida en el estanque, menor es la altura indicada por la escala. Pero si ésta indica, p. ej., un descenso de un centímetro, podremos sólo deducir que la cantidad de agua ha disminuído, pero no sabremos qué número de metros cúbicos de agua han salido del estanque; para llegar a conocer ese número, hace falta el conocimiento de otro dato: la superficie del estanque. — **De análoga manera**

se realiza la apreciación de pérdidas de calor en el termómetro. Sumergido éste en un líquido, indicará cierta temperatura o nivel calorífico. Cuando la temperatura experimente un descenso de 1° C, vendremos en conocimiento de que el cuerpo ha perdido calor, pero no sabremos todavía cuál es la cantidad de calor perdido.

Para llegar a conocer esa cantidad, es preciso, en primer lugar, establecer una unidad de cantidad de calor. La unidad admitida es la **caloría.**

La unidad de cantidad de calor es la caloría

3. Caloría es la cantidad de calor que ha de recibir o desprender **1 kilogramo de agua** para que su temperatura aumente o descienda en 1 grado centígrado.

a) Algunas veces se emplea como unidad la milésima parte de la anterior, o sea la cantidad de calor necesaria para elevar en 1° C la temperatura de un gramo de agua. Esta unidad recibe el nombre de caloría-gramo o **pequeña caloría.** Mientras no se advierta lo contrario, se hablará de *grandes calorías.*

b) EJEMPLOS: Al calentar 8 Kg de agua de modo que su temperatura aumente 12°, son absorbidas por el líquido $8 \times 12 = 96$ calorías. Para calentar de 20° a 30° medio litro (500 g) de agua son precisas $500 \times 10 = 5000$ pequeñas calorías = 5 calorías; 25 Kg de agua que se enfrían de 100° a 20° pierden $25 \times 80 = 2000$ calorías.

4. Calor específico (o capacidad calorífica) de una substancia es la cantidad *c* de calor que 1 Kg de esa substancia debe absorber para aumentar en 1° C su temperatura.

Tabla de calores específicos

Cuerpos sólidos		Cuerpos líquidos	
Platino, Plomo, Oro . .	0,03	Mercurio	0,03
Latón, Zinc, Cobre . . ,	0,09	Alcohol	0,60
Hierro, Níquel	0,11		
Vidrio, Azufre, Tierra .	0,20		
Hielo	0,50	Agua	1,00

a) **El calor específico del agua** es igual a 1. Es mayor que el de los restantes cuerpos, excepción hecha del hidrógeno. — Sin embargo, el calor específico del agua no es completamente constante, sino que aumenta algo con la temperatura. Para calentar un Kg de agua de 0° a 1°, se necesita exactamente 1 caloría; pero para calentar 1 Kg de agua de 0° a 100°, se necesitan 100,5 calorías, es decir, más de 100 calorías.

b) **Climas marítimos y continentales.** Del elevado calor específico del agua depende en gran parte la diferencia entre los climas marítimos y los continentales; las oscilaciones termométricas, así diarias como anuales, tienen menor amplitud en los primeros que en los últimos. De noche y en invierno, el mar actúa como un almacén de calor; de día y en verano, como un almacén de frío. Compárense entre sí los valores de la siguiente tabla:

Lugar	Latitud	Temperat.ª media	TEMPERATURA		Oscilación
			En el mes más cálido	En el mes más frío	
Berlín . . .	52° 30′	9°	18°,8	—2°,4	21°,2
Bremen . .	53° 5′	8°,6	17°,3	—0°,2	17°,5
Madrid. . .	40° 25′	13°,5	24°,5	4°,9	19°,6
Barcelona .	41° 22′	16°,9	26°,0	8°,9	17°,1
Jakutzk . .	62° 1′	—11°,2	18°,8	—42°,8	61°,6
Reikjavik .	64° 8′	4°,1	12°,6	— 1°,2	13°,8

c) **El calor específico del hierro** es 0,11, es decir, para aumentar en 1° la temperatura de 1 Kg de hierro, es preciso darle 0,11 grandes calorías; o bien, para aumentar en 1° la temperatura de 1 g de hierro es preciso darle 0,11 pequeñas calorías.

d) **Fórmula** del calor ganado o perdido por un cuerpo. Un cuerpo de calor específico c pierde c calorías por kilogramo y por grado de enfriamiento. Si el cuerpo pesa m kilogramos y al enfriarse pasa de la temperatura de $t_1°$ a la de $t_2°$, la pérdida de calor que habrá experimentado será:

$$Q = m \times (t_1 - t_2) \times c \text{ calorías.}$$

Esta fórmula sirve también para el caso de calentamiento.

EJEMPLOS: ¿Qué cantidad de calor es necesaria para aumentar en 43° la temperatura de 27 Kg de **hierro?**

$$27 \times 43 \times 0{,}11 = 127{,}71 \text{ calorías.}$$

Un estanque que contiene 5000 m^3 de agua posee por la tarde la temperatura de 20°, y por la mañana del día siguiente la de 18°; ¿cuál es la cantidad de calor perdida por el agua durante la noche?

$$5000 \times 1000 \times (20 - 18) \times 1 = 10\,000\,000 \text{ de calorías.}$$

5. La determinación del calor específico se verifica en aparatos debidamente protegidos contra las pérdidas de calor, llamados **calorímetros.**

a) **En el método de las mezclas** se calienta a $t_1°$ (en un baño de aire o de agua) un peso m_1 **del cuerpo** cuyo calor específico se desea determinar, y se introduce en un calorímetro que contiene una cantidad conocida (m_2) **de agua** a la temperatura t_2. El calorímetro es un vaso metálico *G* de paredes delgadas y bruñidas, rodeado por otro vaso *S* destinado a disminuir las pérdidas de calor por el ambiente. Cuando las temperaturas del cuerpo y del agua se han igualado, se lee en el termómetro la temperatura final *t* **(temperatura de la mezcla).**

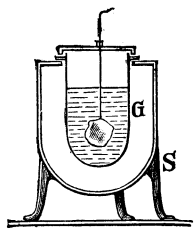


Fig. 345. — Calorímetro de mezclas.

El cálculo se funda en la ley general de los cambios de calor:

Calor desprendido por el cuerpo . . . . . $Q_1 = m_1 \times (t_1 - t) \times c_1$ calorías.

Calor absorbido por el agua . . . . . $Q_2 = m_2 \times (t - t_2) \times 1$ »

Calor absorbido por el vaso *G* . . . . . $Q_3 = m_3 \times (t - t_2) \times c_3$ »

Y como $Q_1 = Q_2 + Q_3$, tendremos:

$$c_1 = \frac{(m_2 + m_3 c_3)}{m_1} \times \frac{t - t_2}{t_1 - t}.$$

El producto del peso por el calor específico de un cuerpo recibe el nombre de *peso reducido al agua*. Cuando el vaso calorimétrico es de paredes muy delgadas, su peso reducido al agua es muy pequeño y puede ser despreciado. Entonces la fórmula anterior queda reducida a

$$\text{calor específico } c_1 = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{t - t_2}{t_1 - t}$$

EJEMPLO. Se han introducido 500 g de hierro a 100° en 1 Kg de agua a 20°, y la temperatura final de la mezcla ha sido de 24°,2. De ello resulta que:

a) **Si se desprecia** el peso del calorímetro reducido al agua, el calor específico del hierro será:

$$c_1 = \frac{1}{0{,}5} \times \frac{(24{,}2 - 20)}{(100 - 24{,}2)} = 0{,}111$$

b) **Si el vaso calorimétrico** pesa 100 g y es de latón ($c_3 = 0{,}09$),

$$c_1 = \frac{(1 + 0{,}1 \times 0{,}09)}{0{,}5} \times \frac{(24{,}2 - 20)}{(100 - 24{,}2)} = \mathbf{0{,}112.}$$

b) **En el método de fusión del hielo,** el cuerpo caliente se rodea de hielo a 0°, y se determina el peso del agua líquida obtenida por fusión del hielo.

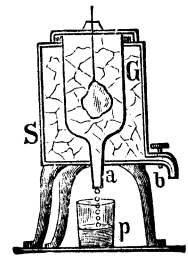


Fig. 346. — Calorímetro de hielo.

En el calorímetro que en este método se emplea, el vaso G posee un tubo de salida por el que gotea el agua de fusión. El espacio comprendido entre S y G está lleno de hielo que impide la llegada del calor del ambiente al hielo contenido en G. **El cálculo,** en este método, se funda en que cada gramo de hielo exige para su fusión 80 pequeñas calorías (§ 118-4). Si el agua de fusión obtenida pesa p gramos, podremos establecer:

El cuerpo desprende . . . . $Q_1 = m_1 \times t \times c_1$
El hielo absorbe . . . . . $Q_2 = p \times 80$

Por la ley general de los cambios de calor, $Q_1 = Q_2$, y por consiguiente:

$$c_1 = \frac{p \times 80}{m_1 \times t}.$$

EJEMPLO. Con 120 g de cobre a 70° se obtienen 10 g de agua de fusión: $c_1 = \frac{10 \times 80}{120 \times 70} = 0{,}095$.

6. Cálculo de la temperatura t de una mezcla. De la fórmula utilizada en el método de las mezclas, y despreciando el peso del calorímetro reducido al agua, se deduce:

Temperatura de la mezcla: $t = \frac{m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$

Si las substancias mezcladas son **masas de agua** a distintas temperaturas, la fórmula se simplifica:

Temperatura de la mezcla: $t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}$ (Regla de Richmann).

EJEMPLOS:

a) 100 limas, calentadas a 800°, se enfrían introduciéndolas en 1 m³ de agua a 15°. Si cada lima pesa 200 g, ¿cuál será la temperatura final del agua?

$$t = \frac{100 \times 0{,}2 \times 0{,}11 \times 800 + 1000 \times 1 \times 15}{100 \times 0{,}2 \times 0{,}11 + 1000 \times 1} = 16°{,}7 \text{ C}.$$

b) ¿Cuál será la temperatura de la mezcla de 3 Kg de agua a 80° y 5 Kg de agua a 10°?

$$t = \frac{3 \times 80 + 5 \times 10}{3 + 5} = 36°{,}25.$$

7. Medición de temperaturas elevadas. Como se dijo en el § 110-4, el termómetro de mercurio no puede emplearse en la medición de altas temperaturas. Pero presentándose con frecuencia en la práctica el problema de la evaluación de las temperaturas de los hornos y de los hogares, o de la investigación del punto

de fusión de un metal, etc., se han ideado y se aplican numerosos procedimientos de determinación de temperaturas elevadas.

b) **Termómetro de aire.** Consiste en un depósito G de cristal difícilmente fusible, enlazado por medio de un tubo de caucho a un tubo de vidrio. El depósito contiene aire; el tubo de caucho y parte del tubo de vidrio contienen mercurio. Introducido el depósito G en el manantial de calor cuya temperatura se desea conocer, el mercurio sube en el tubo R. Se eleva éste hasta regenerar el primitivo volumen de aire en el recipiente G y en seguida se lee la diferencia h de altura entre los dos niveles del mercurio. Como sabemos (§ 113-4), las temperaturas absolutas son proporcionales a las presiones: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2}$.

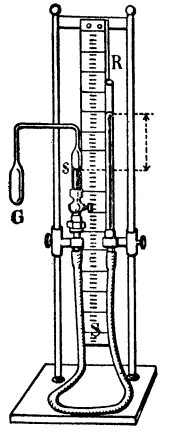


Fig. 347. — Termómetro de aire.

Si mediante un termómetro ordinario, se determina la temperatura T_1 del ambiente y mediante el barómetro, la presión atmosférica p_1, de estos dos valores y del de p_2 $(= p_1 + h)$ deduciremos el valor de la temperatura T_2 que se desea medir.

b) **Pirámides de Seger.** Son pequeños tetraedros fabricados con pastas de feldespato, cuarzo, mármol y caolín en distintas proporciones, correspondientes a distintas temperaturas de fusión. Introducidas varias de ellas en el horno, se deforman, sin llegar a licuarse por completo, aquellas cuya temperatura de fusión es igual a la temperatura del horno.

c) **Pirómetros eléctricos.** En ellos, o bien se determina la temperatura del horno por la observación de la corriente termoeléctrica (§ 169) producida por la diferencia de temperaturas entre una porción del aparato que está a la temperatura del ambiente y otra porción introducida en el horno, o bien se aprecia el aumento de resistencia eléctrica que por la elevación de su temperatura sufren los alambres de ciertos metales (pirómetros de Siemens, de Hartmann & Braun y otros; § 151-9).

d) Pirómetro óptico de Holborn y Kurlbaum. La imagen del cuerpo incandescente (p. ej., el hogar) cuya temperatura se desea evaluar es proyectada por una lente sobre una pantalla. A través de un cristal rojo se observa al mismo tiempo esa imagen y el filamento de una lámpara eléctrica de incandescencia. Gradúase la corriente que pasa por la lámpara, de suerte que el filamento luminoso deje de percibirse sobre la mancha de luz de la pantalla. De la indicación de un amperímetro (ya previamente graduado en grados de temperatura, por haberlo aplicado antes a temperaturas conocidas) se deducirá la temperatura del cuerpo que se observa.

e) La temperatura de los cuerpos sólidos incandescentes se puede deducir, en general, del **color de su incandescencia.**

Rojo incipiente . . .	525°	Anaranjado	1100°
Rojo obscuro . . .	700°	Blanco incipiente . .	1300°
Rojo cereza	850°	Blanco deslumbrante .	1500°
Rojo claro	950°		

f) **Medición calorimétrica.** Se mantiene un cuerpo difícilmente fusible (esfera de platino, cilindro de níquel) durante largo tiempo en el manantial de calor cuya temperatura se desea apreciar, se sumerge después en un peso conocido de agua y se determina la temperatura final.

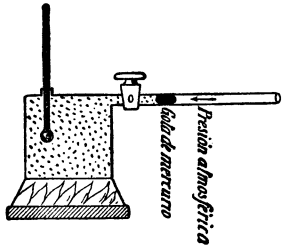


Fig. 348.
Expansión de un gas.

El cálculo de la temperatura investigada se realiza con arreglo a la fórmula $Q_1 = Q_2$ del § 114-5 *a*:

$$m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t - t_2);$$

y como el calor específico c_2 del agua es igual a 1,

$$t_1 = \frac{m_2 (t - t_2)}{m_1 c_1} + t.$$

Ejemplo. Una esfera de platino que pesa 39 g ha sido calentada en la llama del mechero Bunsen e introducida en 100 g de agua a 16°. La temperatura del agua ha subido a 26°. ¿Cuál es la temperatura de la llama del Bunsen?

$$t_1 = \frac{100\,(26 - 16)}{39 \times 0{,}03} + 26 = 881°.$$

8. Calor específico de los gases. Cuando se aumenta en 1° C la temperatura de 1 Kg de un gas y se le deja dilatar libremente, absorbe, en general, 41 % más de calor que cuando se impide la dilatación. Es, por lo tanto, preciso distinguir para cada gas dos calores específicos: calor específico a presión constante (c_p) y calor específico a volumen constante (c_v).

Calor específico del	A volumen constante c_v	A presión constante c_p	Razón $k = \frac{c_p}{c_v}$
Aire atmosférico . .	0,1684	0,2375	1,41
Oxígeno	0,1542	0,2175	1,41
Hidrógeno	2,416	3,409	1,41
Vapor de agua. . .	0,3637	0,4750	1,31

La anterior tabla muestra: 1.° Que el **hidrógeno** tiene un calor específico muy superior al del agua. 2.° Que para muchos **gases** la razón $k = \frac{c_p}{c_v}$ vale 1,41.

Problemas

1. ¿Qué cantidad de calor pierde:

a) Una masa de **vidrio** que pesa $^1/_4$ Kg, al enfriarse de la temperatura de 100° a la de 16°? — R.: 4,2 calorías.

b) El **aire** de una habitación de 8 × 5 × 4 m al pasar la temperatura de 24° C a 16° R, manteniéndose constante la altura barométrica? — R.: 197 Cal.

2. Un bloque de piedra de 10 m de longitud por 2 de ancho y 4 de alto (peso específico: 2,8) se enfría de 24° a 20° (calor específico: 0,20). ¿Cuántas calorías desprende? — R.: 179 200 Cal.

3. ¿Cuántos Kg **de agua** a 10° deben mezclarse con 70 kilogramos de agua a 50° para obtener agua a 35°? — R.: 42 kilogramos.

4. Una esfera de hierro (peso específico: 7,2) **incandescente** (700° C) y de volumen igual a 1 dm^3 se sumerge en un cubo (10 lit) de agua a 10° C. ¿Qué temperatura final se observará? — R.: 60,6° C.

5. Dos cubos de igual volumen, de hierro el uno y de

platino el otro, se calientan 1° C. ¿Cuál de los dos debe absorber más calor? — R.: El primero.

6. ¿Qué alargamiento experimenta, a causa de la dilatación por el calor, una varilla de hierro de 1 m de longitud y 1 cm² de sección, si se aplican a ella 10 calorías? — R.: 1,5 mm aprox.

§ 115. Manantiales de calor

1. El Sol. Los manantiales de calor se pueden dividir en cósmicos y terrestres. El más importante de todos es el Sol. El Sol arroja constantemente raudales de calor al espacio inmenso que le rodea.

Sólo una **mínima parte** $\left(\frac{1}{2\,200\,000\,000}\right)$ del calor solar llega a la Tierra y, a pesar de ello, el calor que del Sol recibimos es incomparablemente mayor que el producido por todos los manantiales artificiales de calor que utilizamos. El calor del Sol sustenta toda la vida orgánica de la Tierra.

a) El calor solar recibido por la Tierra sería capaz de fundir anualmente una capa de hielo de 33 m de espesor, que envolviera por completo a la Tierra.

b) Ese calor equivale a 4 pequeñas calorías por minuto sobre cada cm² (constante solar).

La Tierra es también un manantial de calor, como lo prueban los volcanes y las fuentes termales. En algunos profundos pozos de mina se observa un aumento gradual de la temperatura a medida que crece la profundidad (1° por cada 33 m).

2. La combustión es el más importante de los manantiales terrestres de calor. Se entiende ordinariamente por combustión la oxidación de un cuerpo acompañada de desprendimiento de calor y luz (§ 2-5).

Los más de los materiales de combustión que usamos contienen carbono e hidrógeno, y la combustión completa de estos elementos da origen a gas carbónico y vapor de agua (productos de la combustión).

Recibe el nombre de **potencia calorífica** de un combustible el número de calorías que produce la combustión completa de 1 Kg de dicho cuerpo.

Tabla de potencias caloríficas

Hidrógeno	34 400 Cal.	Carbono	8 080 Cal.
Gas del alumbrado	11 000 »	Carbón	6 a 8 000 »
Petróleo	10 000 »	Alcohol	7 000 »
		Madera seca (apr.)	3 600 »

a) Nunca, **en los hornos y hogares** ordinarios, se consigue aprovechar por completo el número de calorías señalado en la precedente tabla, pues son inevitables las pérdidas debidas a no ser la combustión completa, a la conductibilidad de las paredes y al caldeo de los productos de la combustión que se desprenden. En la práctica se calculan unas 5000 calorías por Kg de hulla de mediana calidad y algo más cuando la misma hulla se emplea pulverizada.

b) **No hay que confundir el poder calorífico con la temperatura de combustión:** ésta, además de depender del material de combustión, depende del exceso más o menos grande de oxígeno, y de la dilución de este gas. Por ejemplo, la temperatura de combustión del hidrógeno en la llama de la mezcla detonante (formada por hidrógeno y oxígeno en la proporción exacta en que entran en la constitución del agua) es de 2800°; la del carbono en oxígeno puro es de 10 000°; en la cantidad precisa de aire atmosférico es de 2700°, y en una cantidad de aire atmosférico doble de la anterior (caso frecuente en los hogares industriales) de 1400°.

3. El trabajo. Muchas veces se realiza un trabajo y no se perciben sus efectos mecánicos. Danse, por ejemplo, diez martillazos en el yunque y éste permanece inalterable en el mismo sitio. En tales casos el trabajo determina la producción de una cantidad de calor. El yunque del ejemplo se habrá calentado en el punto golpeado por el martillo. El trabajo que se em-

plea en vencer los rozamientos queda aparentemente destruído, pero se convierte en calor.

EJEMPLOS: Una moneda se calienta frotándola vigorosamente contra la mesa. Los aerolitos y estrellas fugaces se ponen incandescentes al penetrar en la atmósfera terrestre. Martillándolo se puede llegar a poner incandescente un clavo.—**Rumford** observó que la perforación de los cañones de bronce desarrollaba tanto calor que con él podía hacerse hervir el agua. — Inflamación de los fósforos. Chispas producidas por el choque del pedernal y el eslabón. Chispas producidas por el metal (vulgarmente *piedra*) de los encendedores automáticos. Inflamación de la yesca por compresión súbita del aire contenido en un cuerpo de bomba (eslabón neumático). Los salvajes se proveen de fuego frotando dos pedazos de madera uno contra otro. El choque del gatillo del fusil produce la inflamación del fulminante, que determina a su vez la explosión de la pólvora.

Recíprocamente, el calor puede ser transformado en trabajo mecánico.

EJEMPLOS: La tensión o fuerza elástica de los gases y vapores **aumentada por la acción del calor,** se puede aplicar a la realización de trabajo mecánico. **Durante este trabajo los gases y vapores se enfrían.** (Motores de aire caliente; máquinas de vapor).

4. Equivalente mecánico del calor. Mayer reconoció en 1842 que el calor no era más que una forma de la energía, y que cuando una cantidad determinada de trabajo desaparece (por rozamientos, choques, etc.) se produce una cantidad igualmente determinada de calor, y recíprocamente. El número de kilográmetros que es preciso consumir para la obtención de una caloría, recibe el nombre de

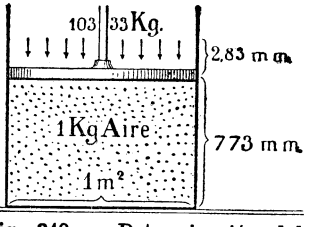


Fig. 349. — Determinación del equivalente mecánico del calor.

equivalente mecánico del calor, y ha sido determinado por varios procedimientos. Se puede admitir que:

1 caloría = 427 kilográmetros

La primera determinación (indirecta) la llevó a cabo el propio Mayer de la manera siguiente: El calor específico del aire a presión constante es 0,2375; y a volumen constante es 0,1684 (§ 114-8). La diferencia 0,2375 — 0,1684 = = 0,0691 es consumida (en el caso de la dilatación a presión constante) por el trabajo de la dilatación. Imagínese un Kg de aire encerrado en el fondo de un cuerpo de bomba provisto de un pistón de 1 m^2 de superficie (fig. 349); como 1 m^3 de aire pesa 1,293 Kg, el volumen ocupado por 1 kilogramo será $\frac{1}{1,293} = 0,773$ m^3, y por ser la sección del cuerpo de bomba 1 m^2, el pistón deberá estar a 773 mm sobre el fondo. Al calentar el aire 1° C, el volumen experimenta un aumento igual a $\frac{1}{273}$ de su primitivo valor, y por consiguiente el pistón experimenta un traslado de 2,832 mm. Mas sobre el pistón gravita la presión atmosférica, igual a 10333 kilogramos por m^2, y, por lo tanto, el trabajo realizado por el corrimiento del pistón será $0,002832 \times 10333 = 29,3$ Kgm, equivalentes, por lo anteriormente dicho, a 0,0691 calorías. Los equivalentes a 1 caloría serán $\frac{29,3}{0,0691} = 424$ Kgm.

Joule y Hirn realizaron exactas determinaciones experimentales.

Joule colocaba una rueda de paletas en un vaso calorimétrico lleno de agua y la ponía en movimiento por medio de un peso. La agitación producida por la rueda calentaba el agua. El trabajo empleado y el calor obtenido se medían con facilidad. Hirn determinaba el caldeo producido por el martilleo de una pieza de plomo. También determinó el trabajo que efectuaba una máquina de vapor por el consumo de una cantidad conocida de calor. De estos y de muchos otros experimentos posteriormente llevados a cabo han resultado valores del equivalente mecánico del calor comprendidos entre 424 y 429 Kgm. Se admite como valor más probable el de 427 Kgm.

5. Principio de la conservación de la energía. Ya presumió Mayer, y reconociéronlo más tarde Helmholtz y Clausius, que la transformación del calor en rabajo no era más que un caso especial del principio general de la conservación de la energía.

La energía no se aniquila, pero puede tomar distintas formas.

El **trabajo** se transforma en **calor** (rozamiento), el **calor** en **trabajo** (máquina de vapor), el **trabajo** en **electricidad** (dinamo), la **electricidad** en **trabajo** (electromotor), la **electricidad** en **calor** (horno eléctrico), etc. Pero en todas estas transformaciones nada se pierde en absoluto, pues calor, trabajo, electricidad, etc., no son otra cosa que **formas** diversas de la energía. Ocurre como con un capital constante, que puede ser cambiado en distintas clases de moneda.

Problemas

1. En una **lámpara de petróleo** se han consumido en una noche 125 g de combustible; ¿qué cantidad de calor se ha producido? — R.: 1250 Cal.

2. Un **litro de espíritu** de vino (0,8 Kg) cuesta 1 peseta, y 50 Kg de carbón cuestan 2,50 ptas. ¿Con cuál de estos combustibles resultará más económica la calefacción?

3. Mediante la combustión de 6 gramos de **gas del alumbrado** en un hornillo, se ha calentado de 16° a 46° un kilogramo de agua. ¿Cuál es el rendimiento calorífico del hornillo empleado? — R.: 45 %.

4. **Un tren** de 1000 toneladas recorre un trayecto de 1 Km. El rozamiento asciende a $\frac{1}{100}$ del peso. Calcúlense: *a)* el valor del rozamiento; *b)* el trabajo absorbido por el rozamiento; *c)* el calor producido. — R.: *a)* 10000 Kg; *b)* 10 millones de Kgm; *c)* 23474 calorías.

5. ¿En cuántos grados se eleva la temperatura de **1 Kg de plomo** que cae al suelo desde una altura de 100 metros? — R.: 7,8° C.

§ 116. Compresión y expansión de los gases

1. Por la compresión, los gases se calientan. El trabajo consumido en la compresión se convierte en calor.

EJEMPLO: Imaginemos 1 Kg de aire encerrado en un cilindro de 1 m^2 de sección. Sea t la temperatura arbitraria que posee el gas, y sea de una atmósfera (= 10333 Kg por m^2) la presión a que está sometido. Si obligamos al pistón a avanzar 1 mm, el trabajo consumido en la compresión del gas será igual a $0{,}001 \times 10\,333 = 10{,}333$ kilográmetros, y a este trabajo corresponderá una cantidad de calor igual a $\frac{10{,}333}{426} = 0{,}0242$ calorías. El kilogramo de aire recibe este incremento de calor, y por lo tanto, su temperatura aumenta en $\frac{0{,}0242}{0{,}1684} = 0{,}14°$ C.

2. Para determinar la presión que un gas adquiere por compresión, hay que distinguir dos casos:

a) **Las paredes del recipiente en que está contenido el gas son permeables para el calor.** El calor producido por la compresión es cedido en este caso al ambiente, y el gas recupera la temperatura t primitiva. Si la compresión se lleva a cabo con lentitud suficiente para que la temperatura del gas se mantenga constante, se dice que ocurre una compresión **isotérmica.** Semejante compresión obedece, como en otro lugar se indicó, a la ley de Mariotte:

$$p_1 : p_2 = v_2 : v_1$$ **Mariotte (isotérmica).**

b) **Las paredes son impermeables para el calor.** El calor desarrollado por la compresión se conserva en el gas comprimido, elevándose la temperatura del

mismo. Por consiguiente, la presión aumenta, no sólo a causa de su disminución de volumen, sino también del calor de compresión; el aumento de presión será indudablemente mayor que en la compresión isotérmica. A este caso se aplica la ley de Poisson:

$$p_1 : p_2 = v_2^k : v_1^k$$ **Poisson (adiabática)**

o sea: en el caso actual, la razón directa de las presiones no es igual a la razón inversa de los volúmenes, sino a la potencia k de esta última razón. La constante k es igual a 1,41, es decir, al cociente de los calores específicos de un gas a presión constante y a volumen constante.

La compresión en recipiente de paredes impermeables para el calor (o instantánea), recibe el nombre de **adiabática.**

3. Representación gráfica. En la figura 350 están representados sobre la horizontal $O\,A$ los sucesivos volúmenes, y en los extremos de las longitudes correspondientes a los distintos volúmenes se han levantado verticales de longitudes proporcionales a las correspondientes presiones. Los puntos extremos de estas verticales dan la llamada *curva de presión.*

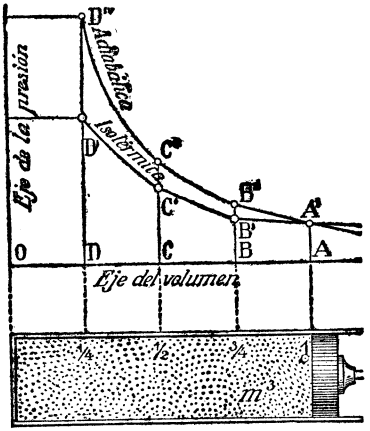


Fig. 350. — Compresión de un gas.

Las curvas de presión que se obtienen en los casos de las compresiones isotérmicas reciben el nombre de **isotérmicas,** y las obtenidas en

los casos de compresiones adiabáticas se denominan **adiabáticas.**

EJEMPLO: La figura 350 representa un cilindro provisto de un pistón. Cuando éste se halla en la posición *A*, el gas contenido en el cilindro ocupa 1 m³ y posee la presión de 1 atmósfera; por lo tanto, tomaremos $AA' = 1$. Al pasar el pistón a las posiciones *B*, *C*, *D*, el volumen se reduce a $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{4}$ y tendremos:

a) Con arreglo a la ley de Mariotte, en *B*, *C* y *D*, las presiones $\frac{4}{3}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{4}{1}$ atmósferas, y

b) Según la ley de Poisson, en *B*, *C* y *D*, las presiones $\left(\frac{4}{3}\right)^k$, $\left(\frac{4}{2}\right)^k$, $\left(\frac{4}{1}\right)^k$.

Los puntos de la isotérmica corresponderán a los extremos de estas longitudes:

$$AA' = 1; \quad BB' = 1{,}33; \quad CC' = 2; \quad DD' = 4$$

y los de la adiabática a los extremos de esas otras longitudes:

$$AA'' = 1; \quad BB'' = 1{,}5; \quad CC'' = 2{,}7; \quad DD'' = 7{,}1.$$

Es evidente que los aumentos de presión, en el caso de la transformación adiabática, son más considerables que en la transformación isotérmica.

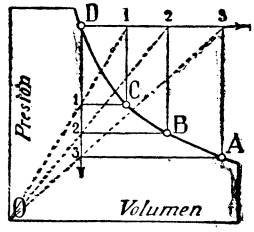


Fig. 351.
Línea isotérmica.

Construcción geométrica. Si se conoce uno de los puntos (*D*) de la línea isotérmica (fig. 351), se pueden determinar gráficamente cuantos puntos se quiera de la propia línea, trazando por *D* una horizontal y una vertical, y una serie de rectas que pasen por *O*; los puntos de intersección de una de estas rectas con aquellas horizontal y vertical se tomarán por vértices opuestos de un rectángulo cuyos otros dos vértices sean *D* y el nuevo punto buscado.

4. La superficie limitada por dos verticales, la cur-

va de presión y el eje horizontal, puede medirse por cualquiera de los procedimientos señalados en el § 5-3 y representa en todo caso el trabajo consumido en la compresión verificada por el paso del pistón de una a otra de las dos posiciones correspondientes a aquellas dos verticales (§ 25-3).

a) **Fórmula algebraica.** Sean v_1 y p_1 el volumen y la presión correspondientes a la primera posición, y v_2 y p_2 los valores correspondientes a la posición segunda.

La superficie correspondiente a la línea isotérmica tiene por valor:

$$\text{Superficie (Mariotte)} = 2{,}3026\ C\ (\log v_1 - \log v_2);$$

en esta fórmula, C representa la constante $v_1 p_1 = v_2 p_2 = C$.

A la superficie limitada por la línea adiabática le corresponde esta área:

$$\text{Superficie (Poisson)} = \frac{1}{0{,}41}\ (v_2 p_2 - v_1 p_1).$$

En estas fórmulas, el volumen debe estar medido en m^3 y la presión en Kg por m^2 para obtener el trabajo en Kgm.

b) **El trabajo consumido** en la compresión adiabática es evidentemente mayor que en la compresión isotérmica. La diferencia dividida por 427 da el valor del calor desprendido.

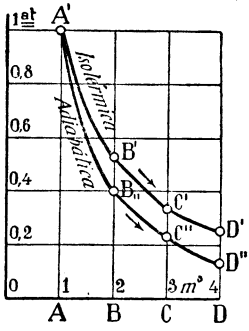


Fig. 352.
Expansión de un gas.

5. Cuando un gas se dilata realizando un trabajo, es decir, venciendo una contrapresión, se enfría y su presión disminuye por dos causas: primero, por el aumento de volumen, y segundo, por el descenso de temperatura. La expansión del gas obedecerá a la ley de Mariotte o a la de Poisson, según se verifique en un recinto de paredes permeables (expan-

sión isotérmica) o impermeables para el calor (expansión adiabática).

En la figura 352 se representan las expansiones isotérmica y adiabática de 1 m³ de aire (a una atmósfera de presión) a 4 m³. Los valores de las presiones correspondientes a los volúmenes 1, 2, 3 y 4 m³ serán:

Expansión isotérmica:

$$AA' = 1; \quad BB' = 0{,}5; \quad CC' = 0{,}33; \quad DD' = 0{,}25.$$

Expansión adiabática:

$$AA'' = 1; \quad BB'' = 0{,}38; \quad CC'' = 0{,}21; \quad DD'' = 0{,}14.$$

En la figura se puede reconocer que el **trabajo realizado** por la expansión adiabática es menor que el realizado por la expansión isotérmica.

EXPERIMENTO: La figura 353 representa un gran frasco de cristal lleno de aire algo comprimido; al abrir durante algunos segundos la espita *H*, se obtendrán dos efectos: 1.°, el gas, por la expansión, se enfriará y adquirirá una temperatura algo inferior a la del aire ambiente; 2.°, el manómetro *B* indicará la igualdad de presión entre el interior del frasco y el ambiente. Al cerrar de nuevo la espita, las paredes del frasco de cristal, malas conductoras del calor, dejarán pasar lentamente calor al aire interior, tendiendo a igualar la temperatura interna a la del ambiente, y el manómetro indicará de nuevo un exceso de presión interna.

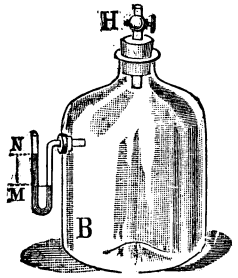


Fig. 353.— Enfriamiento que acompaña a la expansión.

Problemas

1. En un cilindro y debajo de un pistón está encerrado 1 m³ de aire a la tensión de 5 atmósferas y a la temperatura de 0°. Manteniendo constante la posición del pistón, se calienta el aire hasta 100° y se le deja luego dilatar, por expansión isotérmica, hasta ocupar un volumen de 5 m³.

¿Cuáles son las tensiones del gas correspondientes a 1, 2, 3, 4, 5 m^3? — R.: 6,83; 3,415; 2,277; 1,707; 1,366 at.

2. 20 litros de aire a la tensión de 1 at. **se dilatan:** *a)* isotérmicamente; *b)* adiabáticamente, hasta ocupar un volumen de 100 litros. ¿Cuál es el trabajo realizado en cada uno de los casos? — R.: *a)* 333 Kgm; *b)* 245 Kgm.

§ 117. Propagación del calor

1. El calor se propaga por conducción, por corriente o acarreo (convección) y por irradiación.

2. Conducción del calor. Cuando el calor se propaga de molécula a molécula en un cuerpo, se dice que se propaga por conducción. Se debe tener presente que *no todos los cuerpos conducen el calor con la misma facilidad.*

EXPERIMENTO: *a)* Si se calientan igualmente por sus extremos dos varillas, una de cobre y otra de hierro (figura 354), que a distancias iguales llevan pegados con cera algunos perdigones, se observará que el calor se propaga por el cobre con más rapidez que por el hierro, pues caerán más pronto los perdigones de la varilla de cobre que los de la de hierro.

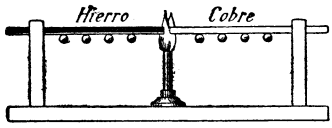


Fig. 354. — El cobre es mejor conductor que el hierro.

b) En lugar de perdigones pegados con cera, se pueden emplear tirillas de papel manchadas con **yoduro de mercurio y plata,** sal que a la temperatura ordinaria es amarilla y a 40° adquiere color moreno.

Los cuerpos que **mejor** conducen el calor son los metales, y entre éstos ocupan los primeros lugares la plata y el cobre; conducen el calor **medianamente** el vidrio, la porcelana, los ladrillos; y son **muy malos** conductores los cuerpos muy porosos o sueltos, como aserrín, paja, hojarasca, cenizas, cabellos, fieltro, plu-

mas, lana, asbesto, nieve, turba desmenuzada. Los cuerpos malos conductores reciben también el nombre de aisladores. El agua conduce el calor 700 veces y el aire 20 000 veces peor que el cobre.

Aplicaciones de los cuerpos malos conductores del calor. Protección contra el enfriamiento de las plantas en los huertos y jardines, y de las tuberías de las bombas, mediante cubiertas de paja. La capa de nieve protege los sembrados en invierno. Las cámaras frigoríficas y ciertas cajas para caudales tienen dobles paredes y entre ellas turba desmenuzada o ceniza de madera. Los mangos de las cafeteras son de madera. Los zuecos son de madera y se rellenan de paja. Las tuberías de vapor se revisten de capas aislantes. Nuestros vestidos son malos conductores del calor. Frascos «Termos» de dobles paredes de vidrio, plateadas, y entre ellas el vacío. Efecto perjudicial de las incrustaciones en las calderas.

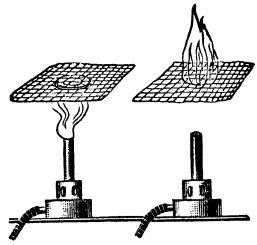


Fig. 355. — Llamas cortadas por las telas metálicas.

Aplicaciones de los cuerpos buenos conductores del calor. Las calderas se construyen de metal. Los soldadores son de cobre. Por enfriarse los gases calientes al pasar por las telas metálicas tupidas, las llamas no pueden atravesarlas.

a) Cuando el gas se inflama debajo de la tela, la llama no pasa a la parte superior, porque la corriente de gas es tan enfriada por los hilos metálicos de la tela, que deja de arder (fig. 355).

b) Cuando el gas se inflama encima de la tela, la llama no se propaga hacia abajo.

En esta propiedad de las telas metálicas se funda la **lámpara de seguridad de Davy,** utilizada por los mineros para evitar las explosiones de gas grisú.

El hecho de parecernos más fríos los objetos de metal que los de madera, en una habitación fría, cuando los tocamos, es efecto de que el metal propaga el calor de la mano con más rapidez que la madera.

3. La propagación del calor por convección o por

corrientes se verifica en los líquidos y gases cuando se calienta la parte inferior del recinto en que están contenidos; el flúido caliente, menos denso que el frío, asciende y es reemplazado en la parte inferior por una porción fría, que se calienta a su vez.

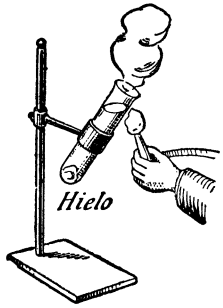
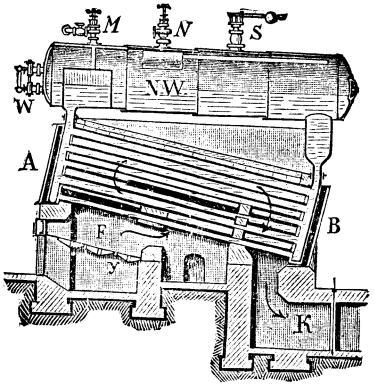


Fig. 356.—El fondo no se calienta.

Experimento: *a) Corrientes en el agua.* Llénese de agua un tubo de ensayo y caliéntese la porción superior; ésta llega a hervir (figura 356) y el agua del fondo permanece completamente fría, porque en este caso el agua dilatada por el calor es la que ocupa la parte superior del tubo y no tiende a establecer ninguna corriente (el calor no se transmite por conductibilidad, por ser el agua muy mala conductora). Pero cuando el tubo de ensayo se caliente por el fondo, se formarán corrientes ascendentes de agua caliente y descendentes de agua fría, y toda la masa líquida quedará pronto uniformemente calentada. Las corrientes de convección pueden hacerse perceptibles echando en el agua algunas partículas de aserrín o de materia colorante.



Flg. 357. — Caldera tubular.

b) Corrientes de aire. Las corrientes de aire producidas en una habitación por el calor de un brasero encendido, pueden observarse mediante un molinito de papel como los que sirven de juguete a los niños (o simplemente, mediante una tira rectangular de papel doblada por una de sus diagonales y sostenida por el centro sobre la punta de una aguja mantenida vertical).

Paséese una llama a lo largo de la abertura que deja la puerta entreabierta de una habitación, y obsérvense las direcciones de la llama en la parte superior y en la parte inferior de la abertura.

APLICACIONES: *a)* Explicación de las corrientes marinas. — Descríbase la manera de calentarse el agua en las calderas tubulares semejantes a la representada en la figura 357; ¿por qué los tubos se disponen inclinados?

b) Vientos. Calefacción por brasero y por estufa. Chimeneas. Calefacción central.

Brisa de mar y brisa de tierra. Durante el día, el suelo se calienta más fácilmente y con más intensidad que el mar. En las costas de los países templados, hacia las nueve de la mañana se produce una corriente ascendente de aire caliente que es reemplazado por el aire frío procedente del mar (brisa marina). Por la noche, en cambio, se enfría con más rapidez e intensidad el suelo que el mar y la brisa marina es reemplazada por la brisa terrestre, que se dirige hacia el mar.

Alisios. El aire caliente del Ecuador asciende en la atmósfera y es reemplazado por el aire frío procedente de regiones más próximas a los Polos; estas corrientes de aire reciben el nombre de **alisios.** Se presume la existencia de corrientes superiores que se dirigen del Ecuador hacia los Polos y constituyen los antialisios.

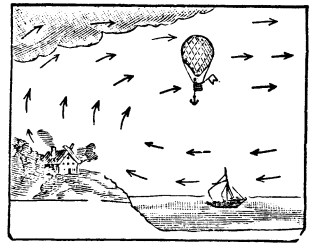


Fig. 358. — Brisa marina.

A causa de la rotación terrestre hacia el Este, el alisio, que debería tener la dirección NS., se inclina hacia el Oeste. De aquí que el alisio del hemisferio boreal, en vez de ser un viento N., sea un viento NE., y el del hemisferio austral sea un viento SE., en lugar de un viento S.

4. Irradiación del calor. El calor que recibimos del Sol llega a nosotros a través del espacio, que suponemos lleno de éter. El calor que se propaga por el éter recibe el nombre de calor radiante o radiación ca-

lorífica. La propagación se verifica en rayos (líneas rectas) que parten del Sol en todas direcciones, de la misma manera que los rayos de luz.

a) También el calor de las estufas se propaga por irradiación: colocando entre la estufa y nuestro cuerpo una pantalla, percibiremos menos calor a pesar de que el ambiente posee la misma temperatura que antes de colocar la pantalla.

b) Los experimentos referentes a la propagación del calor por irradiación se verifican con facilidad empleando una pila termoeléctrica enlazada a un galvanómetro (§ 169). De tales experimentos se pueden deducir las siguientes leyes:

Leyes de la irradiación. a) *Un cuerpo caliente irradia calor desde mucho antes de iniciarse la incandescencia* (radiaciones obscuras).

La cantidad de calor irradiada por un cuerpo caliente depende de la naturaleza de este cuerpo y es tanto mayor cuanto más grande y menos pulimentada es su superficie.

Al descomponer la luz mediante un prisma y recorrer con una pila termoeléctrica el espectro, se observa que la máxima acción calorífica corresponde al color rojo y que también en el espacio obscuro que antecede al rojo extremo (espectro infrarrojo) se producen efectos caloríficos (§ 97).

b) Los cuerpos son más o menos opacos para las radiaciones caloríficas. Con arreglo a esta diferencia de opacidad se dividen los cuerpos en **atérmanos** y **diatérmanos.**

a) El aire y la sal gema (sal común) son casi completamente transparentes (diatérmanos) para el calor radiante obscuro. El vidrio es atérmano (opaco) para las radiaciones obscuras y, en cambio, transparente para las luminosas.

b) Un cuerpo transparente para la luz lo es igualmente para el calor luminoso; entre calor radiante luminoso y luz no hay diferencia alguna: es el mismo rayo de luz el que sobre la vista causa una sensación luminosa y sobre el tacto una sensación térmica.

c) *Los cuerpos obscuros absorben, en general, mejor el calor que los de color claro.*

Esta ley, por lo que respecta al calor obscuro, presenta algunas excepciones.

EXPERIMENTO: Dibújese, con tinta negra, cualquier figura sobre una hoja de papel de estaño, y embadúrnese la cara posterior de la misma hoja con yoduro de mercurio y plata: al aproximar al dibujo una plancha caliente, el yoduro cambiará de color en los sitios correspondientes a los trazos de tinta negra (fig. 359).

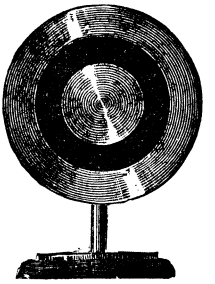


Fig. 359.—Absorción del calor radiante.

Todos los cuerpos que absorben con facilidad el calor radiante, lo irradian también con facilidad cuando están calientes.

Las superficies metálicas brillantes irradian mal y absorben mal el calor radiante.

APLICACIONES. Los tubos metálicos destinados a desprender o absorber calor, deben estar mal pulimentados y ennegrecidos; en cambio, los tubos en que conviene evitar el enfriamiento por irradiación (tubos delgados conductores de vapor) deben estar bien pulimentados. Los vagones y envases destinados al transporte de substancias que conviene preservar del calentamiento o enfriamiento por irradiación, se pintan de color claro o se pulimentan, si son de metal.

Fig. 360. Radiómetro.

d) *La reflexión de los rayos de calor o radiaciones caloríficas se verifica con arreglo a las leyes de la reflexión de la luz.*

APLICACIÓN. El foco luminoso de los espejos cóncavos es también foco calorífico (§ 84-3).

En los efectos del calor radiante se funda el aparato llamado **radiómetro** (fig. 360). Cuatro paletas de mica o de

aluminio, ennegrecidas por una cara y pulimentadas por la otra, están dispuestas en forma de cruz que puede girar alrededor de un eje vertical en el interior de un globo del que ha sido casi completamente extraído el aire. Al recibir lateralmente el aparato rayos de calor o de luz, la cruz o molinete emprende un movimiento de rotación más o menos rápido. El fenómeno se explica por la absorción del calor por las caras obscuras de las paletas y los consecutivos caldeo y repulsión de las moléculas de aire enrarecido próximas a esas caras; la repulsión irá acompañada de una reacción sobre la paleta.

§ 118. La fusión

1. La liquidación de un cuerpo sólido, determinada por el calor, recibe el nombre de **fusión.** El cuerpo empieza a fundirse cuando ha adquirido una temperatura determinada, que recibe el nombre de *punto de fusión.*

No es posible calentar un cuerpo **sólido** por encima de su temperatura de fusión. Una vez alcanzada esta temperatura, todo el calor que se aplique al sólido será utilizado por el cambio de estado, y la temperatura permanecerá invariable hasta que todo el cuerpo se haya liquidado. Entonces, si se sigue calentando, se elevará la temperatura del cuerpo *líquido.*

La solidificación. Cuando, recíprocamente, se enfría un líquido (p. ej., estaño fundido), se solidifica. La solidificación del líquido se verifica a la misma temperatura a que ocurre la fusión del correspondiente cuerpo sólido.

Punto de solidificación = Punto de fusión

El tránsito de sólido a líquido o de líquido a sólido es en general brusco: cada porción del cuerpo a medio fundir o a medio solidificar, o es sólida o es líquida. No obstante, para algunos cuerpos (grasas, ceras, resinas, vidrio) aquel tránsito se presenta gradualmente, recorriendo el cuerpo todos

los estados pastosos intermedios entre el de sólido y el de líquido; de análoga manera se comporta entre los metales el hierro fundido. Para estos cuerpos no existe el punto de fusión o de solidificación tomado en el estricto sentido antes explicado.

Puntos de fusión y calores de fusión

Platino.....	1700°	27 cal	Cadmio ..	315°	—
Hierro fundido.	1200°	33 »	Estaño ..	230°	13,3 cal
Zinc	420°	28 »	Cera	62°	42,3 »
Plomo	326°	5,8 »	Hielo	0°	80 »
Bismuto	267°	—	Mercurio .	—39°	2,8 »

El carbón, el grafito y la arcilla pura se pueden dar por prácticamente infusibles. Por esto se construyen con tales materiales los crisoles en que se colocan los metales que han de fundirse.

2. Variación de volumen. Al pasar el cuerpo de sólido a líquido o inversamente, ocurren variaciones de volumen. La mayor parte de cuerpos al solidificarse se contraen. Entre los que al solidificarse se dilatan figura en primer lugar el agua: 10 litros de agua se convierten en 11 litros de hielo.

Fig. 361. Esfera que la congelación resquebraja.

EXPERIMENTO. Si se llena de agua hervida (para que no contenga aire disuelto) una esfera de hierro fundido, de paredes gruesas (fig. 361), se cierra bien y se coloca en una mezcla frigorífica formada de hielo y sal común, la congelación del agua rompe la esfera. En invierno, el agua al helarse resquebraja las peñas y disgrega las tierras.

La fundición de hierro también aumenta de volumen al solidificarse (1200°), pero el aumento es compensado con creces por la contracción determinada por el enfriamiento hasta la temperatura ordinaria (§ 111-5).

3. Alteraciones del punto de fusión normal. *a) Sometido a fuertes presiones,* puede fundirse el hielo a

temperaturas inferiores a 0°. Sin embargo, el descenso del punto de solidificación es insignificante (1° por 150 at).

a) Fusión del hielo por la presión de los patines. — Colóquese una moneda sobre un trozo de hielo. — Las capas inferiores de los glaciares funden a causa del peso de las superiores, dando origen a lentas corrientes, verdaderos ríos de hielo (velocidad: unos 100 m por año).

b) Cuando cesa la presión a que estaba sometido el hielo y lo mantenía fundido a temperatura inferior a 0°, reaparece la forma sólida. Este fenómeno es conocido con el nombre de **rehielo,** y puede hacerse visible cortando con un alambre cargado con pesas un prisma de hielo, de manera parecida a la empleada por los jaboneros para cortar el jabón; cuando el alambre acaba de atravesar el prisma, éste se halla entero.

b) **Sobrefusión.** Si el agua se enfría lentamente y con cuidado para preservarla de sacudidas, se logra alcanzar temperaturas inferiores a cero grados sin que se inicie la congelación. Pero ésta se verifica súbitamente en cuanto se deja caer un cristalito de hielo en el agua fría.

Así se comportan también otros líquidos, como el hiposulfito sódico, el sulfato sódico y el acetato sódico fundidos, o si se quiere, disueltos en el agua de cristalización.

A fenómenos de sobrefusión se debe probablemente la formación del granizo.

c) **La disolución de sales** en el agua rebaja el punto de solidificación.

El agua de mar se congela a — 2,5°. Se ha tratado de evitar la formación de hielo en ciertos canales haciendo que por ellos circulara agua salada. — Acción de la sal sobre la nieve y el hielo.

d) **Muchas aleaciones** funden más fácilmente que los metales que las forman.

El plomo funde a 326°; el estaño a 230°, y la soldadura

formada por dos partes de estaño y una de plomo funde a unos 180°. La aleación de Wood (4 p. de bismuto, 2 de plomo, 1 de estaño y 1 de cadmio) funde a 65°.

Las aleaciones fácilmente fusibles se utilizan en la construcción de tapones de seguridad para las calderas de vapor.

4. La fusión de los cuerpos se verifica con absorción de calor.

EXPERIMENTO: Dos vasijas iguales (fig. 362), de hojalata, contienen: una **1 Kg de hielo** a 0° y la otra **1 Kg de agua** de hielo (a 0°).

a) Caliéntese la primera vasija y se observará que el hielo va fundiendo, pero no se eleva la temperatura hasta hallarse todo él fundido. Tómese nota del tiempo, p. ej., 10 minutos, que se tarda en lograr la fusión completa.

b) Caliéntese durante el mismo tiempo y con una llama igual la segunda vasija: la temperatura del agua ascenderá hasta 80° C.

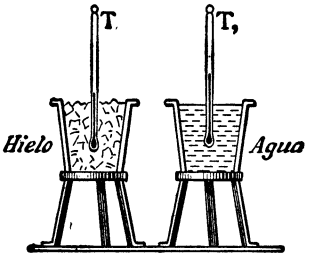


Fig. 362.
La fusión absorbe calor.

EJEMPLO. Si se mezclan **2 Kg de agua** a 0° con 3 Kg de agua a 100°, se obtendrán 5 Kg de agua a 60°; pero si se mezclan **2 Kg de hielo** a 0° con 3 Kg de agua a 100° se obtendrán 5 Kg de agua a 28°. Los 3 kilogramos de agua a 100° habrán perdido $3 \times (100 - 28) = 216$ calorías, de las cuales $2 \times 28 = 56$ habrán sido empleadas en el caldeo del agua de fusión de los 2 Kg de hielo. Las restantes 160 calorías han sido las necesarias para llevar a cabo la fusión de los 2 kilogramos de hielo y, por consiguiente, la fusión del hielo absorbe 80 calorías por kilogramo.

a) Recibe el nombre de **calor de fusión** la cantidad de calor necesaria para fundir un kilogramo de la substancia de que se trate. El calor de fusión del hielo es de 80 calorías. En la tabla de la página 369 figuran los calores de fusión de algunos cuerpos.

Porque el calor de fusión no eleva la temperatura de los cuerpos, se le llamaba antes **calor latente.** En realidad, este calor debe convertirse en trabajo interno consumido en vencer la cohesión propia del estado sólido y en cambiar los enlaces de las moléculas.

b) Recíprocamente, la **solidificación** *de los cuerpos se verifica con* **desarrollo de calor.**

El frío disminuye en cuanto empieza a nevar.

c) Cuando un sólido **se disuelve** en un líquido, cambia de estado y debiendo absorber calor, como en el acto de la fusión, lo roba al disolvente: por esto desciende la temperatura del líquido mientras en él se disuelve el cuerpo sólido.

EXPERIMENTO: Disuélvase en agua sal común, sal amoníaco o salitre, y determínese el descenso de temperatura.

Se llaman **mezclas frigoríficas** unas mezclas casi siempre formadas por hielo o nieve y algunas sales, con las que se consiguen notables descensos de temperatura. Se las emplea en la fabricación de helados.

Ejemplos de mezclas frigoríficas	Descensos de temperatura que determinan
3 partes de hielo + 1 p. de sal común	18°
10 p. de nieve + 7 p. de cloruro cálcico	33°
10 p. de sal común + 5 p. de salitre + 5 p. de sal amoníaco + 24 p. de nieve.	28°

Pueden también prepararse algunas mezclas frigoríficas aun careciendo de hielo; por ejemplo: 1 p. de nitrato amónico + 1 p. de agua; 8 p. de sulfato sódico + 5 de ácido clorhídrico.

El enfriamiento producido por las mezclas frigoríficas es simultáneo de su liquidación (fusión).

Problemas

1. ¿A qué temperatura se enfría 1 Kg de agua a 100° dejando derretir en ella 1 Kg de nieve a 0°? — R.: 10°.

2. ¿Cuánto hielo a 0° debe mezclarse con 300 g de agua a 100° para enfriarlos hasta 0°? — R.: 375 g.

3. ¿Qué temperatura posee la mezcla de 5 Kg de agua a 65° con 2 Kg de nieve a 0°? — R.: 23,6°.

§ 119. Evaporación y ebullición

1. Se denomina **vaporización** el paso de un líquido al estado de vapor; cuando este paso se verifica sólo en la superficie del líquido, se dice que el líquido se *evapora.*

a) **Un líquido se evapora** con velocidad tanto mayor cuanto mayor es su superficie y más elevada su temperatura, y cuanto más expuesto se halla a las corrientes de aire; por otra parte, la velocidad de la evaporación depende de la naturaleza del líquido.

EXPERIMENTOS: 1. Humedézcanse tres tiras de papel de filtro: la primera con agua, la segunda con alcohol y la tercera con éter; la humedecida con agua será la que tardará más en secarse y la humedecida con éter será la que se secará con más rapidez. — 2. Pónganse en un tubo de ensayo y en un vidrio de reloj iguales cantidades de éter: el éter del vidrio de reloj será el que desaparecerá primero. 3. Pónganse iguales cantidades de éter en dos vidrios de reloj y caliéntese uno de ellos: el líquido del calentado será el que se evaporará más aprisa. — 4. Pónganse de nuevo iguales cantidades de éter en dos vidrios de reloj, expóngase uno a una corriente de aire y presérvese el otro de toda corriente; la evaporación del éter será más rápida en el primero.

b) **Ebullición.** Si se calienta progresivamente un líquido, llega un momento en que de toda la masa líquida se desprenden burbujas de vapor que estallan tumultuosamente en la superficie: el líquido *hierve.* La ebullición de un líquido se presenta a una temperatura determinada, que se llama **punto de ebullición.**

El calor que el líquido recibe mientras hierve, no eleva la temperatura, sino que sólo es utilizado en mantener la ebullición.

Poco antes de iniciarse la ebullición de un líquido se percibe un rumor característico, debido a la condensación de las primeras burbujas de vapor formadas en el fondo y puestas en contacto con capas líquidas que todavía no han adquirido la temperatura de ebullición.

Puntos de ebullición (a la presión de 1 atmósfera) **y calores de vaporización**

Agua ..	100°	537 cal	Mercurio.....	357°	62 cal
Alcohol .	78°	210 »	Ácido sulfúrico.	320°	122 »
Éter....	35°	90 »	Azufre	316°	362 »

c) **Condensación.** Los vapores, por enfriamiento, recobran el estado líquido.

2. Alteraciones del punto de ebullición normal. *α)* **Influencia de la presión.** Para que en el seno de un líquido puedan formarse burbujas de vapor, éste debe poseer una fuerza elástica, capaz de equilibrar la presión que sobre el líquido se ejerce. Cuanto más grande sea esta presión, mayor deberá ser la temperatura correspondiente a la tensión que el vapor debe poseer.

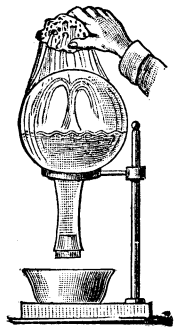


Fig. 363.—Ebullición del agua a menos de 100°.

a) **Ebullición a bajas temperaturas.** El agua y el éter pueden hervir a la temperatura ordinaria si se enrarece el aire de los recipientes que los contienen.

EXPERIMENTO. Se hace hervir agua en un matraz, y mientras hierve se cierra bien y se aparta del fuego. Entonces en el matraz existirá una atmósfera de vapor de agua en lugar de una atmósfera de aire, y al verter sobre sus paredes agua fría, la atmósfera de vapor se condensará, disminuirá la presión ejercida sobre

el agua todavía caliente y ésta se pondrá de nuevo a hervir (figura 363).

b) **Ebullición a elevada temperatura.** En un recipiente completamente cerrado no puede estar el agua hirviendo mucho tiempo, en el verdadero sentido de la palabra hervir, es decir, formándose tumultuosamente burbujas de vapor, pues el vapor formado aumentará la presión ejercida sobre el agua, y ésta dejará de hervir; entonces el calor que siga recibiendo elevará más la temperatura, etc. La verdadera ebullición se iniciará en el momento en que el vapor encuentre una salida.

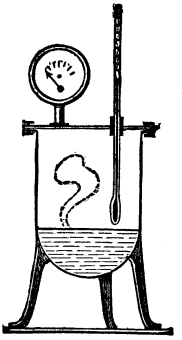


Fig. 364.
Marmita de Papin.

Hay recipientes dispuestos de manera que el agua hierva en ellos a más de 100°; reciben el nombre de **marmitas de Papin.** Una marmita de Papin es un depósito completamente cerrado y provisto de una válvula de seguridad. Semejantes recipientes encuentran aplicación en los autoclaves usados para la esterilización, en la cocción de los huesos y en la de los trapos en las fábricas de papel. Pero la aplicación más importante consiste en las calderas de vapor.

c) **En los recipientes abiertos,** la temperatura de ebullición depende de la **presión atmosférica;** por esto en la comprobación del punto 100° en los termómetros hay que atender a las indicaciones del barómetro.

Temperaturas de ebullición del agua, para distintas alturas barométricas

b	*t*	*b*	*t*	*b*	*t*	*b*	*t*
720	98,5	735	99,1	750	99,6	765	100,2
725	98,7	740	99,3	755	99,8	770	100,4
730	98,9	745	99,4	760	100,0	775	100,6

d) Por ser la presión atmosférica en las montañas menor que al nivel del mar, el agua hervirá en las primeras a menor temperatura; por ejemplo, en el Monte Blanco, a

4775 m de altitud y 417 mm de presión, el agua hierve a 84°. De aquí el ejemplo del termómetro en la medición de altura **(hipsómetro).**

β) **Ebullición retardada.** El agua purgada de aire puede calentarse a temperatura superior al punto de ebullición normal sin que se inicie la ebullición; el agua sin aire se adhiere perfectamente a las paredes de la vasija, y no existiendo en el interior del líquido ninguna superficie libre, no pueden formarse las primeras burbujas del vapor; pero en el momento en que se introduce en el líquido un cuerpo capaz de proporcionar una superficie libre, la ebullición se presenta repentinamente, en forma explosiva.

Con el **aceite** y las **soluciones de jabón** ocurre el fenómeno que acabamos de describir, todavía con más facilidad que con el agua, y de aquí el modo de hervir «a sacudidas» de tales líquidos. Para evitar los retardos de la ebullición se emplean fragmentos de cristal o recortes de láminas metálicas introducidos en el líquido. El retardo en la ebullición ocurre a veces en las calderas de vapor a causa de la grasa contenida en el agua de alimentación.

γ) **Las sales disueltas** en el agua *elevan el punto de ebullición.*

El agua del mar hierve a unos 104°.

δ) **Estado esferoidal.** Si se coloca una gota de agua sobre una lámina candente, la gota de agua se mueve de un lado a otro sin hervir; la capa de vapor formada en la parte inferior de la gota evita el contacto del líquido con la lámina y causa el movimiento señalado. Al dejar enfriar la lámina, la gota llega a ponerse en contacto con la superficie, todavía suficientemente caliente para determinar una ebullición explosiva.

El **hierro fundido,** incandescente, puede tocarse un momento con la mano, porque la capa del vapor formado por la evaporación del sudor preserva la piel del contacto directo.

Así el estado esferoidal como los retardos en la ebullición aplicados en β) pueden ser causa de **explosiones** en las calderas de vapor.

3. Calor de vaporización de un líquido es la cantidad de calor necesaria para convertir en calor 1 kilogramo de dicho líquido a la temperatura de ebullición. El calor de vaporización del agua (a 100°) es de unas 539 calorías (exactamente 539,3).

Experimento de Black (1760). Si para calentar el agua de una vasija desde 0° a 100° se emplean 3 minutos, y para evaporar por completo la misma agua por la ebullición se emplean 16 minutos, el calor consumido por la evaporación será $\frac{16}{3} = 5\,{}^1/_3$ veces mayor que el absorbido para pasar de 0° a 100° y, por consiguiente, será igual a $5\,{}^1/_3 \times 100 = 533$ calorías por kilogramo.

Transformación. También aquí se debe admitir que el calor absorbido es transformado en trabajo. Éste se emplea en parte en el aumento considerable de volumen que se produce al convertirse el líquido en vapor, y en parte en vencer la cohesión del líquido. **1 litro de agua a 100° se convierte en 1700 litros de vapor.** — El calor de vaporización se denominaba antes *calor latente del vapor* (§ 118-4).

Cuando el vapor recobra el estado líquido, **desprende el calor que al evaporarse había absorbido** (calor de condensación).

APLICACIONES. *a)* En la **destilación,** el líquido es calentado y evaporado en la caldera de un *alambique,* y el vapor producido pasa a un recipiente o serpentín enfriado (refrigerante), donde se condensa. El agua empleada en la refrigeración se calienta y debe renovarse constantemente.

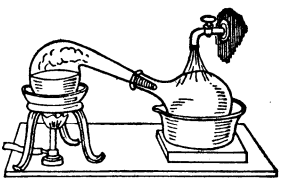


Fig. 365. — Destilación.

b) En la **calefacción por vapor,** el vapor producido en una caldera recorre una tubería, donde se condensa y des-

prende su calor de vaporización, y vuelve en estado líquido a la caldera.

c) El agua de **alimentación de las calderas** puede ser calentada, antes de penetrar en ellas, por el vapor de escape.

4. Enfriamiento producido por la evaporación. Cuando un líquido se evapora sin recibir calor, lo toma de los objetos que lo rodean, y éstos, por consiguiente, se enfrían.

APLICACIONES. *a)* Impresión de frío en la mano mojada con éter. Enfriamiento de las calles al regarlas. El agua se mantiene fría en los recipientes de paredes porosas (vasijas de tierra no barnizadas). Enfriamiento producido por los vestidos mojados. Los campesinos, para mantener frescas las bebidas, envuelven las vasijas con trapos mojados o hierbas húmedas.

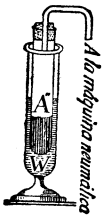


Fig. 366. Congelación del agua por evaporación del éter.

b) Si el tubo de ensayo exterior (fig. 366) se llena de agua, y en el tubo interior se vierten algunos centímetros cúbicos de éter y éstos se agotan por evaporación enlazando el tubo interior con la máquina neumática, el enfriamiento producido puede llegar a congelar el agua del tubo externo.

c) **En el enfriamiento debido a la evaporación se funda la fabricación del hielo.** Una caldera llena

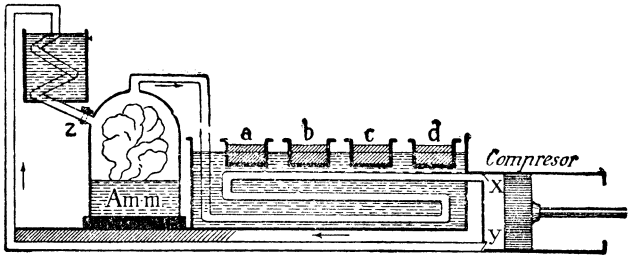


Fig. 367. — Máquina para fabricar hielo.

de amoníaco líquido está enlazada con la tubería de aspiración de una bomba de compresión. Esa tubería está formada

por un serpentín sumergido en el agua **salada** de un gran recipiente llamado **refrigerante,** en el que están colocados varios depósitos *a, b, c, d,* que contienen agua potable. La depresión producida por el funcionamiento de la bomba determina la ebullición del amoníaco. Los vapores fríos producidos rebajan, a su paso por el refrigerante, la temperatura del agua salada (hasta congelarse el agua potable de *a, b, c, d*) y, recogidos por la bomba, son comprimidos y liquidados en otro refrigerante y devueltos a la caldera a través de una válvula *z*.

§ 120. Propiedades de los vapores

1. *a)* **Un espacio limitado sólo admite una cantidad limitada de vapor.** Cuando contiene esta cantidad máxima se dice que el **vapor** está **saturado.**

Mejor sería decir que el recinto estaba saturado; pero el uso ha consagrado aquella expresión en el lenguaje técnico.

Si se introduce más vapor en el recinto saturado, el exceso se condensa en gotas sobre las paredes.

b) El mismo recinto **a mayor temperatura admite mayor cantidad de vapor** (exige más vapor para saturarse).

Si se **aumenta la capacidad** o se **eleva la temperatura** de un recinto, éste **admite más vapor**

COMPARACIÓN. **La formación de los vapores** presenta muchos puntos de **semejanza** con la disolución de las sales. De aquí que muchas denominaciones sean comunes a ambos fenómenos.

EXPERIMENTO. Si en 100 g de agua a 20° tratamos de disolver 64 g de salitre (NO_3K), lograremos tan sólo disolver 31 g, y los 33 g restantes permanecerán sólidos: la solución obtenida recibe el nombre de **saturada.** Si queremos disolver a su vez los 33 g restantes de salitre, deberemos añadir 106 g de agua a 20°, o bien sin añadir agua, calentar la primera porción hasta 40°. Si todavía se calienta

más, la solución deja de estar saturada, y a 100°, por ejemplo, los 100 g de agua pueden disolver 247 g de salitre. Si la solución **no saturada** se enfría, quedará saturada al adquirir la temperatura de 40°, y si el enfriamiento continúa, parte del salitre disuelto se **precipitará** en forma sólida.

Resultados. 1. La disolución se verifica a cualquier temperatura. — 2. La capacidad de disolución (la *solubilidad*) crece con la temperatura. — 3. Si se añade sal a una solución saturada, la sal añadida queda sin disolver.—4. Un medio seguro para obtener soluciones saturadas consiste en poner en contacto con el líquido un exceso de sal.

c) Cuando el recinto no tiene todo el vapor que correspondería a su capacidad y a su temperatura, se dice que el vapor **no** está **saturado,** o que está **recalentado.**

FUNDAMENTO. A menor temperatura, esa cantidad de vapor bastaría para saturar el recinto. En cambio, calentando un recinto que contuviera vapor saturado, cesaría el estado de saturación: de aquí el nombre de **recalentado.**

d) El vapor que en un recinto cerrado está constantemente en contacto con un exceso del líquido de que procede, **está** seguramente **saturado.**

2. *a)* **Tensión del vapor recalentado.** En un vapor separado de todo exceso del líquido de que procede, la tensión crece, al crecer la temperatura, de acuerdo con las leyes de Gay-Lussac y de Mariotte (§ 113). Es decir:

Vapor recalentado = Gas ordinario (coercible)

EJEMPLO. En una caldera, a 144° C, ha quedado evaporada toda el agua; el manómetro marca 4 atm; entonces se calienta a 185° C. Si se impide la salida del vapor, ¿qué presión adquirirá? — *Respuesta:* Siendo las presiones entre sí como las temperaturas absolutas, $x : 4 = (273+185) : (273 + 144)$ y por lo tanto $x = 4{,}4$ atm.

OBSERVACIÓN. Al vapor de agua *saturado* le correspondería a 185° una presión mucho más elevada: 11 atmósferas.

b) **La tensión del vapor saturado** crece con la temperatura **mucho más** que la del vapor recalentado.

FUNDAMENTO. Con la temperatura no sólo aumenta la tensión el vapor existente, sino que se forma más vapor para seguir saturando el recinto.

c) **La tensión de los vapores saturados no se puede,** por lo tanto, **calcular,** sino que es preciso determinarla experimentalmente, ya con calderas (marmitas de Papin, figura 364) provistas de manómetro, ya con el barómetro de vapor. **Únicamente en un caso** se conoce la tensión del vapor saturado, por la siguiente ley:

> *A la temperatura de ebullición, la tensión del vapor es igual a la presión que sobre el líquido se ejerce.*

DEMOSTRACIÓN. Si la tensión del vapor en las burbujas que se van formando en el seno del líquido (§ 119) fuese menor que la presión exterior, esta presión las aplastaría, o mejor, impediría su formación.

d) Las fuerzas elásticas que, a la misma temperatura, poseen **distintos vapores saturados,** son tanto mayores cuanto más bajos son los puntos de ebullición de los correspondientes líquidos.

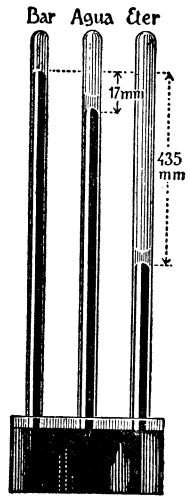


Fig. 368. — Barómetro de vapor.

El **barómetro de vapor** es un tubo de Torricelli (§ 56) en cuya cámara se han introducido algunas gotas de un líquido con objeto de que los vapores del mismo llenen el recinto antes vacío. Colocando tres barómetros de vapor (uno con agua, otro con alcohol y otro con éter, como en la figura 368) al lado de un tubo de Torricelli ordinario, se pueden medir las diferencias de altura, y comprobar las anteriores leyes.

3. La diferencia de tensión entre los vapores saturados y los no saturados puede estudiarse, mejor que con un barómetro de vapor, con el aparato siguiente:

Represéntalo, en esencia, la figura 369. El tubo *b* está abierto por su extremo y los *a* y *c* están cerrados con llaves. Los tres tubos, por la parte inferior, comunican entre sí, y mediante un tubo de caucho con el depósito *d*.

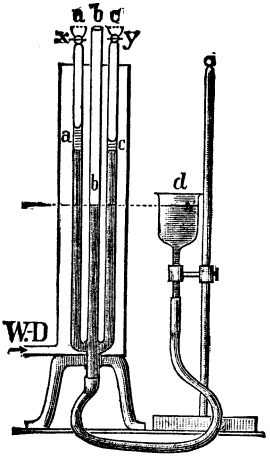


Fig. 369.—Aparato de tubos comunicantes.

Sobre el mercurio de *a* se han vertido algunos centímetros cúbicos de agua y sobre el de *c* algunas gotas del mismo líquido; el aire que encima del líquido pudiera existir en estos tubos se ha expulsado elevando convenientemente el depósito *d* antes de cerrar las espitas. Los tres tubos *a*, *b*, *c* están envueltos por uno más ancho, al que se envía una corriente de vapor de agua a 100° para calentarlos.

1. Al calentar los tubos uniformemente, la tensión del vapor (el descenso de la columna barométrica) en *a* y en *c* aumenta, al principio en cantidades iguales; pero cuando acaba de desaparecer el agua del tubo *c* (el vapor deja de estar saturado), crece la tensión en *a* con más rapidez que en *c*.

El vapor saturado no obedece a la ley de Gay-Lussac.

2. Cuando los tres tubos *a*, *b* y *c* han alcanzado la temperatura de 100°, los niveles del mercurio en *a* y *b* (y en *d*) coinciden; el nivel en *c* se mantiene más elevado.

La tensión del vapor de agua saturado es, a 100°, exactamente igual a 1 atmósfera.

Los vapores saturados poseen la tensión máxima correspondiente a su temperatura.

3. Cuando, teniendo en *a* vapor saturado se eleva el depósito *d*, la diferencia entre los niveles en *a* y *b* permanece constante.

La tensión del vapor saturado depende sólo de la temperatura y no de su volumen; es decir, un vapor saturado **no** obedece a la ley de Mariotte.

4. Si se ha elevado el depósito *d* de modo que el vapor de agua en *c* haya quedado exactamente saturado (lo cual se conocerá en que las alturas en *a* y *c* serán iguales), toda disminución de temperatura determinará la precipitación en forma líquida de parte del vapor encerrado en *c*, y toda elevación de temperatura hará desaparecer de nuevo el estado de saturación.

Los vapores saturados contienen exactamente la cantidad de calor precisa para mantenerlos en estado de vapor.

Aclaración mediante un ejemplo numérico. Imaginemos (figura 370) encerrado en un cilindro de 1 m² de sección, 1 m³ de vapor de agua (0,6 Kg), saturado a la temperatura de 100°: su tensión será de 1 atmósfera. Si sube el pistón hasta la altura de 2 m (caso C) el vapor deja de estar saturado, el volumen que ocupa es de 2 m³ y la presión se reduce a $^1/_2$ atmósfera; si el pistón ascendiera a 3 m, la presión sería de $^1/_3$ de atmósfera (ley de Mariotte).

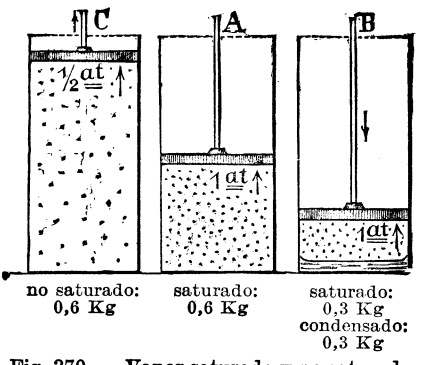


Fig. 370. — Vapor saturado y no saturado.

Mas si el pistón desciende, cuando esté a 1 m de altura se habrá regenerado el estado de saturación del vapor; y si el descenso continúa, parte del vapor se precipitará en forma líquida. Cuando el pistón esté a $^1/_2$ m de altura (caso B), el espacio ocupado por el vapor será de $^1/_2$ m³ y

contendrá tan sólo 0,3 Kg de vapor: los restantes 0,3 Kg ocuparán el fondo del cilindro en forma líquida.

4. Indicaciones especiales acerca del vapor de agua. La importancia técnica del vapor de agua obliga a estudiarlo con atención especial. Las siguientes denominaciones y valores se refieren al vapor de agua saturado.

a) **Calor total** λ del vapor de agua a $t°$ es la cantidad de calor necesaria para convertir 1 Kg de agua a 0° en 1 Kg de vapor saturado a $t°$.

El calor total a **100° C** vale $\lambda = 639{,}7$ **Calorías.**

Observación. Habíase creído que el calor total a distintas temperaturas se podía calcular por la fórmula de Regnault $\lambda = 606{,}5 + 0{,}305\ t$. La tabla de la página 387 muestra que los resultados no serían exactos.

b) **Calor del líquido** q es la cantidad de calor necesaria para **calentar** 1 Kg de agua desde 0° a la temperatura de ebullición.

Cuando aumenta la temperatura, el calor específico del agua se hace algo superior a 1 (§ 114-4a) y, por consiguiente, el calor q es siempre algo mayor que el correspondiente número de grados; por ejemplo $q_{151} = 152{,}5$ Cal.

c) **Calor total de vaporización** r es la cantidad de calor necesaria para **evaporar** 1 Kg de agua a $t°$. Esta cantidad de calor se emplea: 1.°, en vencer la cohesión de las moléculas, y 2.°, en verificar el trabajo externo correspondiente al aumento de volumen que acompaña a la evaporación. Por esto, el calor total de vaporización q puede considerarse descompuesto en dos:

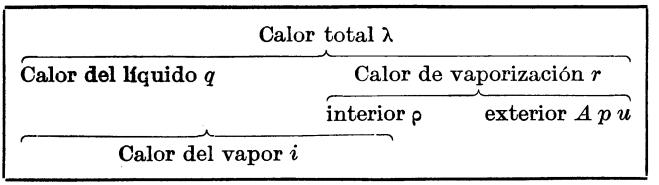
d) **Calor interior de vaporización** ρ, consumido en vencer la cohesión.

e) **Calor externo de vaporización,** Apu, empleado en vencer la presión externa (convertido en trabajo externo).

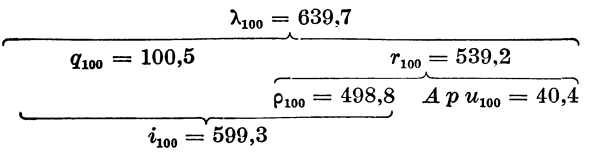
EJEMPLO: Imaginemos 1 Kg de agua a 100° en el fondo de un cilindro de 1 m² de sección: ocupará una altura de 1 mm. Al convertirse en vapor adquiere un volumen de 1,650 m³, y para verificarse esta dilatación debe vencerse la presión atmosférica de 10 333 Kg a lo largo de 1,649 m: el trabajo efectuado valdrá 10 333 × 1,649 Kgm, equivalentes a 10 333 × 1,640 : 427 calorías = unas 40 Cal. La fórmula general del calor externo de vaporización será $A\,p\,u$, en la que u representa el aumento de volumen, p la presión exterior y $A = \frac{1}{427}$ el valor recíproco del equivalente mecánico del calor.

El conjunto de calor del líquido q y calor interior de vaporización ρ recibe el nombre de **calor del vapor** i.

Las relaciones entre las magnitudes que acabamos de definir están expuestas en el siguiente cuadro:



A 100° los valores de esas magnitudes son los siguientes:



f) **Presión específica del vapor,** p, es la tensión en Kg por cm² del vapor de agua saturado.

g) **Peso específico del vapor,** γ, es el peso en kilogramos, de 1 m³ del vapor de agua saturado; aumenta con la temperatura, y a 100° vale $\gamma_{100} = 0{,}6$ Kg.

h) **Volumen específico del vapor,** $v\left(=\frac{1}{\gamma}\right)$, es el volumen, medido en m^3, ocupado por 1 Kg de vapor de agua saturado; disminuye al crecer la temperatura, y a la de 100° vale: $v_{100} = 1{,}6504\ m^3$.

La tabla de Fliegner reformada por Mollier (pág. 387) da los valores de todas estas magnitudes a distintas temperaturas.

Problemas

1. El volumen de vapor de una caldera es de 5 m^3, y la tensión de 5 Kg por cm^2. ¿Cuántos Kg de vapor contiene la caldera? — R.: 13,08 Kg.

2. En 20 Kg de agua a 15° se han condensado 1,5 Kg de vapor a la tensión de 2 Kg por cm^2. ¿Cuál es la temperatura final del agua? — R.: 59,1°.

3. En la explosión de una caldera de vapor, la tensión ha descendido súbitamente de 10 Kg por cm^2 a 1 kilogramo por cm^2; la caldera contenía 4 Kg de vapor. ¿Cuánto calor ha desprendido la explosión? ¿Y cuánto trabajo se hubiera podido realizar con él? — R.: 107,2 cal. = 45 774 Kgm.

4. ¿Cuántos **litros de vapor** saturado a 2, a 5 y a 10 Kg de presión por cm^2 pueden dar 2 Kg de agua?—R.: 1801; 764; 398,6 litros.

§ 121. Liquidación de los gases

1. Temperatura crítica (Andrews, 1869). Se ha podido observar que todo gas puede liquidarse por compresión si su temperatura es inferior a cierta temperatura límite. Ésta, pues, separa el estado de gas permanente (no liquidable) del de gas condensable o coercible (vapor) y recibe el nombre de temperatura crítica.

El gas carbónico (anhídrido carbónico, CO_2), por ejemplo, no puede liquidarse por encima de 31° por grande que sea la presión que sobre él se ejerza. En cambio, por debajo de 31° puede ser liquidado, y exige para ello una presión

Tabla de las propiedades del vapor de agua saturado y seco

p (Kg p. cm²)	t (grados centíg.)	q (Cal.)	ρ (Cal.)	Apu (Cal.)	r (Cal.)	λ (Cal.)	γ (Kg)	v (m³)
0,02	17,3	17,3	553,6	31,9	585,5	602,8	0,01468	68,126
0,04	28,8	28,8	546,3	33,1	579,4	608,2	0,02826	35,387
0,06	36,0	36,0	541,7	33,9	575,6	611,6	0,04142	24,140
0,08	41,3	41,4	538,2	34,5	572,7	614,1	0,05432	18,408
0,10	45,6	45,7	535,4	34,9	570,3	616,0	0,06703	14,920
0,12	49,2	49,3	533,1	35,3	568,4	617,7	0,07956	12,568
0,15	53,7	53,8	530,1	35,8	565,9	619,7	0,09814	10,190
0,20	59,8	59,9	526,1	36,4	562,5	622,4	0,12858	7,777
0,25	64,6	64,8	522,9	36,9	559,8	624,6	0,1586	6,307
0,30	68,7	68,9	520,2	37,3	557,5	626,4	0,1881	5,316
0,35	72,3	72,5	517,8	37,7	555,5	628,0	0,2174	4,600
0,40	75,5	75,7	515,6	38,0	553,6	629,3	0,2463	4,060
0,5	80,9	81,2	512,0	38,5	550,5	631,7	0,3036	3,294
0,6	85,5	85,8	508,8	39,0	547,8	633,6	0,3601	2,777
0,7	89,5	89,0	506,1	39,4	545,5	635,3	0,4160	2,404
0,8	93,0	93,5	503,6	39,7	543,3	636,8	0,4713	2,122
0,9	96,2	96,7	501,4	40,0	541,4	638,1	0,5262	1,900
1,0	99,1	99,6	499,4	40,3	539,7	639,3	0,5807	1,722
1,1	101,8	102,3	497,5	40,6	538,1	640,4	0,6349	1,575
1,2	104,2	104,8	495,7	40,8	536,5	641,3	0,6887	1,452
1,4	108,7	109,4	492,6	41,1	533,7	643,1	0,7955	1,257
1,6	112,7	113,4	489,7	41,5	531,2	644,6	0,9013	1,110
1,8	116,3	117,1	487,1	41,8	528,9	646,0	1,0062	0,994
2,0	119,6	120,4	484,7	42,1	526,8	647,2	1,1104	0,9006
2,5	126,7	127,7	479,4	42,8	522,2	649,9	1,3680	0,7310
3	132,8	133,9	474,9	43,2	518,1	652,0	1,6224	0,6163
3,5	138,1	139,3	470,8	43,7	514,5	653,8	1,8743	0,5335
4	142,8	144,2	467,2	44,0	511,2	655,4	2,1239	0,4708
4,5	147,1	148,6	463,9	44,3	508,2	656,8	2,3716	0,4217
5	151,0	152,6	460,8	44,7	505,5	658,1	2,6177	0,3820
5,5	154,6	156,3	458,0	44,9	502,9	659,2	2,8624	0,3494
6	157,9	159,8	455,3	45,1	500,4	660,2	3,1058	0,3220
6,5	161,1	163,0	452,8	45,3	498,1	661,1	3,3481	0,2987
7	164,0	166,1	450,4	45,5	495,9	662,0	3,5891	0,2786
7,5	166,8	168,9	448,2	45,7	493,9	662,8	3,8294	0,2611
8	169,5	171,7	446,0	45,8	491,8	663,5	4,0683	0,2458
8,5	172,0	174,3	443,9	46,0	489,9	664,2	4,3072	0,2322
9	174,4	176,8	441,9	46,2	488,1	664,9	4,5448	0,2200
9,5	176,7	179,2	440,0	46,3	486,3	665,5	4,7819	0,2091
10	178,9	181,5	438,2	46,4	484,6	666,1	5,018	0,1993
11	183,1	185,8	434,6	46,7	481,3	667,1	5,489	0,1822
12	186,9	189,9	431,3	46,9	478,2	668,1	5,960	0,1678
13	190,6	193,7	428,2	47,1	475,3	669,0	6,425	0,1556
14	194,0	197,2	425,2	47,3	472,5	669,7	6,889	0,1451
15	197,2	200,7	422,4	47,4	469,8	670,5	7,352	0,1360

tanto menor cuanto menor es la temperatura. Así las presiones exigidas a

	31°	13°	0°
son	75 at.	49 at.	35 at.

La presión necesaria para liquidar un gas a la temperatura crítica, se denomina **presión crítica.**

Gas	Temperatura crítica	Presión crítica	Punto de ebullición (a la presión de 1 at.)
Vapor de agua ..	+ 374°	225 at.	+ 100°
Gas sulfuroso	+ 156°	81 »	— 10°
Amoníaco.	+ 130°	115 »	— 33°
Gas carbónico....	+ 31°	75 »	— 79°
Oxígeno	— 118°	60 »	— 183°
Nitrógeno	— 149°	29 »	— 196°
Aire atmosférico..	— 140°	39 »	— 190°
Hidrógeno	— 241°	20 »	— 253°

a) La **liquidación** de los gases oxígeno, nitrógeno, aire e hidrógeno, tenidos antes por no condensables (incoercibles o permanentes), lográronla por primera vez **Pictet** en Ginebra y **Cailletet** en París (1877).

b) **Linde** consiguió, en 1896, liquidar el aire por un procedimiento mucho más sencillo que los hasta entonces em-

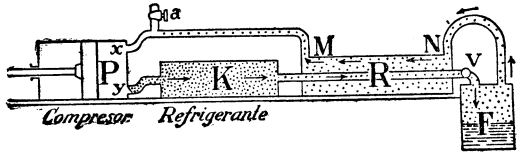


Fig. 371. — Aparato de Linde.

pleados. Una bomba de compresión *P* (fig. 371) aspira por *a* el aire atmosférico y lo envía comprimido a un refrigerante

y a un tubo *R*, de donde pasa a una válvula *V* en la que se determina la expansión, pasando el gas de 25 atmósferas a 5 atmósferas. Esta expansión produce un fuerte descenso de temperatura. El aire dilatado y enfriado vuelve a la bomba de compresión a través del tubo exterior del **aparato de contracorriente** *R*, enfriando de paso el aire comprimido que llega por el tubo central del mismo aparato; esta segunda porción adquirirá, en virtud de la expansión, una temperatura inferior a la adquirida por la primera porción, y así sucesivamente irá aumentando el enfriamiento hasta liquidarse el aire a la salida de la válvula *V*.

2. La **escala de estados físicos** es, según lo que hemos dicho, la siguiente:

Temperatura crítica		Punto de ebullición	Punto de fusión	
Gas (perm.)	**Vapor** (recalentado)	Vapor saturado	**Líquido**	**Sólido**

§ 122. Humedad del aire

1. El vapor de agua en la atmósfera. En la superficie de los mares, ríos y lagos, se verifica una evaporación considerable. Los mares, en particular, envían a la atmósfera una cantidad enorme de vapores.

El aire, a una temperatura determinada, puede contener por m^3 sólo una cantidad limitada de vapor. Si la cantidad efectivamente contenida es poco menor que la cantidad capaz de saturarle, se dice que el aire está *húmedo;* si es mucho menor se dice que está *seco.*

Cantidades de vapor de agua necesarias para saturar 1 m³ de aire

t	*A*	*t*	*A*	*t*	*A*	*t*	*A*
— 10°	2,36 g	8°	8,22 g	18°	15,29 g	28°	27,08 g
0°	4,82 »	10°	9,35 »	20°	17,22 »	30°	30,20 »
2°	5,52 »	12°	10,61 »	22°	19,32 »		
4°	6,32 »	14°	11,99 »	24°	21,67 »		
6°	7,22 »	16°	13,56 »	26°	24,26 »		

Debe distinguirse la **humedad absoluta**, o cantidad, en gramos, de vapor de agua contenida en 1 m³ de aire, de la **humedad relativa** o razón entre la cantidad del vapor existente y la cantidad de saturación. Así, p. ej., a 20°, la cantidad de saturación es 17,22, o sea: 1 m³ de aire a 20° puede contener 17,22 g de vapor de agua. Si a la misma temperatura contuviera sólo 12 gramos, la humedad relativa sería $\frac{12}{17,22} \times 100 = 69,6\,\%$.

Los instrumentos destinados a medir la humedad del aire reciben el nombre de **higrómetros.** Los más se fundan en las variaciones de longitud que los cambios de humedad determinan en ciertas substancias (cabellos, cuerdas de guitarra, etc.) llamadas *higroscópicas*. De otras substancias higroscópicas (p. ej., las sales de cobalto) la humedad cambia el color. — La humedad relativa del aire se puede deducir, mediante tablas, de las indicaciones simultáneas de dos termómetros, seco el uno y mojado el otro **(psicrómetro).**

2. El enfriamiento del aire húmedo determina la precipitación del vapor de agua en forma líquida o sólida (niebla o nube, lluvia, nieve).

Si 1 m³ a 20° contiene 15,29 gramos de vapor, su humedad relativa será de 88,5 %. Al enfriarlo a 18° quedará saturado, y al enfriarlo a 16° precipitará 1,8 g de agua líquida y continuará saturado (véase la tabla).

Las **nubes** redondeadas ordinarias *(cúmulos)* están formadas sólo de gotitas líquidas. Pero las nubes de fina es-

tructura filamentosa y completamente blancas que aparecen a grandes alturas *(cirros)* están formadas por tenuísimos cristales de hielo. — Distínguense otras formas de nubes: *estratos* o velos más o menos tupidos sin contornos definidos; *nimbos* o nubes de lluvia, y diversos tipos intermedios: *cirrocúmulos, cirroestratos, cúmulonimbos,* etc.

3. Cuando, en las noches serenas, la Tierra irradia calor al espacio, su superficie se enfría más que el aire ambiente, y éste precipita su vapor en forma de **rocío** sobre aquella superficie fría. Si el enfriamiento es suficiente, el agua precipitada adquiere la forma sólida y constituye la **escarcha.** El rocío y la escarcha no *caen*, sino que se forman sobre los objetos en que aparecen.

4. Llámanse **pluviómetros** los aparatos destinados a medir la cantidad de lluvia caída en un tiempo dado (p. ej., 24 h).

Exprésase la cantidad de lluvia en **milímetros** de espesor de la capa de agua precipitada.

§ 123. Motores térmicos

A. Máquinas de vapor

1. Toda instalación de máquinas de vapor comprende dos partes esenciales:

1. *El generador o caldera*, en que se produce el vapor;

2. *La máquina de vapor*, en la que la energía térmica del vapor es convertida en trabajo mecánico.

2. Una instalación de calderas de vapor comprende:

a) la caldera;

b) el hogar y los conductos de humo;

c) la chimenea.

a) **La caldera** es un recipiente de palastro, cerrado

por todos lados y lleno en gran parte de agua. Las distintas partes en que una caldera se puede considerar descompuesta tienen, en lo posible, la forma cilíndrica.

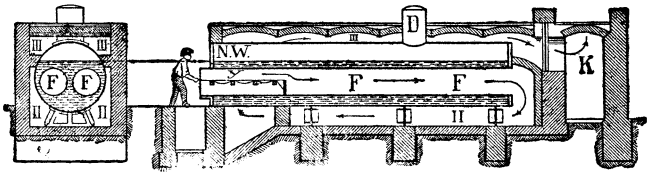


Fig. 372. — Caldera de vapor.

Las calderas de gran cabida (figs. 372 y 373) exigen, antes de dar vapor, largo tiempo de calefacción, pero en cambio se adaptan a un funcionamiento irregular que exija momentáneamente grandes cantidades de vapor. Las calderas de mediana o exigua cabida (calderas de tubos de humo, figura 374, y de tubos de agua, figura 357) quedan pronto dispuestas para dar vapor, pero sólo se adaptan a un funcionamiento regular.

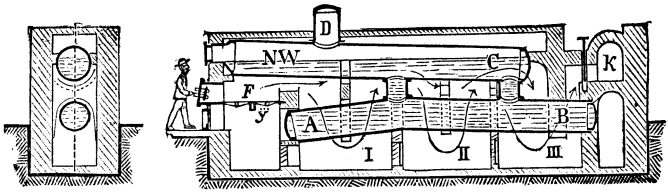


Fig. 373. — Caldera de vapor.

b) **El hogar,** donde arde el combustible, está separado del *cenicero* por el *emparrillado.*

Los conductos de humo, destinados a dirigir los productos de la combustión a lo largo de las paredes de la caldera, no deben traspasar un nivel inferior en 10 cm al mínimo nivel del agua en la caldera; este nivel mínimo está indicado por una señal exterior.

Recibe el nombre de **superficie de calefacción** la porción de superficie de caldera que está bañada por el agua, por un lado, y lamida, por el otro, por los gases calientes del hogar.

c) **La chimenea** sirve para producir un tiro que proporcione al combustible la cantidad de aire necesaria. Su acción se debe a que siendo la columna de aire caliente que llena la chimenea de menor peso específico que el aire exterior, es constantemente empujada y expulsada por el aire frío que penetra en el hogar.

a) **En las instalaciones fijas,** la chimenea acostumbra a ser un tubo de ladrillos, en comunicación, por su parte inferior, con los conductos de humo. Su altura es al menos

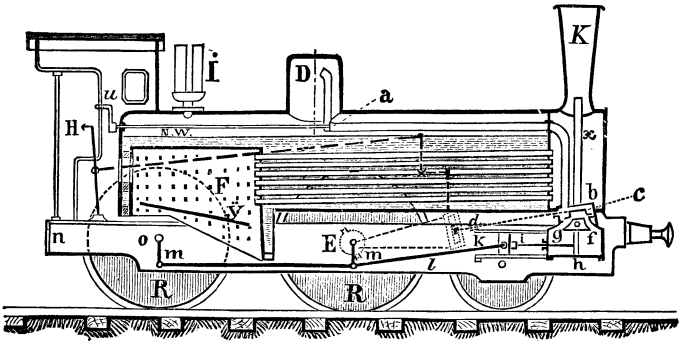


Fig. 374. — Locomotora.

de 16 m. El extremo de los conductos de humo lleva un registro (obturador graduable) con el que se regula el tiro. Para que empiece a funcionar una chimenea nueva es casi siempre preciso quemar paja dentro de ella para calentar la columna interior e iniciar el tiro. *b)* **Las locomóviles,** locomotoras y máquinas marinas tienen chimeneas de palastro de muy poca altura, debiendo en muchos casos forzarse el tiro mediante ventiladores o inyectores de vapor. Este sistema de tiro también se utiliza en instalaciones fijas.

3. Manera de actuar. Se llena la caldera hasta el nivel inferior del agua y se enciende el combustible. El calor desprendido en la combustión se transmite al agua a través de la superficie de calefacción de la

caldera. La porción de esta superficie situada encimá de la parrilla recibe el calor directamente de la llama o del combustible incandescente (superficie de calefacción directa), mientras que la porción recorrida por los conductos de humo se calienta por contacto con los productos de la combustión (superficie de calefacción indirecta).

a) **Inconveniente.** Los productos de la combustión pasan a la chimenea a una temperatura de 200 a 500° C. Por esta causa, por el calor que absorbe e irradia al exterior el macizo en que está instalada la caldera y por no verificarse la combustión completa, en las calderas se pierde aproximadamente 30 % del valor térmico del combustible.

b) **El valor térmico práctico** de 1 Kg del mejor carbón mineral es, por consiguiente, sólo de unas $\frac{70}{100} \times$ **7000** = **5000** calorías.

El calor recibido por el agua aumenta primero la temperatura del líquido, determina luego la formación de vapor, y eleva, por fin, convenientemente la tensión del mismo, con lo cual queda cumplido el objeto del aparato.

4. Vigilancia de la caldera. *a)* Para facilitar **la observación de la tensión del vapor** se requieren:

1. Un *manómetro* enlazado a la cámara de vapor.
2. Una *válvula de seguridad* en comunicación con la misma cámara (§ 29-7).

b) Para **la observación del nivel del agua** se emplean:

1. *Espitas de prueba,* de las cuales la más baja debe estar a la altura del nivel inferior del agua.
2. Un *indicador de nivel* (vaso comunicante con la caldera, § 48).

c) **Para mantener constante el nivel del agua** deben existir aparatos de alimentación.

Los más usados son los inyectores y las bombas (§ 62).

El **inyector** de Giffard (1856) consiste en una trompa de chorro de vapor (fig. 375). El vapor de agua que sale con gran velocidad por el tubo cónico *a*, aspira el agua por la tubería *W* y la impele hacia el tubo cónico *b*: al contacto del agua se condensa parte del vapor del chorro, con lo cual aumenta la acción aspirante. La corriente del agua obtenida adquiere un impulso suficiente para abrir una válvula situada en un tubo *K*, que comunica con la cámara de agua de la caldera, y penetrar en ésta. Con el volante *o* se puede variar la posición del tapón cónico *u* y graduar la abertura libre del tubo *a* para que deje de salir agua sobrante por *A*.

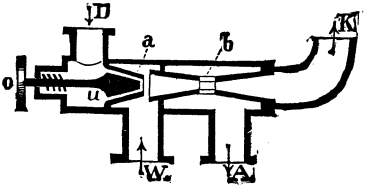


Fig. 375. — Inyector Giffard.

5. Utilización del vapor. *a)* Desde el punto de vista del caldeo exigido, el vapor a la tensión de 1 atmósfera absoluta (calor total, 639 calorías) se comporta casi de igual manera que el vapor a 12 atmósferas (calor total, 668 calorías).

b) Mas desde el punto de vista mecánico, el vapor a 12 atmósferas es de mucho más valor que el vapor a 1 atmósfera, pues el cilindro puede ser más pequeño, sin que el coste de producción se eleve notablemente.

a) Para producir 1000 Kg de vapor a 3 atmósferas, se necesitarán unas 652 000 calorías; para producir 1000 Kg de vapor a 12 atmósferas serán precisas unas 668 000 calorías.

Suponiendo de 5000 calorías el valor térmico práctico del carbón empleado, tendremos estos pesos de carbón: $\frac{652\,000}{5000} = 130{,}4$ Kg en el caso de 3 at., y $\frac{668\,000}{5000} = 133{,}6$ kilogramos en el caso de 12 atmósferas.

b) Si en una máquina que funciona con vapor a 12 atmósferas, se ha de emplear un cilindro de 20 cm de diáme-

tro para la obtención de determinada potencia, empleando vapor de 3 atmósferas será preciso un cilindro de sección cuádruple para realizar la misma potencia y, por consiguiente, el diámetro del cilindro deberá ser de $2 \times 20 = 40$ centímetros.

6. La cantidad de vapor que en igualdad de condiciones puede producir 1 Kg de combustible es *aproximadamente* la misma para todas las tensiones.

Se puede admitir como bastante aproximada la cifra de 8 Kg de vapor por Kg de hulla.

Si la explosión de algún tubo de la caldera o de la conducción del vapor determina un descenso de presión, se inicia una intensa formación de vapores, debida al *calor del líquido* puesto en libertad.

EJEMPLO. Según la tabla de Fliegner-Mollier (página 387),

1 m^3 de **agua** a la presión de 12 atm contiene 189 900 cal.
» » » de 1 » » 99 600 »

Las calorías libertadas por la explosión son 90 300 cal

Como para evaporarse un Kg de agua a la presión de 1 atmósfera absorbe sólo 539 calorías, la explosión determina la evaporación súbita de $\frac{90\,300}{539}$ = unos 168 Kg de agua, o sea $^1/_6$ de la cantidad total de líquido.

7. Recibe el nombre de **máquina de vapor** *un mecanismo por medio del cual se utiliza la energía del vapor producido en la caldera.*

a) **Manera de funcionar.** El vapor penetra por el tubo *a* (fig. 376) en la caja de distribución *b*, que está provista de tres aberturas *(1, 2* y *3)* para la salida del vapor; dos de estas aberturas están cubiertas por el órgano de distribución (corredera, válvula o llave). Según la posición de la excéntrica *E* montada sobre el árbol *o*, el vapor penetra en el cilindro por el tubo *g* (abertura *1*) o por el tubo *f* (abertura *3*) y pasa, por lo tanto, alternativamente, a actuar sobre cada una de

las caras del pistón *h*, con lo cual éste recibe un movimiento de vaivén que mediante un mecanismo de biela *l* y manivela *m* se transforma en movimiento de rotación del árbol *o*.

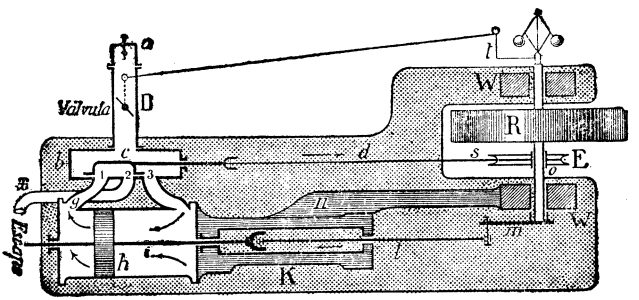


Fig. 376. — Máquina de vapor.

α) **Escape.** Cuando la corredera abarca las aberturas *1* y *2*, el vapor penetra en el cilindro por la abertura *3* y el tubo *f* y empuja el pistón hacia el fondo del cilindro. El vapor situado detrás del pistón es desalojado a través de las aberturas *1* y *2*. De esta última abertura parte un tubo que conduce el vapor a la atmósfera **(escape libre)** o a un aparato refrigerante **(condensador).** En las locomotoras, el vapor de escape es conducido a la chimenea.

β) Se denominan **puntos muertos** aquellas posiciones en que la biela *l* y la manivela *m* están en línea recta. Corresponden a los puntos extremos del movimiento alternativo del pistón. Si la máquina estuviera parada en una de estas posiciones, el vapor ejercería presión sobre el pistón, pero no podría ponerlo en movimiento.

Para que, durante el movimiento, la máquina traspase los puntos muertos, se provee el árbol *o* de un pesado **volante** cuya inercia da al mecanismo el impulso suficiente para no detenerse en los puntos en que la acción del vapor carece de efecto.

La propia masa de las locomotoras verifica en ellas el efecto del volante. Sin embargo, con un solo cilindro se correría el peligro de que la locomotora se detuviera en un punto muerto; para evitar este inconveniente, se aplican **dos cilindros** cuyas manivelas son perpendiculares entre

así, consiguiéndose así que el paso por el punto muerto de un cilindro ocurra en el momento en que la acción del otro cilindro es más eficaz.

γ) El **regulador de fuerza centrífuga** *p* consiste generalmente en un doble péndulo al que el árbol *o* comunica un movimiento de rotación. Cuando el movimiento de la máquina se acelera, las esferas de los péndulos se separan y mediante una combinación de palancas hacen girar la válvula *D* para obturar la entrada del vapor. Lo contrario sucede al disminuir la velocidad. Así se mantiene constante el número *n* normal de revoluciones.

b) Todas las máquinas modernas se construyen como **máquinas de expansión.** La corredera de la caja de distribución sólo permite la entrada de vapor mientras el émbolo recorre una porción l_1 de la longitud total l de su trayecto. El pistón, mientras acaba de recorrer su carrera, recibe el impulso de la fuerza expansiva del vapor admitido. Es evidente que el trabajo en las máquinas con expansión ha de ser más económico que en las máquinas sin expansión.

a) El cociente $\frac{l_1}{l}$ recibe el nombre de **grado de admisión.**

b) El diagrama de las **variaciones de presión** a lo largo del trayecto l, constará de una recta a lo largo de l_1 y de una curva parecida a la de Mariotte en la porción de l restante (fig. 377).

8. División de las máquinas de vapor. I. Atendiendo a la **expulsión del vapor** se pueden dividir en

a) **Máquinas de escape libre.** En ellas el vapor expulsado del cilindro es enviado a la atmósfera. Su expansión queda limitada por la presión aproximada de 1,1 atmósferas absolutas.

b) **Máquinas de condensación.** En éstas el vapor de escape se dirige a un condensador donde es enfriado por el agua fría. Con ello se obtiene la liquidación de gran parte de vapor y el calentamiento del agua de

refrigeración hasta unos 40 ó 60°. La condensación reduce la contrapresión a unas 0,05 a 0,3 atmósferas absolutas.

La reducción considerable de la contrapresión (0,05 a 0,3 en lugar de 1,1 atm) es una ventaja por la cual se han aplicado condensadores a todas las máquinas instaladas en sitios en que no escasea el agua de refrigeración (p. ej., en las máquinas marinas). En las locomotoras y en regiones en que no abunda el agua, la condensación resulta inaplicable. En las instalaciones de máquinas de escape libre, el vapor expulsado puede destinarse a la calefacción del edificio.

II. Se clasifican también las máquinas de vapor atendiendo al **número de cilindros** de que constan.

a) En las máquinas de varios cilindros pueden ser todos ellos alimentados por vapor nuevo: entonces son todos de igual tamaño.

b) O bien es el mismo chorro de vapor el que después de haber pasado por un cilindro penetra en otro de mayor diámetro; en este caso, la máquina recibe el nombre de *compound.*

En las máquinas compound se realiza el mejor aprovechamiento del vapor a alta tensión (superior a 9 atm); hoy día se aplican también las máquinas compound a las locomotoras.

9. Cálculo de la potencia. La unidad empleada para evaluar la potencia de las máquinas de vapor es el *caballo de vapor*, equivalente a 75 kilográmetros por segundo; el número teórico de caballos (indicados) de una máquina de vapor se puede determinar por la fórmula (§ 25-4):

$$N_i = \frac{\text{Fuerza } P \times \text{Velocidad del pistón } c}{75}$$

La fuerza P, en una máquina monocilíndrica, es igual a

la superficie eficaz S del pistón en cm² multiplicada por la presión media eficaz p_i del vapor en Kg por cm². Por consiguiente, $P = S \times p_i$.

La velocidad media del pistón c (1,8 a 4 m/seg; ordinariamente 2 m) es igual al camino recorrido por el pistón en un minuto, dividido por 60. Si la longitud del cilindro es l, el camino recorrido por el pistón a cada revolución será $2\,l$, y el recorrido en n revoluciones será $n \times 2\,l$; por consiguiente:

$$c = \frac{n \times 2l}{60} = \frac{nl}{30}.$$

Substituyendo P y c por sus valores, tendremos como fórmula:

$$N_i = \frac{S \times p_i \times n \times l}{75 \times 30}$$

S = superficie eficaz del pistón.
p_i = presión media.
n = número de revoluciones por minuto.
l = longitud del cilindro.

La presión media p_i **del vapor,** que figura en la fórmula, es la ordenada media del diagrama de las presiones.

a) Para construir **el diagrama** de las presiones se toma sobre un papel la longitud del cilindro (a cualquier escala, pero casi siempre se procura hacer $l = 100$ mm), se divide en 10 partes iguales y se calcula, según los §§ 59 y 116, el valor de la presión para cada uno de los puntos. A lo largo de la porción l_1 la presión permanece constante e igual a la presión p_v de la admisión; por lo tanto, AB será paralela a la línea del cero. A partir de B (punto en que cesa la admisión) el vapor se dilata con arreglo a la ley de Mariotte y, por consiguiente, se podrá determinar la presión correspondiente a cada punto construyendo la curva de Mariotte que pasa por B, o bien (ya que el producto de la presión por la longitud recorrida debe ser igual a $p_v \times l_1$) por medio de la fórmula:

$$\text{Presión en un punto} = \frac{p_v \times l_1}{\text{Longitud de cilindro recorrida}}$$

Una vez construída la línea ABC correspondiente a la presión activa del vapor, se construirá la línea $A'C'$ correspondiente a la contrapresión p_g del escape. Esta puede considerarse como constante (p. ej.: 1,1 at. en las máquinas de escape libre; 0,2 at. en las máquinas con condensación), y por lo tanto $A'C'$ será una paralela a la línea de presión nula.

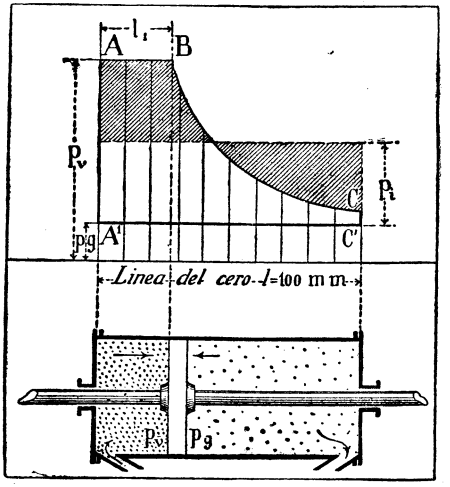


Fig. 377. — Diagrama de una máquina de vapor con expansión.

b) **El área *s* del diagrama** $A'ABCC'$ se obtendrá por la regla de Simpson (§ 5-3). El cociente del área por la longitud $A'C'$ dará la altura p_i del rectángulo equivalente. Esta altura es la altura media del diagrama y corresponde a la presión media p_i:

$$\text{Presión media } p_i = \frac{\text{Área del diagrama}}{A'C' \ (= 100)}$$

He aquí, pues, cómo de la tensión de admisión p_v, del grado de admisión $\frac{l_1}{l}$ y de la contrapresión p_g se puede deducir el valor p_i de la presión media que entra en el cálculo de la potencia.

En las máquinas compound, se deduce inversamente, de los valores de la potencia indicada N_i, de la presión de admisión p_v, de la contrapresión p_g y de la razón de admisión $\frac{l_1}{L}$ (representando por L la lon-

gitud del cilindro mayor) la superficie eficaz del pistón del cilindro mayor.

El trabajo total (área) representado por el diagrama se dividirá en dos porciones de igual superficie por medio de una recta horizontal, y se obtendrá así la razón $\frac{l}{L}$ (fig. 378), aproximadamente igual a la razón de los volúmenes de los dos cilindros. El cilindro de alta tensión trabaja con una tensión de admisión p_v y una contrapresión p_{v1}, el cilindro de baja tensión trabaja con la tensión de admisión p_{v1} y la contrapresión p_g. Los grados de admisión son: $\frac{l_1}{l}$ para la alta tensión, $\frac{l}{L}$ para la baja tensión.

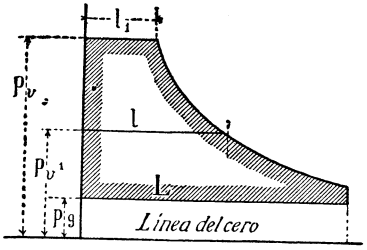


Fig. 378. — Reparto del trabajo en una máquina compound.

10. La potencia efectiva N_u es menor que la potencia calculada *(indicada)* N_i.

La pérdida de presión producida por el enfriamiento, por la estrangulación del vapor, etc., debe tenerse en cuenta; para ello se multiplica la presión media p_i por un coeficiente igual a 0,9 en las máquinas de un solo cilindro y a 0,8 en las de dos cilindros.

Los rozamientos del cilindro y del mecanismo de biela y manivela determinan pérdidas del trabajo útil que en las máquinas pequeñas se elevan a 35 % del trabajo total y en las grandes se reducen a 10 %. De aquí resulta que el trabajo útil en el árbol *o* será:

$$N_u = 0{,}65\ N_i \text{ a } 0{,}9\ N_i;$$

la razón $\eta = \frac{N_u}{N_i}$ recibe el nombre de *rendimiento mecánico.*

11. En las **turbinas de vapor,** el movimiento de vaivén del pistón se ha substituído por el movimiento continuo de rotación de una rueda de paletas que recibe el chorro de vapor. Las principales ventajas que estas modernas máquinas presentan sobre las de pistón, son la sencillez y el mínimo espacio que su instalación exige. Las hay de distintos tipos y se construyen para todas las potencias.

12. Aun en las **instalaciones de máquinas de vapor más perfeccionadas** resulta muy mal aprovechado el calor desarrollado por la combustión del carbón.

El consumo de **vapor** en una buena máquina de triple expansión se eleva aproximadamente a 5 Kg por caballo-hora. Admitiendo que en la caldera se produzcan 8 Kg de vapor por kilogramo de carbón consumido, tendremos que el consumo de **carbón** será de $^5/_8$ Kg por caballo-hora. Siendo 8000 calorías el poder calorífico del carbón, el trabajo obtenido como equivalente del calor gastado debería ser, si no hubiera pérdidas, igual a $^5/_8 \times 8000 \times 427$ Kgm, y en realidad es tan sólo de $75 \times 60 \times 60$ Kgm. De aquí se deduce que el rendimiento económico del conjunto de la instalación (caldera y máquina) es $\eta = \frac{75 \times 60 \times 60}{5000 \times 427} = 0{,}126$, o en números redondos 13 %. Esto, en términos vulgares, significa que *de cada peseta de carbón quemado en las instalaciones más perfectas, se pierden 87 céntimos por la chimenea, por irradiación, por el escape, por los rozamientos.* Hay, pues, todavía ancho campo abierto a los perfeccionamientos.

13. Historia. En 1690, **Papin,** profesor en Marburgo, construyó la primera máquina de vapor, en la cual el vapor sólo entraba por uno de los lados del émbolo, obteniéndose el retroceso del mismo por la presión atmosférica. El mecanismo de distribución consistía en un juego de llaves movidas a mano. En 1765, **Watt** construyó la primera máquina de doble efecto.

El buque de vapor se debe al americano **Fulton,** en 1807.

La locomotora fué inventada por el inglés **Stephenson en 1825.**

Ejemplos

EJEMPLO 1. **¿Cuántos caballos puede desarrollar una máquina de vapor de un cilindro** de 400 mm de diámetro, siendo la carrera de 800 mm, 100 las revoluciones por minuto, $\frac{l_1}{l}$ (grado de admisión) = 0,25, la tensión de admisión $p_v = 7$ atmósferas absolutas, la contrapresión $p_g = 1{,}1$ atmósferas absolutas, el rendimiento mecánico $\eta = 0{,}8$ y el diámetro del vástago del pistón 65 mm?

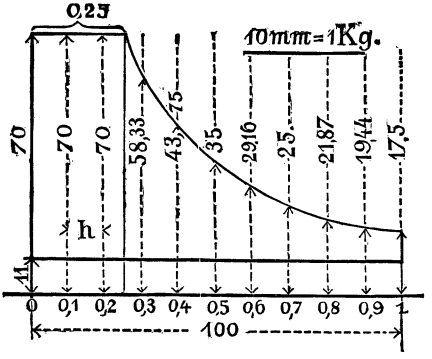


Fig. 379. — Diagrama del ejemplo 1.

Resolución: Para la determinación de p_i elegiremos una longitud de diagrama de 100 mm y una escala de ordenadas (alturas) de 10 mm por Kg, y determinaremos para cada posición del pistón la ordenada correspondiente a la tensión del vapor; así tendremos:

$$\text{ordenada para el punto } 0{,}3 = \frac{25 \times 70}{30} = 58{,}33 \text{ mm},$$

$$\text{ordenada para el punto } 0{,}4 = \frac{25 \times 70}{40} = 43{,}75 \text{ mm, etc.}$$

Con auxilio de la regla de Simpson obtendremos como altura media:

$$\frac{S}{100} = \frac{h}{3 \times 100}\,[70 + 4\,(70 + 58{,}33 + 35 + 25 + 19{,}44) + 2\,(70 + 43{,}75 + 29{,}16 + 21{,}87) + 17{,}5] = 41{,}6 \text{ mm}.$$

De este valor debe restarse la altura de 11 mm, correspondiente a la contrapresión de 1,1 atmósfera, y tendremos:

$$p_i = \frac{41{,}6 - 11}{10} = 3{,}06;$$

pero teniendo en cuenta el grado de reducción, el valor

de p_i se reducirá a $0,9 \times 3,06 = \mathbf{2,754}$ atmósferas; éste es el valor que debe entrar en el cálculo de la potencia:

$$N_i = \frac{S \times p_i + n\,l}{75 + 30} = \frac{(40^2 - 6,5^2)\,\frac{\pi}{4} \times 2,754 \times 100 \times 0,8}{75 \times 30}$$

$$= 43,5 \times 2,754 = \mathbf{119,8}\ \text{HP.}$$

$$Nu = 0,8 \times 119,8 = 95,8 = \text{unos } \mathbf{96}\ \text{HP.}$$

EJEMPLO 2. **¿Cuál es la potencia de la máquina del ejemplo anterior** cuando está enlazada con un **condensador** (80 % de vacío), con lo cual el rendimiento mecánico queda reducido a 0,78?

Resolución: 80 % de vacío corresponde a 0,2 atmósferas absolutas y, por lo tanto, a una ordenada $p_g = 2$ mm. En este caso, el valor de la presión media será:

$$p_i = 0,9\,\frac{41,6 - 2}{10} = 3,564 \text{ atmósferas y}$$

$$N_i = 43,5 \times 3,564 = \mathbf{155}\ \text{HP.}$$

$$N_u = 0,78 \times 155 = \text{unos } \mathbf{121}\ \text{HP.}$$

EJEMPLO 3. ¿Cuál será el **consumo de vapor por caballo-hora** en las máquinas anteriores, si las pérdidas por enfriamiento alcanzan a 40 % del consumo útil de vapor?

Resolución: Volumen de vapor que penetra en el cilindro:

$$\frac{S \times l_1}{10\,000}\ \text{m}^3 \left\{ \begin{array}{l} S \text{ en cm}^2 \\ l_1 \text{ en m} \end{array} \right.$$

Peso de un m³ de vapor: γ (hay que buscarlo en la tabla, para 7 atmósferas).

Consumo de vapor en una carrera:

$$\frac{S \times l_1}{10\,000}\,\gamma = \frac{1}{10\,000} \times S \times \frac{l_1}{l} \times l \times \gamma\ \text{Kg.}$$

Verificándose por hora $n \times 60$ revoluciones y $2\,n \times 60$ carreras, tendremos:

$$\text{Consumo de vapor por h.} = \frac{1}{10\,000} S \times l \times \frac{l_1}{l} \times \gamma \times 2 \times n \times 60.$$

Siendo la potencia indicada $Ni = \frac{S \times l \times n \times p_i}{75 \times 30}$ caballos, el consumo por hora y caballo será:

$$\frac{S \times l \times \frac{l_1}{l} \times 2 \times n \times 60 \times \gamma}{10\,000 \times \frac{S}{75} \times \frac{ln}{30} \times p_i} = 27\,\gamma\,\frac{l_1}{l} \times \frac{1}{pi}\ \text{Kg.}$$

De lo cual se deduce que el consumo es:

en la máquina de escape libre: $\frac{27 \times 3{,}65 \times 0{,}25}{2{,}754}$ = unos 9 Kg + 40 % = **12,6 Kg.**

en la máquina con condensación: $\frac{27 \times 3{,}65 \times 0{,}25}{3{,}564}$ = unos 7 Kg + 40 % = **9,8 Kg.**

Ejemplo 4. ¿Cuál es, en las precedentes máquinas, el **consumo de carbón por caballo-hora**, y cuál el consumo anual, suponiendo de 10 horas el trabajo diario y de 300 los días de labor anuales?

Resolución: Calor total a 7 atmósferas, $\lambda = 662$ (v. tabla), y, por lo tanto, el vapor consumido en la máquina de escape libre contiene $662 \times 12{,}6 = 8341{,}2$ calorías, y el consumido en la máquina de condensación $9{,}8 \times 662 = 6487{,}6$ calorías.

Las calorías que en la práctica se obtienen de 1 Kg de carbón son 5000; luego el consumo de combustible por caballo-hora será:

$\frac{8341{,}5}{5000} =$ **1,668 Kg** en la máquina de escape libre

y $\frac{6487{,}6}{5000} =$ **1,297 Kg** en la máquina de condensación.

El consumo anual de combustible **será:**
en la máquina de escape libre:

$$119{,}8 \times 1{,}668 \times 10 \times 300 = \mathbf{599479\ Kg.}$$

y en la máquina de condensación:

$$155 \times 1{,}297 \times 10 \times 300 = \mathbf{603105\ Kg.}$$

Ejemplo 5. ¿Cuál es el **rendimiento** del conjunto de la instalación en ambos casos, si la potencia calorífica del combustible empleado es de 8000 calorías?

Resolución: En la máquina de escape libre, el carbón exigido por caballo-hora desprende:

$$1{,}668 \times 8000 = 13344 \text{ calorías} = 13344 \times 427 \text{ Kgm};$$

y en la máquina con condensación:

$$1{,}297 \times 8000 = 10376 \text{ calorías} = 10376 \times 427 \text{ Kgm};$$

luego:

$$\eta = \frac{75 \times 60 \times 60}{13344 \times 427} = \text{unos } 0{,}05, \text{ o sea } \mathbf{5\ \%} \left\{ \begin{array}{l} \text{en la máquina de} \\ \text{escape libre} \end{array} \right.$$

y

$$\eta = \frac{75 \times 60 \times 60}{10376 \times 427} = 0{,}061, \text{ o sea } \mathbf{6{,}1\ \%} \left\{ \begin{array}{l} \text{en la máquina con} \\ \text{condensación.} \end{array} \right.$$

Ejemplo 6. ¿Cuántos kilogramos de **agua de refrigeración** por caballo-hora serán necesarios en una máquina con condensación, si la temperatura del agua utilizada es de 15 grados y la mezcla de agua de refrigeración y agua condensada sale a 40°? El calor del vapor correspondiente a la tensión final de 1,75 at. (véase el diagrama del primer ejemplo) es de unas 600 calorías.

Resolución: Calor desprendido por el vapor = Calor absorbido por el agua: $9{,}8\ (600 - 40) = (40 - 15)x$ (llamando x la cantidad de agua por caballo-hora)

$$x = \frac{9{,}8 \times 560}{25} = 219{,}5 \text{ Kg} = \text{unos } \mathbf{220\ Kg} \text{ por caballo-hora.}$$

Observación: Variando el grado de expansión y la presión de entrada, se podrá formular una serie de problemas que se resolverán de la misma manera que los expuestos en los anteriores ejemplos. Variando el diámetro del cilindro o el número de revoluciones se llegaría con facilidad a valores poco prácticos. Tampoco sería admisible una temperatura final del agua de refrigeración, superior a 60°.

B. Motores de explosión

En los motores de explosión, la energía que se convierte en trabajo procede de una mezcla explosiva formada de un combustible, ya líquido, vaporizado o pulverizado (petróleo, bencina, alcohol), ya gaseoso

(gas del alumbrado, gas pobre, gas de altos hornos), y la cantidad conveniente de aire. Esta mezcla se inflama en el cilindro del motor.

1. Manera de funcionar. La mayor parte de motores de gas modernos corresponden al tipo de cuatro tiempos (fig. 380).

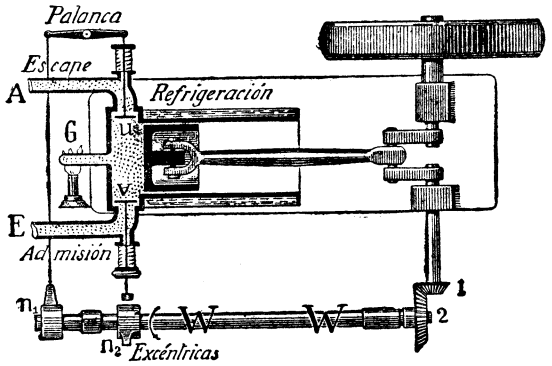


Fig. 380. — Motor de gas.

a) Al marchar el pistón hacia la derecha, aspira una mezcla de gas y aire por el tubo de admisión *E* (1.er tiempo: admisión). *b)* Al dirigirse el pistón hacia la izquierda comprime el gas antes admitido (2.° tiempo: compresión). *c)* Cuando el pistón ha llegado al extremo izquierdo de su carrera, la mezcla gaseosa comprimida se inflama por contacto con el tubo incandescente *g* (o mediante una chispa eléctrica que salta en el interior del cilindro en el momento oportuno). Merced a la tensión adquirida por la mezcla gaseosa que estalla, el pistón es impelido hacia la derecha (3.er tiempo: explosión y expansión). *d)* La inercia del volante impele de nuevo el pistón hacia la izquierda, y los gases quemados son expelidos por el tubo *A* de escape (4.° tiempo: expulsión).

Vuelve el pistón a marchar hacia la derecha y se repite la serie de períodos o tiempos: de aquí el nombre de motor de cuatro tiempos.

Los movimientos automáticos de las válvulas de admi-

sión y escape (*v* y *u*) se consiguen mediante dos excéntricos o *levas* del árbol *W W*, el cual recibe su movimiento del árbol del volante mediante un engranaje de reducción 1 : 2.

En el diagrama de la figura 381, la porción *a b* corresponde al primer tiempo (aspiración); la *b c* al segundo (compresión), la *c d e* al tercero (explosión y expansión) y la *e a* al cuarto (escape). El único tiempo activo es el tercero, y de aquí la importancia que tiene el volante en los motores de gas.

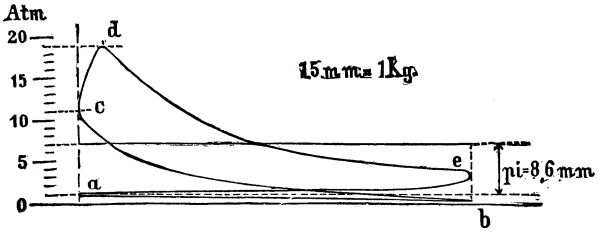


Fig. 381. — Diagrama de un motor de gas.

La regulación del número de revoluciones de los motores de gas se obtiene, ya suprimiendo explosiones, ya alterando la composición de la mezcla (con lo cual se modifica la energía de la explosión), ya variando el volumen de mezcla aspirado. El **regulador** es análogo al de las máquinas de vapor.

El consumo de gas por caballo-hora es mínimo cuando el motor funciona a plena carga, y depende evidentemente de la potencia calorífica del gas consumido.

2. En general, los motores de combustión interna **utilizan mejor el calor del combustible** que las instalaciones de máquinas de vapor.

EJEMPLO. Es un consumo frecuente el de **0,5 m³** de gas (de 5500 calorías) por caballo-hora; por lo tanto, el valor del rendimiento económico será:

$$\eta = \frac{75 \times 60 \times 60}{2750 \times 427} = 0{,}23 = \mathbf{23\ \%}.$$

§ 124. Naturaleza del calor

1. Habíase admitido que el calor consistía en una **substancia** sutilísima e imponderable. Pero con esta hipótesis, suficiente para la calorimetría, no se podían explicar satisfactoriamente muchos fenómenos, como la conversión del calor en trabajo y la producción de calor por rozamiento. La teoría moderna considera el calor como un **modo de movimiento molecular.**

Según esta teoría, las moléculas de los cuerpos sólidos están en continuo movimiento vibratorio de un lado a otro de su posición de equilibrio; toda elevación de temperatura determina el aumento de la amplitud de las vibraciones. Cuando un líquido se evapora, sus moléculas adquieren movimientos de traslación rectilíneos y de gran velocidad. Cuando el calor se convierte en trabajo, el movimiento molecular se convierte en movimiento mecánico. Cuando el trabajo se convierte en calor, es el movimiento mecánico el que acelera el movimiento molecular. El calor radiante consiste en un movimiento ondulatorio del éter, producido por vibraciones moleculares y que a su vez puede producirlas al ser recibido por un cuerpo.

A la temperatura del cero absoluto todas las moléculas están en reposo. Por esto no puede haber temperaturas inferiores a — 273° C.

2. El movimiento ondulatorio del éter no es en sí calor ni luz. Cuando su longitud de onda es relativamente grande no produce sensación luminosa al ser recibido por nuestra vista ni altera las placas fotográficas, y en cambio eleva la temperatura de los cuerpos. Cuando la longitud de onda es menor (comprendida entre 400 y 800 billones de ondulaciones por segundo, § 77-3), el movimiento ondulatorio impresiona la vista como luz, el tacto como calor y la placa fotográfica como determinante de acciones químicas. Si la longitud de onda es todavía menor, desaparecen la acción térmica y la acción luminosa y persiste la acción química (rayos ultravioletas).

CAPÍTULO XIV

MAGNETISMO

§ 125. Caracteres de los imanes

1. Imán natural. En Suecia, en los montes Urales, en Norteamérica, se encuentran grandes masas de un mineral de hierro llamado **piedra imán** (óxido ferroso férrico; óxido magnético; Fe_3O_4), que presenta a menudo la propiedad de atraer y sostener los pequeños objetos de hierro. La piedra imán dotada de esta propiedad se denomina **imán natural.**

a) El nombre de **magnetismo** deriva probablemente del de la ciudad de *Magnesia,* en la antigua Asia Menor, de donde procederían los primeros imanes; sin embargo, las palabras magnetismo, magnético, etc., las aplica el vulgo a las cosas de brujería o de magia.

b) Además del hierro, son atraídos por los imanes **el níquel y el cobalto;** hierro, níquel y cobalto reciben el nombre de metales magnéticos.

2. Se obtienen **imanes artificiales** (Porta, 1589) frotando varillas de acero con los imanes naturales. En esta operación, el imán natural no pierde su fuerza.

Frótese un cuchillo con un imán, y el cuchillo atraerá después las plumillas de acero, las agujas de coser, etc.

Al imán artificial se le pueden dar las formas que se desee; las más comunes son las de barra, herradura y aguja (rombo).

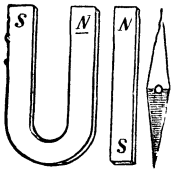


Fig. 382. Imanes artificiales.

3. Polos y línea neutra. Rodeando de limaduras de hierro un imán, se notará que aquéllas se adhieren en especial a puntos determinados, mientras que en otros apenas se sostienen, y en algunos, por fin, no experimentan ninguna atracción. Los puntos de máxima adherencia reciben el nombre de **polos.**

Una barra imanada regular presenta dos polos próximos a los extremos (a $^1/_6$ de la semilongitud de la barra) y una **línea neutra** situada a la mitad. La recta que une los **dos** polos recibe el nombre de **eje magnético.**

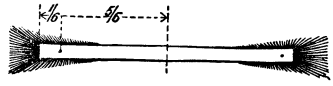


Fig. 383. — Posición de los polos en una barra imanada.

4. Dirección de la fuerza magnética. Una aguja imanada que se deja girar libremente en un plano horizontal, tiende a tomar siempre la misma dirección, que para su eje es aproximadamente la de Norte a Sur. Este hecho permite distinguir entre sí los **dos polos.** Se llama polo norte del imán el que se dirige al Norte, y polo sur el que se dirige al Sur.

Para reconocer fácilmente los polos de las agujas imanadas, sin necesidad de tener que suspenderlas libremente, se acostumbra pavonar de **azul** la mitad de la aguja correspondiente al polo norte; la mitad sur presenta el color gris del hierro. En las agujas de las brújulas, el norte está marcado con rojo y el sur con azul.

La dirección constante de la aguja magnética se ha utilizado desde antiguo en las **brújulas,** aparatos que se emplean para la determinación de los puntos cardinales.

La brújula es una aguja imanada que puede moverse libremente en un plano **horizontal** (alrededor de un eje vertical) sobre un disco graduado en el que suele estar dibujada la rosa de los vientos (fig. 384). En las brújulas marinas, la rosa de los vientos está fijada a la aguja imanada y gira con ella.

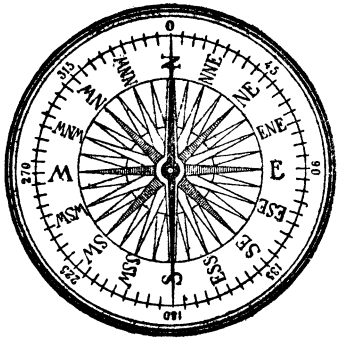


Fig. 384. — Rosa de los vientos.

a) Para que, a pesar de los movimientos de la nave, la brújula se mantenga horizontal se emplea la **suspensión Cardan** (fig. 385): la caja de la brújula cuelga de las puntas *a b* del anillo, éste puede girar alrededor de las puntas *c d* del soporte, y el eje *a b* es normal al eje *c d*.

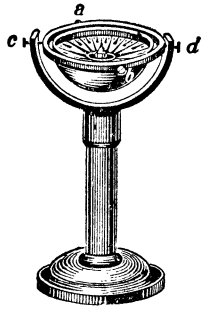


Fig. 385.—Brújula con suspensión Cardan.

b) En los buques de casco metálico, las masas de hierro desvían con frecuencia la brújula de su dirección ordinaria. Pero una vez conocido el valor de la **desviación** es posible corregirla fijando en posición conveniente masas de hierro o imanes compensadores.

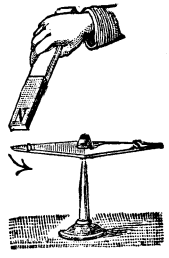


Fig. 386.—Acción entre dos polos.

c) También se aplica la brújula en aparatos de topografía.

5. Acción recíproca de los polos. Aproximando sucesivamente el polo norte de una barra imanada a los dos polos de una aguja tam-

bién imanada (fig. 386) se podrá comprobar la siguiente ley:

> *Polos del mismo nombre se repelen; polos de distinto nombre se atraen.*

6. Pérdida del magnetismo. Una barra imanada pierde en todo o en parte su magnetismo: 1.° Por vibraciones y choques muy repetidos; 2.° Por calentamiento. A la temperatura del rojo, toda acción magnética desaparece.

§ 126. Estructura de los imanes

1. Experimento del imán roto. Si se parte por la mitad una aguja de hacer calceta **regularmente** imanada (es decir, con dos polos y una línea neutra) se obtendrán dos imanes enteros, provistos cada uno de ellos de dos polos y una línea neutra.

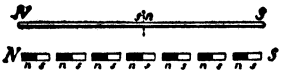


Fig. 387.
División de un imán.

a) La manera de estar imanados los fragmentos se reconoce por medio de una aguja imanada o de limaduras de hierro.

b) **Unidos otra vez los dos fragmentos** por la sección de rotura, obtiénese de nuevo un solo imán, y en el punto de unión, ocupado por los dos polos de nombre contrario, se halla la línea neutra.

c) **Llénese un tubo de vidrio** con limaduras de hierro; frotando con un imán el tubo lleno se logrará imanarlo como si fuera una barra de hierro; mas si se agitan las limaduras de modo que se entremezclen, el magnetismo del conjunto desaparecerá.

2. Constitución de un imán. Puede suponerse que se va prosiguiendo la rotura de la aguja imanada hasta la descomposición de la masa de hierro en sus moléculas, llegándose así a considerar la barra imanada

como un conjunto de imanes moleculares, ordenadamente dispuestos con todos los polos nortes en la misma dirección (W. Weber).

Los imanes moleculares se agrupan uno tras otro formando hileras que reciben el nombre de **filetes magnéticos.** Un filete magnético presenta sólo polaridad en sus extremos, de manera que en toda su longitud está desprovisto de acción. Una barra imanada estará constituída por una

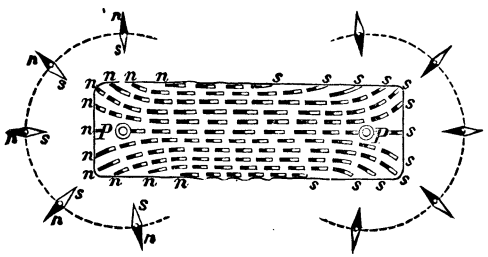


Fig. 388. — Los polos *PP* son puntos ideales.

gavilla de filetes, y como los polos adyacentes de estos filetes son del mismo nombre, en los extremos de la barra (o gavilla) se manifestará la divergencia determinada por la repulsión recíproca de los extremos de los filetes (fig. 388).

El hierro no imanado encierra, según este modo de ver, imanes moleculares agrupados sin orden alguno.

Imanar es ordenar *los imanes moleculares.*

Así se explica que con una sola barra imanada se puedan imanar tantas otras barras como se desee, sin que la primera pierda su fuerza magnética; el magnetismo de las barras que se imanan se produce a costa del **trabajo mecánico** consumido en la operación.

3. Diferencia entre las distintas clases de hierro en cuanto al magnetismo. El hierro dulce se imana y desimana con gran facilidad. En cambio, las demás clases de hierro (fundición, acero) oponen cierta resistencia a ser imanadas y conservan muy bien la imana-

ción recibida (imanes de acero-manganeso o de acero-tungsteno). Este hecho se expresa diciendo que el acero tiene más **fuerza coercitiva** que el hierro dulce.

4. Procedimientos de imanación. La imanación de una barra de acero por medio de un imán se puede llevar a cabo de distintas maneras.

a) **Por simple fricción.** Se frota repetidamente de un extremo a otro, pero siempre en el mismo sentido y con el mismo polo del imán, la barra que se desea imanar (figura 389).

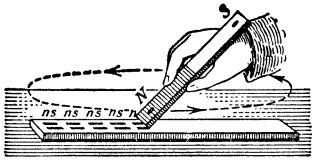


Fig. 389. — Imanación por fricción simple.

b) **Por doble fricción.** Se parte siempre de la futura zona neutra y se frota la mitad de la barra con un polo *N* y la otra mitad con un polo *S*.

c) **Por fricción circular.** Se dispone de modo que forme una curva cerrada la serie de barras (o de herraduras) que se deben imanar, y se frota el conjunto, siempre en el mismo sentido, con un imán.

d) **Como el magnetismo producido** por la fricción es muy superficial, se aplican los métodos de fricción a la imanación de láminas, y éstas se juntan después para formar un imán de hojas.

e) **El mejor medio** de obtener poderosos imanes es el empleo de **la corriente eléctrica** (§ 145-5).

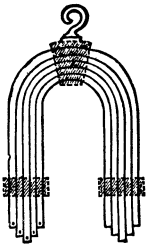


Fig. 390. Imán de hojas.

5. El magnetismo no puede crecer indefinidamente. Cualquiera que sea el procedimiento empleado, la imanación está limitada por el **punto de saturación** al cual se llega cuando todas las moléculas quedan ordenadas. Un imán puede ser considerado como bueno cuando es capaz de sostener un peso igual al suyo.

§ 127. Inducción magnética

1. La influencia que un imán ejerce sobre los objetos de hierro o acero que se le aproximan recibe el nombre de **inducción o influencia magnética.** El objeto influído se convierte en un verdadero imán con dos polos, de los cuales el más próximo es de nombre contrario al del imán permanente, y el más lejano es del mismo nombre (figura 391).

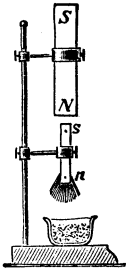


Fig. 391. Influencia magnética.

2. Experimentos.

a) Si del mismo polo de un imán se suspenden dos agujas de acero, éstas divergen por sus extremos libres, porque en ellos se forman polos del mismo nombre. Por el contrario, las agujas

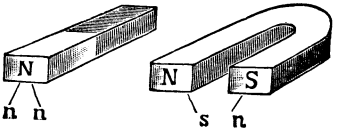


Fig. 392. — Polos debidos a la influencia.

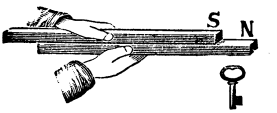


Fig. 393. La llave cae.

se atraen si están suspendidas de polos de distinto nombre (figura 392).

b) Si a un polo *N* que sostiene una llave (fig. 393) se le aproxima un polo *S*, la llave se desprende.

c) **Polos consecuentes.** Dejando durante mucho tiempo un imán de herradura en contacto con una barra imanada (fig. 394), aparecerán en los puntos de contacto dos polos secundarios (puntos consecuentes). — Los polos consecuentes pueden aparecer por haberse llevado a cabo irregularmente la imanación.

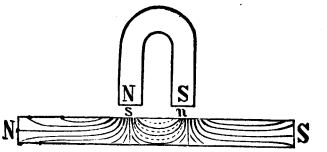


Fig. 394. - *n s*, polos consecuentes.

d) Para **aumentar la fuerza** portante de un imán en herradura, se aplica a sus polos una **armadura,** o sea una pieza de hierro dulce (fig. 395). La fuerza portante del imán «armado» es más del doble de la de un solo polo, porque la influencia crea en la armadura dos polos *n* y *s* que son fuertemente atraídos por los de nombres contrarios del imán.

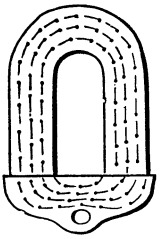


Fig. 395. Armadura.

3. En los experimentos sobre la influencia magnética es preferible el empleo del hierro dulce al del acero, porque el magnetismo en el acero es **permanente,** mientras que en el hierro dulce es **temporario** (§ 126-3). Sin embargo, en todas las clases de hierro, y en especial en las más duras, queda siempre, después de la magnetización, un poco de magnetismo. Este magnetismo **remanente** desempeña un importante papel en el funcionamiento de las máquinas dinamoeléctricas.

§ 128. Ley de Coulomb. Unidades magnéticas

1. Oscilaciones magnéticas. Una barra imanada suspendida horizontalmente se orientará en la dirección N. S. Si se la separa de la posición de equilibrio realizará, al soltarla, una serie de oscilaciones pendulares. Repitiendo el experimento en iguales condiciones con una varilla igual, pero más imanada, se repetirá el fenómeno, pero las oscilaciones serán más rápidas. Las intensidades de los polos en los dos casos serán (§ 41-4*c*) directamente proporcionales a los cuadrados de los números de oscilaciones (por unidad de tiempo):

$$m_1 : m_2 = n_1^2 : n_2^2$$

Este experimento permite referir la intensidad de los polos a la de uno tomado por unidad. No conviene que éste sea cualquiera, sino que se ha de elegir un polo que satisfaga determinadas condiciones.

2. Se toma por **polo unidad** aquel que ejerce sobre otro polo igual, colocado a la distancia de 1 centímetro, una fuerza (atractiva o repulsiva) de 1 dina ($=1/981$ g).

a) **La intensidad de los polos** de las agujas imanadas ordinarias es de 3 a 12 unidades.

b) **Un millar** de unidades de intensidad de polo recibe el nombre de **Weber.**

c) **Un polo N igual a la unidad se orienta** hacia el N. terrestre con la misma fuerza que si en la propia dirección y a 1 cm de distancia estuviera situado un polo $H = 1/5$ de unidad de polo.

3. Ley de Coulomb. Colocando un polo de intensidad m_1 a la distancia r de otro polo de intensidad m_2 se producirá una

$$\text{atracción (o repulsión)} \quad F = \frac{m_1 m_2}{r^2} \text{ dinas}$$

o sea: *la fuerza atractiva o repulsiva es directamente proporcional a las intensidades de los polos y está en razón inversa del cuadrado de la distancia.*

a) EJEMPLO: Un polo m_1 de 30 unidades y otro m_2 de 3 unidades a 10 cm de distancia se atraen o repelen con la fuerza $\frac{30 \times 3}{10^2} = 0{,}9$ dinas.

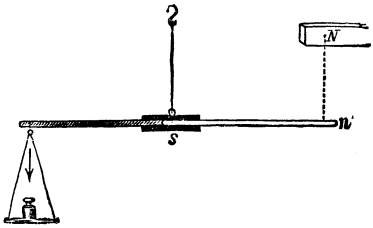


Fig. 396. — Balanza magnética.

b) **La comprobación experimental** directa es muy difícil por tener todo imán dos polos en vez de uno solo. Sin embargo, puede realizarse una comprobación aproximada uniendo **por sus extremos una varilla imanada (*n*, *s*, fig. 396) y un**

listoncito de madera, suspendiendo el conjunto por el punto de unión y equilibrando el peso por medio de taras añadidas en un platillo suspendido del extremo libre del listón de madera. Al polo n libre de la aguja se le aproximará, a la distancia vertical 1, 2, 3..., el polo N de una barra imanada muy larga (para que la acción del polo S de la misma resulte despreciable). Para restablecer el equilibrio a cada distancia de la serie, deberemos colocar en el platillo los pesos de esta otra serie:

$$a, \frac{a}{4}, \frac{a}{9} \ldots$$

4. Recibe el nombre de **momento magnético** de un imán el producto de la intensidad m de su polo por la distancia l entre ambos polos $M = ml$.

5. Se llama **magnetismo específico** k el cociente del momento magnético por el peso G del imán: $k = \frac{M}{G}$.

Su valor, en los mejores imanes, es de 40 por 1 g.

Problemas

1. **¿Qué fuerza ejerce** un polo de 10 unidades, sobre otro de 5 unidades situado a 20 centímetros del primero?— R.: 0,125 dinas.

2. **Una aguja magnética** de 9 cm de longitud presenta polos de 3,57 unidades de intensidad y pesa 4 g. ¿Dónde se encuentran los polos? ¿Cuánto vale el momento magnético? ¿Y cuánto el magnetismo específico? — R.: a 7,5 mm de los extremos; 26,8; 6,7.

§ 129. El campo magnético

1. Líneas de fuerza en el campo magnético. El espacio en que un imán deja sentir su acción se denomina **campo magnético.**

En rigor, el campo magnético es infinito, pero su intensidad, que disminuye con más rapidez que no aumenta la distancia (ley de Coulomb), pronto resulta insensible.

Los campos son unipolares, bipolares, etc., según correspondan a un solo polo, a dos, etc.

Al introducir en un campo magnético una partícula de hierro, ésta adquiere un polo *N* y un polo *S* y se comporta como un diminuto imán. Si la partícula puede girar alrededor de un punto, se comportará como una brújula minúscula y tomará una posición de equilibrio determinada por la resultante de todas las fuerzas que los polos del campo ejercen sobre los polos del pequeñísimo imán.

Espolvoreando un campo magnético con limaduras de hierro, cada limadura se orienta según la antedicha resultante y el conjunto de limaduras dibuja curvas que reciben el nombre de líneas de fuerza.

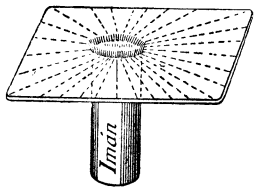


Fig. 397.—Campo unipolar.

a) **Campo unipolar.** Se coloca una hoja de papel sobre uno de los polos de un imán sostenido en posición vertical, se espolvorea el papel con limaduras de hierro y se le golpea ligeramente con objeto de vencer el rozamiento de las limaduras. Éstas se ordenan formando líneas radiales, y el borde del polo se distingue porque en él las limaduras se mantienen verticales. Como todo imán tiene dos polos, el campo observado sólo merecerá el nombre de unipolar si el otro polo se encuentra a una distancia suficientemente grande para que pueda hacerse caso omiso de su acción sobre el espacio considerado.

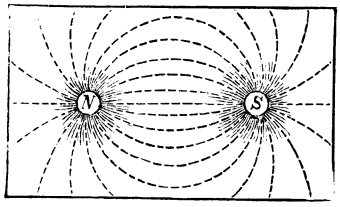


Fig. 398. — Campo bipolar con polos distintos.

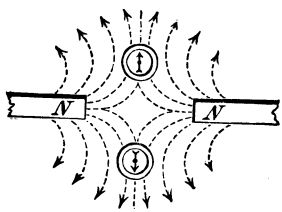


Fig. 399. — Campo bipolar con polos iguales.

b) **Campo bipolar en el caso de ser los polos de distinto nombre.** Las partículas magnéticas se agrupan en líneas curvas que parten de un polo y convergen en el otro (figura 398).

c) **Campo bipolar en el caso de ser los polos del mismo nombre.** Las líneas de fuerza se repelen (fig. 399).

d) Las figuras obtenidas reciben el nombre de **espectros magnéticos** y dan idea de la distribución de las líneas de fuerza, pero conviene observar que lo que muestran estos espectros es sólo la sección plana horizontal de los distintos campos, cuando en realidad las acciones de los polos y, por consiguiente, los campos se extienden en todas direcciones.

e) A las líneas de fuerza se les atribuye determinado **sentido:** se admite que **salen del imán por el polo norte y penetran en él por el polo sur.**

2. Para que un campo magnético quede determinado es preciso conocer:

I. La **dirección,** indicada por el polo norte de una aguja magnética pequeñísima que se coloque en cada uno de los puntos del campo.

Esta dirección coincide con la de la línea de fuerza que pasa por el mismo punto.

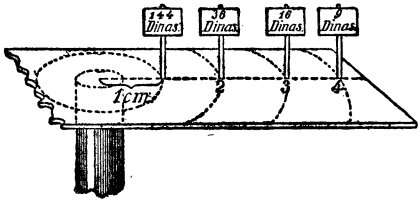


Fig. 400. — Intensidades en un campo magnético unipolar.

II. La **intensidad** es la fuerza (atracción o repulsión) que los polos del campo ejercen sobre un polo igual a la unidad situada en cada punto considerado.

En la figura 400 se indican las intensidades correspondientes a distintos puntos de un campo producido por un polo de 144 unidades.

Según **Faraday** (1852) puede medirse la intensidad de un campo por el número de líneas de fuerza que

atravesarían la superficie de 1 cm² colocada normalmente a ellas en el punto considerado.

a) En el sentido en que las líneas de fuerza se van separando, el campo magnético disminuye de intensidad.

b) Aplicando el concepto de número de líneas de fuerza al caso de la figura 400, tendremos que a las distancias

1, 2, 3, 4

los números de líneas de fuerza son respectivamente

144, 36, 16, 9

por centímetro cuadrado.

3. Acción del hierro sobre las líneas de fuerza magnética. Cuando se introduce un trozo de hierro en un campo magnético, el hierro ejerce una atracción aparente sobre las líneas de fuerza que le rodean, como si éstas hallaran más fácil camino a través de él que a través del aire.

Por el contrario, un trozo de bismuto ejerce una acción aparente inversa, como si las líneas de fuerza se propagaran con más facilidad por el aire que por el bismuto.

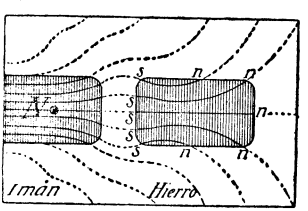


Fig. 401.
Efectos de un cuerpo magnético sobre un campo magnético.

La propiedad de encontrar las líneas de fuerza, o de darles más o menos libre paso, se designa con el nombre de **permeabilidad.** La permeabilidad del aire se toma por unidad; la permeabilidad del hierro (cuerpo **paramagnético**) es mayor que la del aire (> 1), y la del bismuto (cuerpo **diamagnético**) menor que la del aire (< 1).

§ 130. Magnetismo terrestre

1. Polos magnéticos de la Tierra (Gilbert, 1600). La dirección que toman las agujas magnéticas libre-

mente suspendidas permite considerar la Tierra como un enorme imán, cuyo polo magnético sur estuviera situado en el norte geográfico y cuyo polo norte ocupara la posición del sur geográfico.

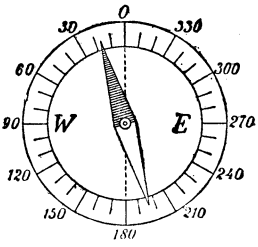


Fig. 402. — Declinación.

Los polos magnéticos no coinciden con los geográficos. El polo sur magnético (descubierto por Ross en 1831) se halla en la península Boothia Félix (latitud: 70° 30′ Norte), y el polo magnético norte se halla entre las Tierras de Wilkes y de Victoria, a los 72° 25′ de latitud Sur.

2. Recibe el nombre de **declinación** el ángulo formado por la dirección de la aguja magnética con la N. S. (meridiana geográfica).

a) **Colón** (1492) observó ya que la brújula no indicaba en todas partes la misma dirección.

b) **La dirección de la aguja magnética** en un lugar determinado recibe el nombre de meridiana magnética. **Declinación** es, pues, el ángulo formado por las meridianas magnética y geográfica.

La declinación se denomina este u oeste según que el polo norte de la aguja magnética se dirija al este o al oeste del meridiano geográfico.

c) El conocimiento de la declinación en los distintos puntos de la superficie terrestre es de altísima importancia para los navegantes. Se han construído cartas magnéticas que indican los valores de la declinación en los distintos puntos de la superficie terrestre; y con objeto de facilitar la lectura, están en ellas unidos por trazo continuo todos los puntos a que corresponde igual declinación. Las líneas de igual declinación, verdaderos meridianos magnéticos, reciben el nombre de **isógonas**, y se dirigen de norte a sur, sin coincidir con los meridianos geográficos ni presentar su regularidad geométrica (fig. 405).

3. Se denomina **inclinación** la desviación que a causa de la acción magnética terrestre sufre, con respecto a la horizontal, la posición de equilibrio de una aguja imanada, suspendida libremente por su centro de gravedad.

El aparato que permite medir la inclinación (aguja de inclinación) consiste esencialmente en un soporte que sostiene una aguja magnética suspendida por su centro de gravedad y libre para moverse alrededor de un eje horizontal, de manera análoga a la cruz de una balanza. *Colocada semejante aguja en el meridiano magnético* de un lugar, **no se mantiene horizontal,** sino que se inclina hacia abajo por el lado correspondiente al polo norte si el lugar corresponde al hemisferio boreal (*N*) y por el lado sur si el experimento se lleva a cabo en un punto del hemisferio austral (*S*).

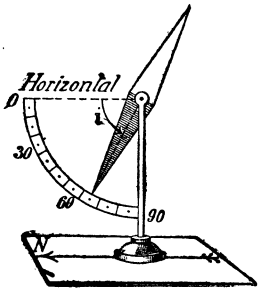


Fig. 403.- Aguja de inclinación.

La inclinación es debida a que en el hemisferio septentrional las acciones (atracción y repulsión) del polo *sur magnético* (norte geográfico) terrestre, sobre los dos polos de la aguja imanada, prevalecen sobre las acciones que el *norte magnético* terrestre (sur geográfico) ejerce sobre la misma aguja. Compárese la dirección de la aguja sobre la Tierra con las que toma una aguja imanada colocada encima de una barra, también imanada (figura 404).

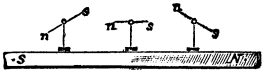


Fig. 404. — Distintos valores de la inclinación.

El ángulo formado por la aguja (colocada en el meridiano magnético) y la horizontal recibe el nombre de **inclinación.** Uniendo, en una carta magnética, por líneas continuas los puntos de igual inclinación se obtienen las líneas **isoclinas,** verdaderos paralelos magnéticos, que ni coinciden con los geográficos ni presentan su regularidad geométrica (figura 405).

En los polos magnéticos de la Tierra, la aguja de inclinación se mantiene vertical y la de declinación queda indife-

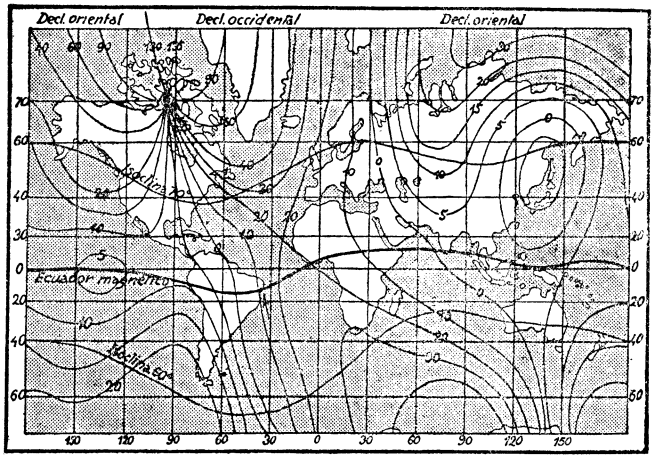


Fig. 405. — Isógonas e isoclinas terrestres.

rentemente en cualquier dirección en que se la deje. Estos hechos permiten reconocer la posición exacta de aquellos polos.

4. Constante magnética terrestre. La aguja de inclinación da la dirección de la fuerza magnética terrestre, o sea de las líneas de fuerza del campo magnético terrestre. Cuando este campo actúa sobre una aguja horizontal, se puede imaginar descompuesta su acción en dos componentes, una horizontal H y otra vertical V. Sobre las agujas de brújula ejerce acción eficaz sóio la componente horlzontal H.

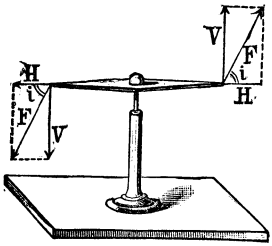


Fig. 406. — Componentes de la fuerza magnética terrestre.

Los valores H y V se suelen referir a una aguja cuyos polos sean iguales a la unidad. Si los polos son de m unidades, aquellas acciones serán m veces mayores. Se puede admitir que en números redondos $H = {}^1/_5$ dina y $V = {}^2/_5$ dina.

Tabla de constantes magnéticas terrestres

(Valores aproximados)

Lugar	Declinación a =	Inclinación i =	Componente horizontal H =
Manila. . .	1° este	16°	0,38 dinas
Madrid. . .	16° oeste	58°	0,22 »
México. . .	8° este	44°	0,33 »
Berlín . . .	10° oeste	66°	0,19 »
Viena . . .	9° »	63°	0,21 »
París . . .	15° »	65°	0,20 »
La Habana .	3° este	53°	0,31 »

El valor de V puede calcularse en cada caso por medio de esta fórmula: $V = H \times \operatorname{tg} i$.

5. Variaciones del magnetismo terrestre. La declinación en París, que en 1580 era de 11° 30′ Este, fué en 1663 igual a cero, en 1814 alcanzó el valor máximo de 22° 34′ Oeste y desde esta última fecha disminuye paulatinamente. La declinación magnética no es, pues, una constante absoluta, sino que disminuye aproximadamente 4′ por año. También la inclinación y la intensidad del magnetismo terrestre sufren variaciones: la componente horizontal experimenta en París un aumento anual de 0,0003.

Además de estas variaciones seculares, experimentan las constantes magnéticas **oscilaciones diarias** y con frecuencia **perturbaciones** extraordinarias (tempestades magnéticas): estas últimas coinciden generalmente con la aparición de auroras boreales.

La causa del magnetismo terrestre no se conoce con certeza. Pero no deja de ser verosímil su dependencia de la radiación solar.

6. Magnetismo de posición. Siendo la Tierra un imán, los objetos de hierro o de acero de su superficie se han de presentar, con el tiempo, más o menos imana-

dos, en virtud de la inducción magnética. Se ha podido notar esa imanación, debida a la posición exclusivamente, en vigas de hierro, columnas, tubos y otros objetos que han permanecido mucho tiempo fijos en el mismo sitio. Cuando el objeto ha estado vertical, en un punto del hemisferio boreal, el polo norte aparece en la base del objeto.

Ejemplo

Una aguja de acero de 20 cm de longitud y 2,4 gramos de peso está imanada y suspendida de modo que pueda girar libremente alrededor de un eje vertical (es decir, que pueda oscilar en un plano horizontal). Colocada en el campo magnético terrestre de componente horizontal $H = {}^1/_5$ dina y separándola de la posición de equilibrio, verifica, al soltarla, una serie de oscilaciones; la duración de la oscilación es de 2 segundos. Determínese:

a) el momento de inercia I de la aguja;
b) el momento de rotación $\mathcal{M}$;
c) el momento magnético M; y
d) la intensidad m de los polos.

R.: *a)* $I \frac{l^3}{12} \times \frac{p}{l} = \frac{l^2}{12} p = \frac{400}{12} \times 2{,}4 = \mathbf{80}$ (gr cm²)

b) Siendo $t = \pi \sqrt{\frac{I}{\mathcal{M}}}$ (§ 41) tendremos $\mathcal{M} = \frac{\pi^2 I}{t^2} =$

$= \text{apr.} \frac{10 \times 80}{4} = \mathbf{200}$ (cm g).

c) De $\mathcal{M} = M \times H$, sale: $M = \frac{\mathcal{M}}{H} = \mathcal{M} \times 5 = \mathbf{1000}$.

d) De $M = ml_1$ y $l_1 = 5/6\ l$ se deduce:

$$m = \frac{M}{l_1} = \frac{6}{5} \times \frac{1000}{20} = \mathbf{60} \text{ unidades.}$$

Fórmula general para las agujas magnéticas:

$$m = \frac{l\,p}{H\,t^2}$$

CAPÍTULO XV

ELECTRICIDAD POR FROTAMIENTO

(ELECTROSTÁTICA)

---

§ 131. Cuerpos electrizados. Electroscopio. Buenos y malos conductores

1. Caracteres de los cuerpos electrizados. Al frotar una barra de lacre o de ebonita con un trapo de lana o con una piel, adquiere la propiedad de atraer los cuerpos ligeros (como pedacitos de papel, ceniza, aserrín de corcho, cabellos) y rechazarlos después del contacto. Presentan también esta propiedad el **vidrio** frotado con seda, el papel seco (caliente) frotado con la palma de la mano, etc. Los cuerpos que por rozamiento han adquirido la mencionada propiedad se dice que están **electrizados**, o cargados de **electricidad.**

La electrización fué ya observada en el ámbar por los antiguos griegos; y precisamente el nombre griego del ámbar, «elektron», ha dado origen a la palabra electricidad y sus derivadas.

2. Electroscopio. Para la observación cómoda de la electrización de los cuerpos se emplea el electroscopio. Las formas principales que se han dado a este aparato son:

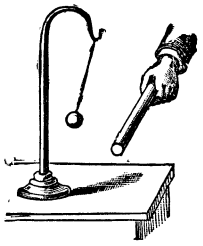


Fig. 407.
Péndulo eléctrico.

a) **El péndulo eléctrico,** que consiste en una esfera de médula de saúco o de girasol, suspendida de un hilo de seda (fig. 407).

b) **El electroscopio bifilar,** formado por una varilla de vidrio *MK* con la esferilla de médula ligera en su extremo y mantenida horizontal mediante dos hilos de seda *x, y* (figura 408).

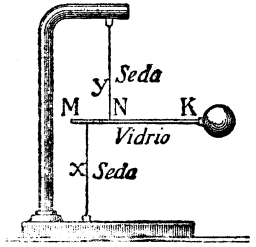


Fig. 408.
Electroscopio bifilar.

c) **El electroscopio de hojas** (figura 409), constituído por dos tiras de pan de oro (o laminillas de aluminio o recortes de seda) suspendidas de una varilla metálica *s*.

Cuando el botón *K* de la varilla se pone en contacto con un cuerpo electrizado, las hojas suspendidas divergen; pero vuelven a juntarse en cuanto se toca con el dedo aquel botón. También divergen las hojas con sólo *aproximar* al botón el cuerpo electrizado; pero la divergencia así obtenida desaparece al apartar el mencionado cuerpo. Pronto tendremos ocasión de explicar estos fenómenos.

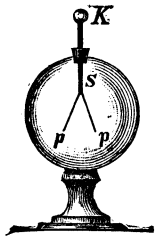


Fig. 409.
Electroscopio de panes de oro.

3. Buenos y malos conductores. Si las esferillas de dos electroscopios de hojas se enlazan mediante una barra metálica (fig. 410), y una de ellas se toca con un cuerpo electrizado, divergen a la par las hojas de ambos electroscopios. Si se toca después con el dedo una de las esferillas, se reúnen también simultánea-

mente ambos pares de hojas: *la varilla metálica conduce bien la electricidad.* Si el experimento se repite después de haber substituído la varilla metálica por una de

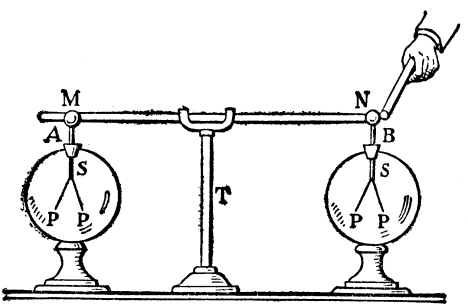


Fig. 410. — Distinción entre cuerpos aisladores y conductores.

cristal, el segundo electroscopio permanecerá insensible a todas las acciones que el primero experimente; *el cristal no da paso a la electricidad.*

Los cuerpos se pueden agrupar en dos clases: buenos conductores y malos conductores o aisladores.

Los cuerpos buenos conductores (o sencillamente **conductores**) más importantes son los metales (en especial la plata y el cobre), el grafito, el cuerpo humano, la tierra, los cuerpos húmedos (incluso el aire húmedo).

Los mejores **aisladores** son la ebonita, el vidrio, el lacre, la porcelana, la seda, el azufre, la parafina, la mica, el aire seco. Hay cuerpos, por ej., la madera, de propiedades intermedias, que no admiten su inclusión en un grupo determinado y constituyen una transición entre los conductores y los aisladores.

Los cuerpos **perfectamente aisladores para la** electricidad, lo son también para el calor.

Muchas clases de vidrio condensan **el vapor acuoso en**

su superficie y, por consiguiente, aíslan mal. En general, el **cristal** aísla mejor que el **vidrio.**

Las hojas del electroscopio dejan de divergir en cuanto se toca el botón con un dedo, porque **el cuerpo humano** da paso a la electricidad y la conduce a la Tierra.

Un **objeto metálico** sostenido con una mano no se podrá electrizar por frotamiento, porque toda la electricidad desarrollada será inmediatamente conducida al suelo; pero la electrización será posible si se sostiene el objeto mediante un mango aislador.

§ 132. Las dos clases de electricidad. Ley de Coulomb

1. Se pueden distinguir dos clases de electricidad. Cuando la esfera del electroscopio bifilar ha estado en contacto con una barra de azufre frotada, es repelida por ella y atraída, en cambio, por una barra de cristal asimismo electrizada por frotamiento. En este experimento se funda la admisión de dos clases de electricidad: la vítrea o *positiva* y la resinosa o *negativa.* Del mismo experimento se desprende que:

Electricidades del mismo nombre se repelen; electricidades de nombre contrario se atraen.

2. Ley de la electrización por frotamiento. Siempre que se frotan dos cuerpos entre sí (p. ej., lana y ebonita), uno de ellos se electriza positivamente y el otro negativamente.

Este fenómeno puede **comprobarse** aproximando los cuerpos frotados a la esfera del electroscopio bifilar, previamente cargada de electricidad de nombre determinado.

Pueden disponerse los cuerpos en una serie formada de manera que cada término se electrice negativamente cuando es frotado por uno de los que le anteceden y positivamente

al serlo por uno de los que le siguen. He aquí algunos de los términos de esa serie:

1 Piel	3 Lana	5 Metal	7 Azufre
2 Vidrio	4 Seda	6 Ebonita	8 Amalgama

3. Ley de la neutralización. Si dos electroscopios iguales se cargan con electricidades de nombre contrario de manera que las divergencias de las hojas sean iguales, al enlazar entre sí las dos esferillas por medio de una varilla de metal (convenientemente aislada de la mano) desaparecerá toda divergencia en ambos, es decir, se habrá destruído por completo la electrización. Este hecho puede expresarse así: cantidades iguales de electricidad positiva y de electricidad negativa se neutralizan.

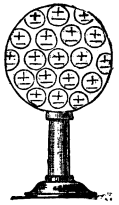


Fig. 411. Concepto de un cuerpo en estado neutro.

Cuerpos en estado neutro (Symmer, 1759). En estos hechos se funda la hipótesis de que todo cuerpo en estado neutro, es decir, sin presentar síntoma alguno de electrización, encierra cantidades iguales de ambas clases de electricidad tan íntimamente unidas, que sus efectos sobre los demás cuerpos se contrarrestan exactamente.

4. Ley de Coulomb. Si se dispone una especie de balanza formada por una varilla horizontal de vidrio o de goma laca, como una esferilla K metálica y ligera (hueca), en un extremo, y un platillo suspendido del otro extremo, se puede cargar de electricidad la esfera K y medir las repulsiones que a diferentes distancias ejerce sobre ella otra esfera cargada con electricidad de igual nombre. Se observará que: 1. Las esferas se repelen con tanta más intensidad cuanto más electrizadas están. 2. La repulsión aumenta con la aproximación.

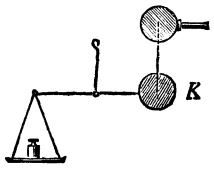


Fig. 412. Balanza eléctrica.

Experimentos y mediciones llevadas a cabo con gran pulcritud condujeron a Coulomb al establecimiento de esta ley: *Las atracciones y repulsiones aumentan con las cantidades de electricidad y están en razón inversa del cuadrado de la distancia.*

Si e_1 y e_2 son las cantidades de electricidad de que están cargados los cuerpos, r su distancia y F la fuerza de atracción o repulsión que entre ellos ejerce, tendremos:

$$\textbf{Atracción o repulsión } F \frac{e_1 e_2}{r_2} \text{ (dinas)}$$

Las cantidades e_1 y e_2 se miden tomando por unidad la cantidad de electricidad que luego definiremos. La distancia r se mide en centímetros.

5. Unidad de cantidad de electricidad. Si tomamos dos cantidades de electricidad iguales ($e_1 = e_2 = e$), la anterior fórmula dará: $e = r\sqrt{F}$; y si su magnitud se elige de tal suerte que colocadas en el aire a la distancia de 1 cm ($r = 1$) la acción recíproca sea de 1 dina ($F = 1$), tendremos $e = 1$.

Se tomará, pues, como unidad electrostática de cantidad de electricidad (unidad de carga eléctrica) la carga eléctrica que ejerza sobre otra igual, situada a 1 cm de distancia, una atracción o repulsión igual a 1 dina.

El espacio comprendido entre ambas masas eléctricas debe estar ocupado por el aire y no por otro cuerpo aislador, pues la intensidad de la fuerza atractiva o repulsiva de ambas masas depende de la naturaleza del *dieléctrico* (cuerpo aislador que las separa).

El múltiplo 3×10^9 de la anterior unidad recibe el nombre de *culombio* (o *coulomb*).

1 culombio = 3×10^9 unidades electrostáticas

§ 133. Densidad. Tensión. Capacidad

1. Para cargar de electricidad un cuerpo **conductor** es preciso sostenerlo mediante un mango o pie aislador.

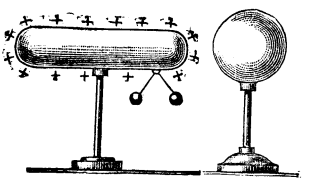


Fig. 413.
Electrización de un conductor.

Para hacer perceptible la electrización de un conductor se puede fijar en uno de sus puntos un doble péndulo eléctrico, consistente en dos esferillas de médula de saúco suspendidas de cortos hilos metálicos. Cuando el conductor está electrizado, las dos esferillas quedan cargadas de electricidad del mismo signo y, por consiguiente, se repelen.

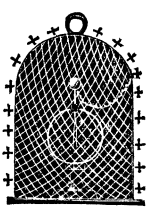


Fig. 414.
La electrización es superficial.

2. La electrización de los cuerpos conductores es siempre superficial.

COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL. Un electroscopio cualquiera situado en el interior de una jaula de tela metálica y enlazado metálicamente con la misma no presenta síntoma alguno de electrización aun cuando la jaula esté fuertemente electrizada (experimento de Faraday).

3. Se entiende por **densidad eléctrica** la cantidad de electricidad correspondiente a la unidad de superficie (1 cm^2) del cuerpo electrizado.

a) **Una esfera metálica electrizada** presenta la misma densidad eléctrica en todos los puntos de su superficie. En un conductor curvado, la máxima densidad reside en el punto de máxima curvatura.

COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL. Las densidades corres-

pondientes a los distintos puntos pueden observarse tocándolos con una esferilla metálica aislada o mejor con un disco metálico, de 1 cm² de superficie, aislado *(plano de prueba)*, y aplicando después de cada contacto la esferilla o el plano de prueba a un electroscopio.

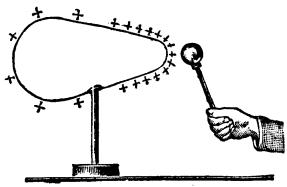


Fig. 415.
A la máxima curvatura corresponde la máxima densidad.

b) En las puntas, la densidad eléctrica se eleva de un modo extraordinario, hasta el punto de que la carga eléctrica pasa al aire próximo a ellas, y el aire electrizado es repelido, determinando la producción del **viento eléctrico** (acción de las puntas).

4. Cuando dos conductores aislados comunican entre sí mediante un hilo metálico, la electrización recibida por uno de ellos se transmite por el hilo al otro y ambos quedan electrizados. La repartición de las cantidades de electricidad entre ambos conductores es independiente de la posición de los puntos a que están aplicados los extremos del alambre. El equilibrio eléctrico entre los dos cuerpos no depende, por consiguiente, de la densidad del punto tocado por el extremo del alambre, sino de otra propiedad cuya magnitud es la misma para todos los puntos de un cuerpo electrizado y que se denomina **potencial o voltaje** (y con más frecuencia, aunque impropiamente, **tensión**).

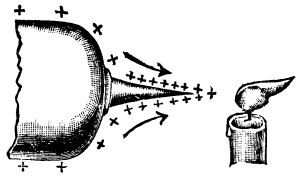


Fig. 416. — Viento eléctrico.

Todos los puntos (interiores y exteriores) de un cuerpo metálico electrizado tienen la misma tensión. — A un cuerpo electrizado le corresponde una tensión determinada.

Dos conductores electrizados y en comunicación metálica poseen igual tensión.

Compárense estos hechos con la tensión de los gases contenidos en dos recipientes que comuniquen entre sí mediante un tubo.

La unidad de tensión es el **voltio** (o **volt**); así se llama la tensión que adquiere una esfera de radio igual a 1 centímetro cuando se carga con 1/300 de unidad electrostática (fig. 418).

La tensión o voltaje se puede medir con un **electrómetro**, o sea un electroscopio en el que las desviaciones se aprecian mediante una escala graduada en voltios (figura 417).

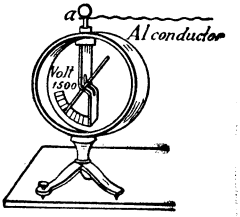


Fig. 417.
Electrómetro de Braun.

5. Capacidad. Para producir la tensión de 1 voltio se necesita dar a un cuerpo una carga tanto mayor cuanto mayores son sus dimensiones. La carga eléctrica que es necesario dar a un cuerpo para producir en él la tensión de un voltio recibe el nombre de **capacidad eléctrica** de dicho cuerpo.

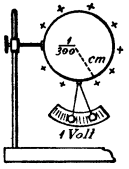


Fig. 418.
Unidad de potencial.

a) **La capacidad de la esfera de 1 cm de radio** es de $\frac{1}{300}$ de unidad electrostática de carga eléctrica: es preciso cargar la esfera de 1 centímetro de radio con $\frac{1}{300}$ de unidad de carga eléctrica para obtener el potencial de 1 voltio.

b) **La esfera de radio igual a *r* cm** posee una capacidad *r* veces mayor que la esfera de radio igual a 1 cm. Para producir 1 voltio de tensión en una esfera de radio igual a 1 m será preciso darle una carga de $100 \times \frac{1}{300}$ unidades

electrostáticas. Para comunicar la tensión de un voltio a la esfera terrestre se necesitarán $6370 \times 1000 \times 100 \times \frac{1}{300} =$ unos 2 millones de unidades electrostáticas, o sea $\frac{2}{3000}$ culombios.

c) **La capacidad de un culombio** recibe el nombre de **faradio.** Se puede decir, pues, que la capacidad de la Tierra es de $\frac{2}{3000}$ faradios, o bien de $\frac{2}{3000} \times 1$ millón de microfaradios = 667 microfaradios.

COMPARACIÓN: Cuanto más aire se inyecta en un neumático de bicicleta, mayor es la tensión lograda. Cuanto más pequeño es un neumático, menor cantidad de aire se debe inyectar en él para producir una tensión determinada.

Si la capacidad de un cuerpo es C, será preciso cargarlo con C unidades de cantidad para comunicarle la tensión de 1 voltio. Por consiguiente, si se trata de comunicarle la tensión de V voltios, la carga eléctrica necesaria será:

$$\text{Cantidad de electricidad } E = V\,C$$

EJEMPLO: La capacidad de una esfera de 5 cm de radio es de $5 \times \frac{1}{300}$ unidades electrostáticas de carga. Con esta cantidad adquiriría un potencial de 1 voltio; si su voltaje es de 30 000 voltios, la carga eléctrica que posee es de

$$30\,000 \times 5 \times \frac{1}{300} = 500 \text{ unidades electrostáticas.}$$

§ 134. Influencia eléctrica

1. La acción ejercida por un conducto electrizado sobre un cuerpo próximo en estado neutro, recibe el nombre de **influencia.** El cuerpo neutro aparece cargado de electricidad de nombre contrario a la del cuerpo

influyente, en la porción más próxima al mismo, y de electricidad del mismo nombre en la zona más lejana.

EXPERIMENTOS. Sobre una esfera metálica electrizada y separado de ella por una capa de aire y un disco de cristal, se coloca un cilindro metálico en estado neutro, provisto de tres pendulillos *a*, *b* y *c* (fig. 419).

a) Mientras la esfera y el cilindro están aislados, divergen los péndulos *a* y *c*, manteniéndose *b* en contacto con el cilindro. Aproximando una barra de ebonita electrizada se reconocerá que la electrización de *a* es negativa (contraria a la de la esfera influyente) y la de *c* positiva. *La esfera atrae la electricidad de nombre contrario y repele la del mismo nombre que la suya,* separando así las electricidades del cuerpo neutro.

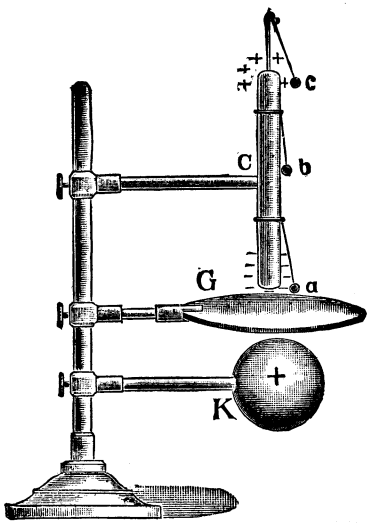


Fig. 419. — Influencia eléctrica.

b) Tocando cualquier punto del cilindro con un dedo, el péndulo *c* deja de divergir. La electricidad positiva ha pasado a la Tierra y sólo el extremo *a* del cuerpo influído ha quedado cargado de electricidad de nombre contrario a la del cuerpo electrizado influyente.

Si entonces se separa el dedo del cuerpo influído y se toca el cuerpo influyente, éste (la esfera) se descarga; la electricidad negativa del extremo *a* del cilindro se reparte por toda la superficie de este cuerpo y divergen los tres péndulos, cargados todos ellos de electricidad negativa.

2. Carga del electroscopio.

a) **Carga de igual nombre que la del cuerpo electrizado.** Si se desea, p. ej., cargar las hojas del elec-

troscopio con electricidad positiva mediante una barra de vidrio electrizada por frotamiento, se tocará con dicha barra el botón del electroscopio, y las hojas divergirán a causa de la electricidad positiva recibida.

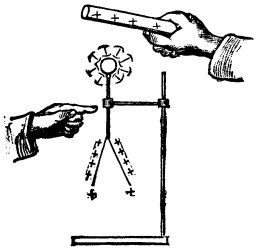


Fig. 420.
Carga del electroscopio.

Se expresa de ordinario el hecho diciendo que la electricidad positiva del vidrio ha pasado al electroscopio, mas es mejor admitir que la electricidad positiva de la barra ha sido neutralizada por una cantidad igual de electricidad negativa del electroscopio y éste ha quedado cargado con la electricidad positiva que la descomposición por influencia de sus electricidades ha dejado libre.

b) **Carga de nombre contrario.** Se mantiene la barra electrizada próxima al botón del electroscopio, y la influencia determina la descomposición de las electricidades en el conjunto metálico del aparato. El botón se carga de electricidad negativa (figura 420) y las hojas de electricidad positiva. Al tocar por un momento el botón o la varilla con un dedo, la electricidad positiva pasa al suelo y las hojas dejan de divergir. Pero en cuanto se aparta la barra de vidrio electrizada, la electricidad negativa del botón pasa en parte a las hojas y éstas divergen a causa de la carga negativa que reciben.

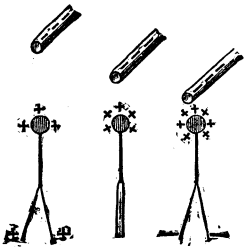


Fig. 421. — Ensayo con el electroscopio.

3. Manera de comportarse el electroscopio cargado.

a) Cuando a un electroscopio cargado se le apro-

xima un cuerpo electrizado con electricidad del mismo nombre, la divergencia de las hojas o de los péndulos aumenta.

EXPLICACIÓN: El cuerpo electrizado ejerce su influencia sobre el electroscopio atrayendo electricidad de nombre contrario hacia el botón y enviando a las hojas electricidad del mismo nombre que la que ya poseen.

b) Cuando, por el contrario, se aproxima al electroscopio, previamente electrizado, un cuerpo cargado de electricidad de distinto nombre, la divergencia de las hojas disminuye. Reduciendo suficientemente la distancia, la divergencia se anula, y si todavía aumenta la aproximación, la divergencia vuelve a aparecer.

EXPLICACION: El cuerpo que se aproxima atrae hacia el botón toda la electricidad de nombre contrario que el electroscopio poseía. En el momento en que las hojas quedan en estado neutro, su divergencia cesa, para volver a aparecer cuando, habiéndose acercado más el cuerpo al botón, la influencia carga las hojas con electricidad de nombre igual a la del cuerpo electrizado.

Por la influencia se explica el hecho de que baste aproximar el cuerpo electrizado a un electroscopio descargado para determinar la divergencia de sus hojas (§ 131-2).

§ 135. Electróforo

1. El electróforo de Volta (1790) consta de tres partes principales:

a) **la torta** de resina (o mejor, la placa de ebonita);
b) **el platillo,** o disco de metal, sostenido por un mango aislador;
c) **la armadura** metálica (hoja de estaño) colocada debajo de la torta.

2. Manipulación. Frotándola con lana o con una piel de gato, se electriza negativamente la cara superior de la torta.

Colocando entonces el platillo sobre la torta, la influencia electriza positivamente la cara inferior del platillo y negativamente la superior.

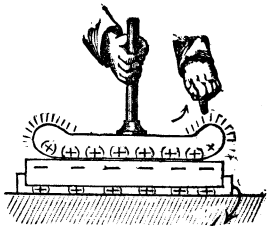


Fig. 422. — Electróforo.

Aproximando el dedo al platillo, la electricidad negativa pasa al suelo. Se percibe, al efectuar esta operación, un ligero chasquido y el salto de una chispa entre el platillo y el dedo.

Separando, por fin, el platillo de la torta, queda aquél electrizado positivamente y puede descargarse sobre otro cuerpo conductor. En el momento de la descarga saltará una chispa.

a) Para repetir la electrización del platillo no hay necesidad de volver a frotar la torta, pues ésta conserva su primitiva electrización. La electrización del platillo se obtiene a costa del **trabajo mecánico** consumido.

b) La **armadura** o lámina metálica situada debajo de la torta contribuye a que ésta no pierda su electrización. Dicha lámina queda cargada, por influencia, de electricidad positiva que retiene la electricidad negativa de la torta.

§ 136. Máquinas eléctricas de frotamiento

1. Las máquinas eléctricas de frotamiento se fundan en que cuando dos cuerpos frotan entre sí (por ejemplo, vidrio y metal), uno de ellos se electriza positivamente y el otro negativamente.

Consisten, esencialmente, en:

a) **un disco de vidrio** (bien seco) giratorio;

b) **un par de almohadillas** *R* (fig. 423) destinadas a la frotación; se embadurnan con amalgama de estaño o con oro musivo (bisulfuro de estaño);

c) **un peine metálico** *S* u horquilla metálica que abraza

el disco de vidrio y está provista de puntas dirigidas hacia adentro;

d) **dos conductores,** *A* y *B*, enlazados el uno con el peine y el otro con las almohadillas.

2. Funcionamiento. Al girar el disco frotan las almohadillas con el vidrio; éste se electriza positivamente mientras aquéllas, y el conductor *B* a ellas enlazado, se cargan de electricidad negativa.

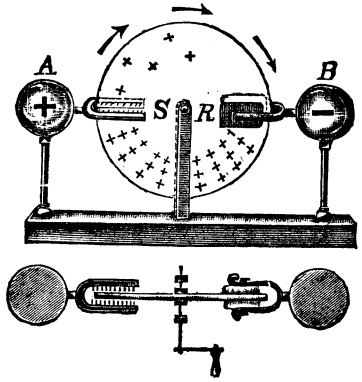


Fig. 423. — Máquina eléctrica de frotamiento.

Al llegar la electricidad positiva del vidrio al punto abrazado por el peine, éste se electriza por influencia; el conductor *A*, que con él comunica, se electriza positivamente, y la electricidad negativa escapa por las puntas y llega al disco a neutralizar la electrización positiva del mismo.

La electrización del conductor *A* y del conductor *B* tiene un límite que se alcanza cuando la tensión de *A* y la de *B* son respectivamente iguales a las que por el rozamiento adquieren el disco y las almohadillas.

HISTORIA: La máquina eléctrica de rozamiento fué inventada por Guericke (1653). La forma primitiva fué la de una esfera de azufre que giraba alrededor de uno de sus diámetros y se frotaba con la mano.

§ 137. Ley de la diferencia de tensión

1. Si el conductor *A* está cargado a la tensión de +12000 voltios y el conductor *B* a la de +3000 vol-

tios, la diferencia de tensión entre ambos conductores es de 12 000 — 3000 = 9000 voltios.

2. La electricidad positiva tiende a pasar del cuerpo electrizado a voltaje mayor al cuerpo electrizado a menor voltaje. El tránsito de la electricidad de uno a otro cuerpo cesa cuando ambos poseen el mismo potencial.

COMPARACIÓN: Cuando abrimos la puerta de comunicación entre dos habitaciones, una caliente y otra fría, el calor pasa de aquélla a ésta, y cesa el transporte del calor cuando ambas habitaciones están a igual temperatura.

3. Una **máquina eléctrica** sólo produce electricidad hasta que se ha alcanzado una diferencia de tensión característica y determinada.

EJEMPLO: Si se frota una barra de ebonita con un trapo de lana, éste adquiere la tensión de —15 000, y aquélla la de +15 000 voltios. Alcanzadas estas tensiones, todo frotamiento ulterior queda sin efecto.

4. La diferencia de tensión que puede dar una máquina determinada es una cantidad constante.

EJEMPLO: Si la diferencia de tensión de una máquina eléctrica es de 50 000 voltios, tendremos:

a) Cuando el conductor *B* se mantenga a cero voltios (enlazándolo con la Tierra), la tensión *A* será de +50 000 voltios.

b) Cuando la tensión de *B* sea de —25 000 voltios, la de *A* será de +25 000 voltios.

c) Si la tensión de A se mantiene nula, la que *B* adquirirá será de —50 000 voltios.

COMPARACIÓN: Si la diferencia de niveles del agua en dos depósitos es de 5 m, la fuerza con que tenderá a pasar el agua del nivel superior al inferior será la misma cuando las alturas sobre el nivel del suelo sean de 10 m y 15 m o de 15 y 20, o de 100 y 105.

Una máquina electrostática es tanto mejor cuanto **mayor es la diferencia de tensión que puede producir.**

§ 138. Condensadores

1. Reciben el nombre de **condensadores** los aparatos destinados a almacenar grandes cantidades de electricidad. Consisten en dos conductores enfrentados y separados por una capa aisladora (aire, vidrio, ebonita, mica), que se denomina **dieléctrico.** La forma más común de los condensadores es la de botella de Leyden (Musschenbroek, 1746).

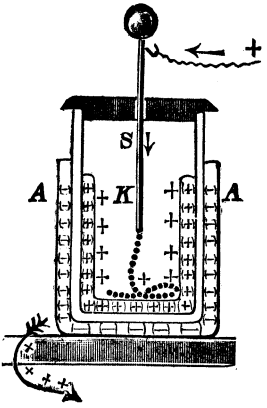


Fig. 424.
Botella de Leyden.

2. La botella de Leyden es una vasija de cristal revestida interior y exteriormente y hasta los $^2/_3$ de su altura por papel de **estaño;** estas cubiertas metálicas reciben el nombre de **armaduras.** La armadura interior comunica, por medio de una cadena metálica, con la varilla metálica *S* que atraviesa el tapón aislador de la botella y termina exteriormente en una esfera (fig. 424).

Se carga la botella poniendo una de las armaduras en comunicación con uno de los conductores de una máquina eléctrica y la otra con la Tierra o con el otro conductor de la misma máquina. Se **descarga** bruscamente poniendo en comunicación ambas armaduras entre sí.

EXPLICACIÓN: Para darnos cuenta de la manera como se realiza la carga, imaginemos separada de la botella la armadura exterior. Al enlazar la interna con la máquina, recibirá la carga eléctrica (positiva) suficiente para que

su voltaje sea el del conductor (positivo) con que se ha puesto en comunicación. Pero desde el momento en que se ponga en su sitio la armadura externa, la influencia que la carga de la armadura interna ejercerá sobre ella la **cargará de electricidad de nombre contrario** (negativa), que retendrá la electricidad positiva de la armadura interna influyente. **La tensión** de ésta **disminuirá** y, por consiguiente, podrá recibir del conductor de la máquina eléctrica **más** electricidad positiva. Así recibe la armadura interna, además de la cantidad de electricidad libre capaz de elevar su tensión hasta igualar la de la máquina, otra cantidad de **cien a cien mil veces mayor que aquélla y retenida** por una cantidad igual de electricidad de nombre contrario, existente en la armadura externa.

Una batería está constituída por botellas de Leyden con todas las armaduras interiores enlazadas entre sí e igualmente todas las exteriores.

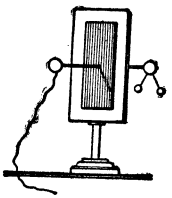


Fig. 425 — Cuadro de Franklin.

3. Otras formas de condensador. El cuadro de Franklin es una lámina de cristal con armaduras de papel de estaño.

El condensador de hojas consiste en una serie de hojas de papel de estaño, separadas entre sí por placas de mica u hojas de papel parafinado. **El condensador de lámina de aire** está formado por dos platillos metálicos, separados por una capa de aire.

4. La capacidad de un condensador es tanto más grande cuanto mayor es la superficie de las armaduras y menor su distancia, y depende, además, de la naturaleza del dieléctrico. Por ejemplo, en igualdad de superficie, la capacidad de un condensador de lámina de aire de 1 cm de espesor es la misma que la de otro de lámina de vidrio de 4 cm de espesor. Se expresa este hecho diciendo que la constante dieléctrica del vidrio es 4.

Constante dieléctrica del

Aire	Goma laca	Ebonita	Vidrio	Cristal	Mica
1	2,8 a 3,7	2 a 3	4 a 7	hasta 10	4 a 8

a) **Un cuadro de Franklin** (o una botella de Leyden) con una superficie de armadura de O cm² y un espesor de d cm y constante dieléctrica k, tiene una capacidad

$$C = \frac{k\,O}{4\,\pi\,d \times 900\,000} \text{ microfaradios.}$$

b) **Un cable** de l Km de longitud y cuya cubierta aisladora tiene los radios R y r, posee una capacidad:

$$C = \frac{0{,}08 \times l}{\log R - \log r} \text{ microfaradios.}$$

§ 139. Máquinas eléctricas de influencia

1. La máquina eléctrica de influencia (Töpler, 1865; Holtz, 1865) tiene dos discos, uno fijo y otro giratorio. El disco fijo está provisto, en dos regiones diametralmente opuestas, de armaduras de papel situadas junto al borde de unas ventanillas y terminadas en puntas que asoman por ellas.

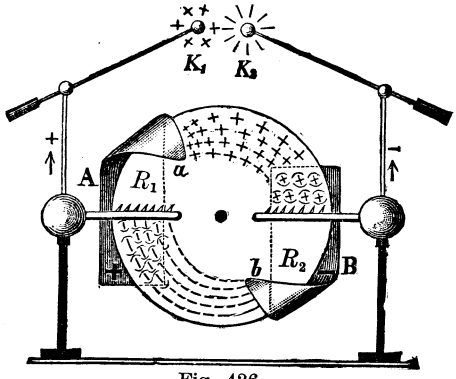


Fig. 426.
Esquema de una máquina de influencia.

Frente a cada punta del papel se encuentra, delante del disco móvil, un peine metálico enlazado con un

conductor. Para hacer funcionar la máquina se carga de electricidad una de las armaduras y se hace girar el disco.

2. Para explicar los fenómenos que se verifican durante el **funcionamiento,** nos referiremos al esquema de la figura 426, en el que A y B representan las armaduras de papel y R_1 y R_2 los peines.

Si es la armadura A la que ha recibido una carga positiva inicial, ocurrirá lo siguiente:

a) *Después de media vuelta del disco (en sentido contrario al de las agujas de un reloj) la armadura B se habrá cargado de electricidad negativa.*

DEMOSTRACIÓN. La armadura positiva A ejerce influencia, a través del disco, sobre el peine R_1 (el de la izquierda); el conductor K_1 se carga de electricidad positiva, y la negativa, atraída por A, escapa por las puntas de R_1 y pasa al disco móvil. Este traslada la electricidad negativa a la proximidad de la punta de la armadura B y por la influencia, electrizándose B negativamente, la electricidad positiva escapa por la punta de papel y pasa a neutralizar la electricidad negativa del disco.

b) *Al terminar otra media vuelta del disco (en el mismo sentido que la anterior) aumenta la carga positiva de la armadura A.*

DEMOSTRACIÓN. La armadura B, que en *a)* ha quedado cargada negativamente, ejerce su influencia sobre el peine R_2 (el de la derecha) y, merced a esta acción, el conductor K_2 se carga negativamente, y las secciones del disco de vidrio que sucesivamente van pasando por delante de aquel peine reciben la electricidad positiva que escapa por las puntas. El vidrio, electrizado positivamente, llega a la punta a de la armadura A: ésta, por influencia, se carga de electricidad positiva (que se suma a la ya existente), y la electricidad negativa escapa por a y pasa al disco, a neutralizar su electrización positiva.

c) *Prosiguiendo la rotación, aumenta más y más la electrización de ambas armaduras* y, por consiguiente, la influencia que ejercen sobre los peines respectivos. La diferencia de tensión entre K_1 y K_2 va aumentando, hasta alcanzar un

valor capaz de determinar la descarga o neutralización a través del aire, fenómeno que se presenta en forma de chispa eléctrica.

Máquinas medianamente buenas permiten cargar K_1 a +40 000 voltios y K_2 a —40 000 voltios, y producir, por lo tanto, entre ambos conductores una diferencia de tensión de 80 000 voltios, diferencia que corresponde a una longitud de chispa de unos 8 centímetros.

3. Accesorios. Para obtener chispas intensas se enlazan los conductores K_1 y K_2 a las armaduras internas de dos condensadores cuyas armaduras externas están enlazadas entre sí: las chispas se hacen así menos frecuentes, pero de mayor intensidad.

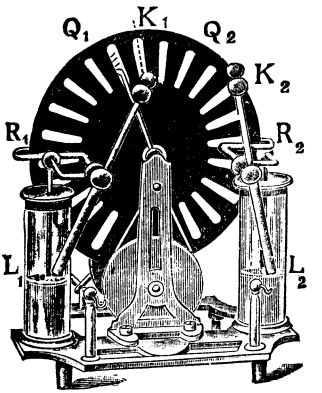


Fig. 427.—Máquina de influencia de Wimshurst, que se ceba automáticamente.

4. Hay máquinas de influencia que se ceban por sí solas. En ellas hay dos discos de ebonita (o de cristal barnizado con goma laca) que giran en sentidos opuestos y están provistos de sectores de estaño. Delante de cada disco existe una varilla diametral con escobillas metálicas en sus extremos, las cuales, durante el movimiento, rozan sucesivamente con todos los sectores.

FUNCIONAMIENTO. La figura 428 representa, vistas por encima, las mitades superiores de ambos discos *S* y *T*, provistos de los sectores *ss* y *tt*, y las correspondientes mitades de las varillas transversales Q_1 y Q_2 con los pinceles metálicos p_1 y p_2. Cuando los discos giran en sentidos opuestos, y por cualquier causa (rozamiento u otra), p_1 adquiere una ligerísima carga negativa y el sector subyacente una ligerísima carga positiva, al llegar ese sector *s* a situarse frente

a la escobilla p_2 ejercerá sobre ella su influencia, cargándose de electricidad negativa el sector subyacente a p_2; este sector, *t*, llegará a su vez a situarse frente a la escobilla p_1, y cargará, por influencia, de electricidad positiva los sectores *s* que pasen por debajo de p_1. Prosiguiendo sin interrupción esa serie de fenómenos, se electrizan a cada ins-

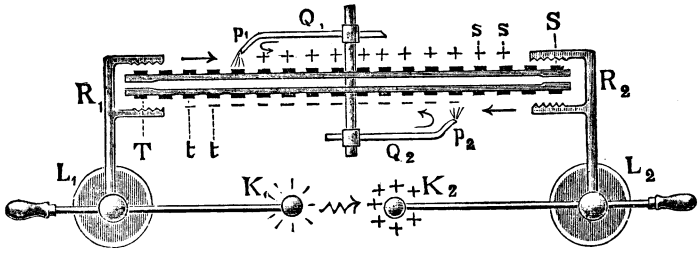


Fig. 428. — Planta esquemática de la máquina de Wimshurst.

tante con más intensidad los sectores de ambos discos. Al llegar los sectores electrizados al espacio abrazado por uno de los peines, R_1 y R_2 ejercen la acción ya conocida, que tiene por consecuencia cargar los conductores K_1 y K_2 con electricidades de nombres contrarios.

OBSERVACIÓN. Cuando estas máquinas no están provistas de sectores metálicos, no se ceban automáticamente; basta, empero, para iniciar el funcionamiento, rozar ligeramente uno de los discos con los dedos.

§ 140. Efectos de la descarga eléctrica

1. Efectos luminosos. *a)* Cuando dos conductores *igualan sus tensiones* a través de una capa de aire, se percibe la producción de una *chispa eléctrica*, trazo de luz acompañado de un chasquido más o menos fuerte. La distancia a que salta la chispa recibe el nombre de **distancia explosiva** y depende de la diferencia de tensión entre ambos conductores; a 1000 voltios corresponde en el aire una distancia explosiva de 1 mm aproximadamente.

La chispa es rectilínea para cortas distancias; curvilínea y ramificada para distancias explosivas de algunos centímetros. Su **espesor y brillo** dependen de la cantidad de electricidad puesta en juego; por lo tanto, las chispas más intensas se obtienen por la descarga de condensadores. El **color** de la chispa depende de la naturaleza del aire o gas a cuyo través salta y de la de los conductores entre los cuales se produce; los conductores de cobre, por ejemplo, dan a la chispa color verde.

b) Cuando los conductores, aunque próximos, están colocados a distancia mayor que la explosiva, la chispa deja de formarse, pero ocurre a través del aire una **descarga silenciosa;** ésta se percibe en la obscuridad por la aparición de una aureola violácea.

El conductor cargado a mayor tensión aparece adornado con penachos luminosos: el de menor tensión aparece salpicado de puntos (estrellitas) luminosos.

c) En los gases enrarecidos **(tubos de Geissler)** la descarga se obtiene con una distancia explosiva mucho mayor que en el aire ordinario; pero en lugar de chispa, aparece una luminosidad que llena el tubo y presenta un color dependiente de la naturaleza del gas. (Aplicación al análisis espectral, § 92-6.)

2. Atracciones y repulsiones.

a) La esferilla de un péndulo situada entre un conductor cargado de electricidad y otro que comunica con el suelo, va y viene de uno a otro (campanario eléctrico, figura 429).

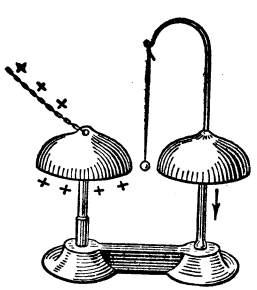


Fig. 429.
Campanario eléctrico.

b) Un péndulo doble, situado sobre un conductor electrizado, manifiesta este estado por la repulsión de las esferas.

c) Un pedacito de papel que se deje caer sobre un conductor electrizado es repelido después del contacto.

3. Acción de las puntas.

a) Si frente al conductor *A* de una máquina eléctrica se coloca una punta enlazada a otro conductor *B* próximo a un tercero *C* enlazado al suelo, al girar el disco de la máquina se percibirá una serie de chispas entre *B* y *C* (fig. 430).

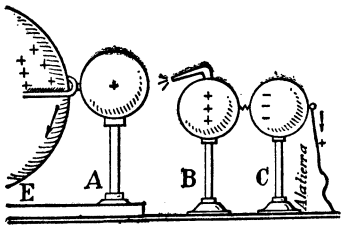


Fig. 430. — Acción de las puntas.

b) La punta del conductor *B* puede substituirse por una llama (de un cabo de vela): la llama actúa como un conjunto de finísimas puntas.

c) Una botella de Leyden con un cabo de vela encendido, fijado al botón y, con la armadura externa en comunicación con el suelo, puede cargarse desde lejos con una máquina eléctrica.

d) La electricidad que escapa por las puntas del molinete eléctrico (fig. 431) carga las moléculas del aire ambiente; éstas son repelidas por las puntas metálicas cargadas con electricidad del mismo signo y la reacción imprime un movimiento de rotación al molinete (viento eléctrico).

Fig. 431. Molinete eléctrico.

e) ¿Por qué los conductores metálicos de las máquinas de frotamiento y de influencia deben estar perfectamente bruñidos?

4. Acciones térmicas.

a) El éter que impregna un copo de algodón en rama, el gas que sale de un mechero, pueden ser inflamados por la chispa eléctrica. (Aplicación a los motores de gas, párrafo 123 B-1.)

b) Cuando una batería de botellas de Leyden se descarga a través de un montón de pólvora, ésta se desparrama sin inflamarse. Se logra la inflamación intercalando una cuerda mojada (cuerpo mediano conductor) en el circuito de descarga; de esa manera, la descarga se prolonga (deja de ser instantánea) y la pólvora tiene tiempo de inflamarse.

5. Influencia.

Las hojas del electroscopio divergen cuando se aproxima un cuerpo electrizado, y cuando éste se aparta dejan de divergir.

6. Acciones magnéticas.

Cuando una descarga eléctrica atraviesa un alambre arrollado a una aguja de acero, ésta se imana.

7. Acciones químicas.

a) Las descargas eléctricas (especialmente las silenciosas) convierten el oxígeno del aire en ozono.

b) Cuando la descarga atraviesa un papel impregnado de una solución de yoduro potásico y de engrudo de almidón, éste es teñido de azul por el yodo separado del potasio por la descarga.

8. Acciones mecánicas.

La chispa eléctrica agujerea el cartón; el orificio presenta rebordes por ambas caras. También puede taladrar el cristal y la porcelana si la diferencia de tensiones es suficiente; pero es mucho más frecuente la rotura que la perforación.

9. Acciones fisiológicas.

a) Cuando una persona colocada sobre un taburete aislado se pone en contacto con el conductor de una máquina eléctrica, se carga de electricidad y es posible hacer saltar chispas de su cuerpo como de otro conductor electrizado cualquiera (fig. 432).

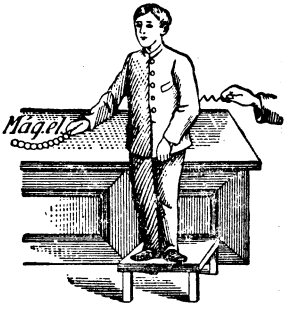


Fig. 432.—Persona electrizada.

b) Las descargas eléctricas a través del cuerpo humano producen contracciones musculares más o menos dolorosas, según sea la descarga más o menos intensa. Si la intensidad traspasa ciertos límites, sus efectos pueden ser peligrosísimos y aun mortales.

§ 141. Tempestades y pararrayos

1. El aire atmosférico está, de ordinario, electrizado positivamente, lo mismo en verano que en invierno. Las descargas entre el aire y el suelo no son generalmente posibles, por ser el aire un cuerpo aislador.—Las auroras boreales y el fuego de San Telmo se consideran como aspectos de la descarga silenciosa de las capas atmosféricas.

2. Origen del rayo. Con frecuencia, las nubes se encuentran cargadas de enormes cantidades de electricidad. El origen del fenómeno no está completamente explicado todavía. Las nubes electrizadas ejercen su influencia sobre la Tierra, la cual, en la región próxima a la nube, se carga de electricidad de nombre contrario, y entre nube y suelo se verifica de vez en cuando una descarga en forma de chispa de gran longitud (fig. 433), que rompe las capas de aire aislador y cuantos otros cuerpos aisladores halla a su paso: esta chispa es el **rayo,** y el ruido que la acompaña es el **trueno.** La descarga puede ocurrir también entre dos nubes a distinta tensión; la chispa recibe entonces el nombre de relámpago.

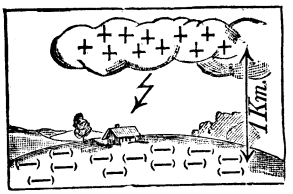


Fig. 433.—Descarga eléctrica entre una nube y la tierra.

a) **Benjamín Franklin,** en 1752, con su célebre experimento de la cometa enviada a una nube tempestuosa, descubrió que las tempestades eran fenómenos eléctricos.

b) **Cabe distinguir tres formas principales de rayos:** 1: los *lineales* o en zigzag aparente (en realidad curvilíneos y más o menos ramificados, § 140-1), que vienen a ser colosales ampliaciones de las chispas de laboratorio; 2: los *difu-*

sos, que se manifiestan apareciendo luminosa toda la nube; 3: los *globulares*, mucho más raros que los anteriores, en forma de esferas o globos de fuego, que corren por el suelo y desaparecen con explosión o sin ella.

c) **Del tiempo transcurrido** entre la percepción del relámpago y la del trueno, se puede deducir la distancia a que la tempestad se desencadena: cada segundo corresponde a $^1/_3$ Km, puesto que la velocidad del sonido es de unos 333 m por segundo.

3. Los efectos del rayo son los correspondientes a una poderosísima chispa eléctrica; así se observan efectos mecánicos, térmicos, químicos, magnéticos, etc.

a) Los edificios se hallan tanto más expuestos a los efectos del rayo cuanto más sobresalen de los objetos cercanos y mejor comunican con la Tierra.

b) El rayo tiende a saltar de unas a otras piezas metálicas (vigas, columnas, cerrojos, etc.) a través de los aisladores que las separan (ladrillo, madera, piedra, etc.).

c) Las personas alcanzadas por el rayo, si no mueren en el acto, quedan aturdidas o paralizadas.

d) Por influencia o por otras causas el rayo puede producir acciones secundarias **(choque de retroceso)** a su alrededor.

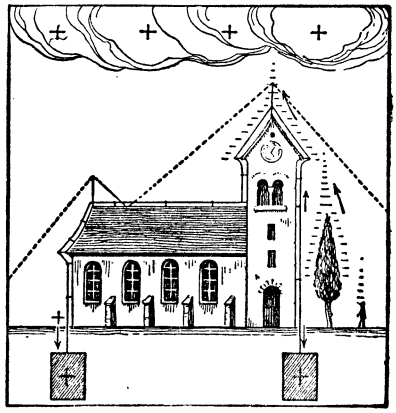


Fig. 434. — Pararrayos.

4. El pararrayos (inventado por Franklin) tiene una doble misión: *a)* Acción preventiva (muy secundaria): evitar la descarga eléctrica (el rayo) neutralizando la electricidad de la nube por el poder de las puntas. *b)* Acción preservativa (la principal): recibir

el rayo que salta a pesar de la primera acción y conducirlo al suelo por un cable metálico.

Las principales partes de un pararrayos son:

a) la barra; *b)* el conductor aéreo; *c)* el conductor subterráneo.

a) **Las barras de** los pararrayos son de hierro, cilíndricas, de unos 5 m de altura; su extremo superior está provisto de puntas de hierro galvanizado o de cobre. El número de barras que debe poseer un edificio se determina mediante la siguiente regla:

Designando con el nombre de cono protegido por un pararrayos un espacio cónico cuyo vértice coincide con la punta de la barra, podremos distinguir conos protegidos de 1.°, 2.° y 3.er grado, según tomemos el radio de la base circular igual a la altura, al doble de la altura o al cuádruple de la altura del vértice sobre la base. Pues bien: para que un edificio quede completamente protegido contra el rayo, todas sus agujas y chapiteles deben estar comprendidos en conos protegidos de 1.er grado; todas sus esquinas y caballetes en conos protegidos de 2.° grado y todas sus superficies en conos protegidos de 3.er grado. Pero estos consejos y consideraciones han resultado con frecuencia fallidos en la práctica.

b) **El conductor aéreo** está formado de alambre de cobre de más de 8 mm de diámetro o alambre de hierro de más de 11 mm de diámetro. También se pueden emplear planchas o tubos de los mismos materiales. El conductor aéreo **no** debe estar aislado del edificio. Las cañerías del agua y del gas, así como los canalones y cobertizos metálicos, deben estar en comunicación metálica con el conductor aéreo. Deben evitarse cuidadosamente en éste los cambios bruscos de dirección.

Según Findeisen, se puede evitar el empleo de barras de pararrayos revistiendo el caballete de palastro galvanizado y enlazándolo metálicamente con la tierra. No hay necesidad de que el revestimiento sea completo; bastan algunas tiras metálicas convenientemente distribuídas; y es muy recomendable aprovechar las chimeneas, veletas y cresterías metálicas que coronen el edificio, en substitución de aquellas barras.

c) **El conductor subterráneo** consiste en placas de cobre

o de hierro galvanizado de 1 m^2 de superficie por lo menos, hundidas en el agua de un pozo o mejor en la tierra húmeda y enlazadas al conductor aéreo. Las placas pueden ser substituídas por barras, carriles o tubos.

OBSERVACIÓN. Para que una instalación de pararrayos esté libre de reparos, debe verificarse con gran cuidado y ser **inspeccionada a intervalos regulares;** especialmente el conductor subterráneo debe examinarse con particular atención.

§ 141 bis. Naturaleza de la electricidad

1. Electrones. Los modernos estudios sobre las radiaciones producidas por las descargas eléctricas en tubos vacíos y sobre las substancias radiactivas (§ 163-4) han mostrado la naturaleza corpuscular de la electricidad.

La mínima partícula de electricidad (negativa) que se ha podido aislar, o átomo de electricidad negativa, o quantum de electricidad, recibe el nombre de *electrón.*

La masa eléctrica de un electrón vale $4{,}71 \times 10^{-10}$ unidades electrostáticas (§ 132-5; pág. 434).

La masa mecánica de un electrón es $\frac{1}{1835}$ de la del átomo de hidrógeno, que es el más leve de los átomos químicos.

2. Protones. Las partículas elementales de electricidad positiva llevan unida a la masa eléctrica positiva equivalente al electrón, una masa mecánica al menos 1835 veces mayor, es decir, igual a la del átomo de hidrógeno. Los mínimos corpúsculos de electricidad positiva consisten siem pre en átomos químicos dotados de carga eléctrica positiva En particular, cuando el átomo químico es el de hidrógeno, se da al corpúsculo el nombre de *protón.*

Admitida la constitución electrónica del átomo, el protón consistirá en un átomo neutro de hidrógeno al que ha electrizado positivamente la pérdida de un electrón.

Por lo que respecta al volumen, el del electrón es notablemente mayor que el del protón.

3. Comparación con las antiguas teorías. La teoría electrónica puede asimilarse a la de un solo flúido, estando éste constituído por los electrones; o a la de dos flúidos, de corpúsculos notablemente desemejantes (electrones y protones).

CAPÍTULO XVI

LA CORRIENTE ELÉCTRICA

§ 142. Descubrimiento de Galvani. Experimentos de Volta

1. Descubrimiento de Galvani (1789). Observó Galvani que una anca de rana despellejada y situada en la proximidad de una máquina eléctrica de la que se sacaban chispas, experimentaba contracciones.

Considerando el hecho como una manifestación de la electricidad animal, trató de averiguar el efecto que producirían sobre el anca de rana las descargas atmosféricas y, a este fin, la colgó de la barandilla de hierro de un balcón, mediante un gancho de cobre.

Mas entonces notó que el anca se contraía con sólo ponerse en contacto con alguno de los barrotes de la barandilla, es decir, cuando los nervios a que estaba fijado el gancho se enlazaban a los músculos por medio de un conductor metálico.

Alejandro Volta trató de buscar el origen de las

contracciones observadas por Galvani, no en la electricidad animal, sino en la electricidad que supuso engendrada en el contacto de dos metales, y llegó a descubrir que *cuando dos metales diferentes se ponen en contacto, se cargan de electricidades de signos contrarios.*

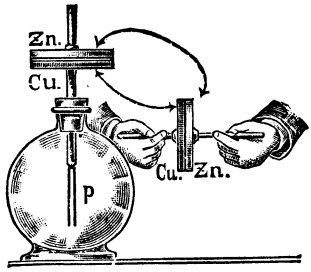


Fig. 435.
Electroscopio condensador.

2. Experimento fundamental de Volta. Si se ponen en contacto dos placas metálicas, una de cobre y otra de zinc, provistas de mangos de vidrio y asidas por ellos, la prueba con el electroscopio muestra, al separarlas, que la placa de cobre se ha electrizado negativa y la de zinc positivamente.

EXPERIMENTO. Las cargas adquiridas por las placas en virtud del simple contacto son tan débiles, que su existencia sólo se puede comprobar mediante un electroscopio de mucha sensibilidad. Para aumentar la del electroscopio de hojas ordinario, lo combinaba Volta con un condensador, substituyendo la esferilla por un par de placas, una de cobre y otra de zinc, superpuestas y con la superficie de contacto barnizada con goma laca (fig. 435).

Después de haber puesto en contacto las placas de cobre y zinc con que se efectúa el experimento, se pone en contacto la de cobre con la armadura de cobre del condensador y la de zinc con la armadura de zinc; se repite el contacto de las dos placas, la separación de las mismas y el nuevo contacto con las respectivas armaduras del electroscopio condensador. Después de haber efectuado de 10 a 15 veces esa serie de operaciones, se separan las dos armaduras del electroscopio condensador y se observa la divergencia de las hojas, pudiéndose comprobar que la carga recibida por el electroscopio es negativa cuando la armadura inferior es de

cobre (fig. 435) y positiva cuando la armadura inferior es de zinc.

3. La serie y la ley de tensiones de Volta. Dedujo Volta de sus experimentos que los metales se pueden ordenar en serie de manera que cada uno se electrice positivamente al ser puesto en contacto con uno de los términos que le siguen, y negativamente al serlo con uno de los metales que le anteceden.

a) He aquí la **serie** reducida a sus términos principales: Zinc, Plomo, Estaño, Hierro, Cobre, Plata, Oro, Platino, Carbón. — El carbón, eléctricamente, se comporta como un metal.

b) Cuando dos de los términos de la serie se ponen en contacto, se origina entre ambos una diferencia de tensiones que depende únicamente de la naturaleza y **no de la forma ni del tamaño** de los cuerpos. La diferencia de tensiones es tanto mayor cuanto mayor es la distancia de los dos cuerpos en la serie. Así, por ejemplo, las diferencias de tensiones correspondientes a distintos pares pueden ser expresadas por los siguientes números:

Zinc — Hierro 9	Plomo — Estaño 1	Zinc — Plata 12
Zinc — Plomo 5	Estaño — Hierro 3	Zinc — Cobre 11
	Hierro — Cobre 2	

Si se enlazan, una tras otra, placas de zinc, plomo, estaño y hierro, la diferencia de tensión entre la primera, de zinc, y la última, de hierro, será $5 + 1 + 3 = 9$, es decir, el mismo valor que se obtiene por el contacto directo del zinc con el hierro; lo mismo sucede con las combinaciones de los demás metales.

Ley de Volta. La diferencia de tensiones obtenida por el contacto de dos términos cualesquiera de la serie es igual a la suma de las diferencias de tensiones correspondientes a todos los pares de términos consecutivos intermedios.

Los cuerpos que obedecen a la ley anterior (metales y carbón) se llaman **conductores de primera clase.** Los líquidos conductores (soluciones salinas, ácidos, bases

agua ordinaria) no obedecen a aquella ley y reciben el nombre de **conductores de segunda clase.**

El mercurio es conductor de primera clase.

4. Diferencias de tensión entre los conductores de primera y de segunda clase.

Cuando una placa de zinc se pone en contacto con ácido sulfúrico diluído, el zinc adquiere un potencial negativo y el ácido un potencial positivo. Lo mismo ocurre, si bien en menor grado, al substituir la placa de zinc por una de cobre. La diferencia de tensiones entre el zinc y el ácido sulfúrico (SO_4H_2) diluído es unas cuatro veces mayor que la diferencia de tensiones entre el mismo ácido y el cobre. En uno y otro caso, la electrización del metal es negativa. Cuanto mayor es la energía con que un metal es atacado por el líquido, tanto más considerable es la diferencia de tensiones determinada por el contacto; así, la diferencia de tensiones entre una placa de platino y el ácido sulfúrico diluído es muy pequeña y la producida entre el mismo ácido y una placa de carbón es completamente nula.

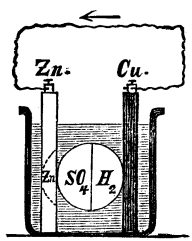


Fig. 436.
Elemento de Volta.

5. La diferencia de tensiones entre el zinc y el ácido sulfúrico es:

$$\boxed{Zn \mid SO_4H_2 = 1{,}50 \text{ voltios}}$$

es decir, si la tensión del zinc es x voltios, la del ácido sulfúrico será siempre 1,50 voltios mayor, o sea igual a $x + 1{,}50$ voltios.

Cuando el zinc está en comunicación metálica con la tierra, su potencial es 0 voltios; en este caso, el voltaje del

ácido sulfúrico será de + 1,50 voltios. Si, por el contrario, es el ácido sulfúrico el que comunica con la tierra (por medio de una placa de carbón en él sumergida) el potencial del ácido será de 0 voltios y el del zinc de —1,50 voltios.

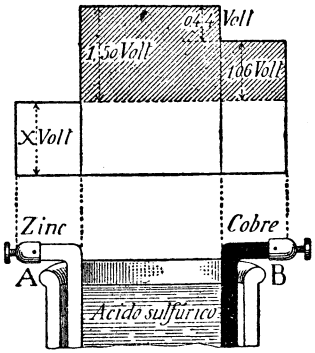


Fig. 437.— Diagrama de tensiones en un elemento voltaico.

La diferencia de tensiones entre el cobre y el ácido sulfúrico que le baña es de 0,44 voltios (mayor la del ácido que la del cobre).

6. Un elemento voltaico consiste en dos placas, una de cobre y la otra de zinc, sumergidas en ácido sulfúrico diluído. Entre la placa de cobre y la de zinc existe una diferencia de tensiones igual a 1,06 voltios, siendo la tensión del cobre mayor que la del zinc. El cobre recibe el nombre de polo positivo y el zinc el de polo negativo del par o elemento.

Si la tensión del zinc es x voltios, la del ácido sulfúrico que le baña será $x + 1{,}50$ voltios, y la del cobre sumergido en el mismo líquido $x + 1{,}50 - 0{,}44 = x + 1{,}06$ voltios. Estos valores de las tensiones están representados en el diagrama de la figura 437.

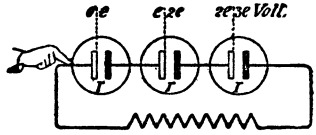


Fig. 438. — Serie de tres elementos.

7. Se designa con el nombre de **batería** o **pila** el conjunto de varios elementos convenientemente enlazados. En el enlace **en serie**, la placa de zinc de cada elemento está enlazada a la de cobre del elemento anterior. **Las placas extremas reciben el nombre de *polos*.**

La diferencia de tensión entre los polos de una pila de n elementos enlazados en serie es n veces mayor que la diferencia de tensiones entre los polos de un solo elemento.

Aumentando convenientemente el número de elementos, la diferencia de tensiones extremas puede elevarse cuanto se desee.

La primitiva **pila de Volta** consistía en una serie de discos de zinc y de cobre, separados entre sí por retazos de trapo o de papel, empapados de agua acidulada con ácido sulfúrico.

§ 143. Origen y caracteres de la corriente eléctrica

1. La corriente galvánica. Si la placa de zinc del par de Volta se pone en comunicación con la de cobre mediante un hilo metálico, este hilo conduce la electricidad positiva del polo de tensión más elevada (cobre) al polo de tensión menor (zinc). El alambre conductor tiende, por lo tanto, a igualar las tensiones de ambas placas, mas a la igualación se opone la acción del contacto del ácido sulfúrico con los metales, que tiende a mantener la diferencia de tensiones; el paso de la electricidad por el alambre, que se verifica, por lo tanto, de un modo permanente, recibe el nombre de **corriente galvánica o eléctrica.**

COMPARACIÓN. Cuando se ponen en comunicación dos recipientes que contienen agua a distinto nivel, el líquido es impulsado por una fuerza (que se podría llamar *hidromotriz*), a lo largo del tubo en el sentido del nivel mayor al nivel menor. La corriente de agua no cesa mientras los niveles se mantienen distintos.

La corriente de agua se corresponde con la corriente eléctrica, y la diferencia de niveles con la diferencia de ten-

siones. La fuerza impulsora de la corriente eléctrica y debida a la diferencia de potenciales, recibe el nombre de **fuerza electromotriz.**

2. Se entiende por **sentido de la corriente eléctrica** aquel en que la electricidad positiva se traslada a través del conductor.

Al enlazar los polos de una pila por medio de un hilo metálico, la corriente eléctrica (la electricidad positiva) va del cobre (polo positivo) al zinc (polo negativo); en el interior de los elementos, es decir, a través del líquido, la corriente pasa del zinc al cobre. Los elementos forman con el alambre exterior un **circuito cerrado,** que es recorrido, en todos sus puntos, en el mismo sentido por la corriente eléctrica.

La realidad no corresponde a esta imagen. La verdadera corriente es de electrones negativos (§ 141 bis) y fluye por el conductor en sentido opuesto al admitido para la electricidad positiva.

3. Se denomina **intensidad** *i* de la corriente eléctrica la **cantidad de electricidad** que **por segundo** atraviesa una sección transversal cualquiera del conductor.

El valor de la intensidad de una corriente se puede deducir de la intensidad de las acciones químicas producidas (§ 148).

EXPERIMENTO. Enlácense los polos de una pila a dos placas de cobre *A* y *K* (fig. 439) sumergidas en una solución de sulfato de cobre (SO_4Cu); la corriente, al pasar por el líquido, lo descompondrá. La placa *K*, enlazada al polo negativo de la pila, se cubrirá de cobre procedente de la solución. **El peso del cobre** *separado del líquido (precipitado) es* **directamente proporcional a la intensidad de la corriente y al tiempo** *durante el cual pasa por el líquido;* pero, en cambio, es independiente del tamaño y de la forma de las placas.

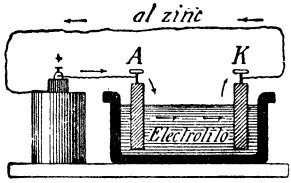


Fig. 439. — Voltámetro.

Cuando un aparato semejante al de la figura 439 se destina a la medición de intensidades de corrientes, recibe el nombre de **voltámetro** (§ 148-5).

4. La unidad práctica de intensidad es la intensidad de *un culombio por segundo* y equivale a la intensidad de una corriente eléctrica que **por segundo** precipita **0,328 miligramos** de cobre, o bien **1,118 miligramos** de plata; esa unidad recibe el nombre de **amperio** (o *ampère*).

1 amperio precipita **por minuto,** aproximadamente, $\frac{1}{50}$ **g. de cobre**

§ 144. Acción de la corriente sobre la aguja magnética. Galvanómetros

1. Oersted, en 1820, **descubrió** que la corriente eléctrica desvía de su posición ordinaria las agujas magnéticas próximas.

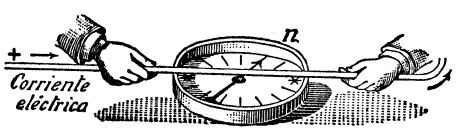


Fig. 440. — Experimento de Oersted.

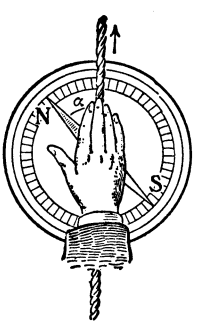


Fig. 441. Regla de Faraday.

EXPERIMENTO. El alambre recorrido por la corriente se coloca en el meridiano magnético paralelamente a la aguja (figura 440); al momento se percibe la desviación de ésta. La corriente eléctrica tiende a orientar la aguja perpendicularmente al conductor. El sentido de la desviación se puede determinar de antemano por medio de las reglas siguientes:

a) **Regla de la mano derecha (Faraday).** Se coloca la mano derecha sobre el conductor de manera que el índice señale el sentido de la corriente y la palma esté vuelta a la aguja; el pulgar,

extendido, indica el sentido en que se desviará el polo norte de la misma (fig. 441).

Regla de Ampère. *Imagínese un observador tendido sobre el alambre de manera que la corriente se dirija de sus pies a su cabeza, y vuelto de cara a la aguja imanada: el polo norte se desviará hacia la* **izquierda.**

b) **Magnitud de la desviación.** La desviación crece con la intensidad de la corriente eléctrica. También aumenta si se arrolla el alambre alrededor de la aguja de manera que la misma corriente actúe repetidamente sobre el mismo imán **multiplicador** (figura 442).

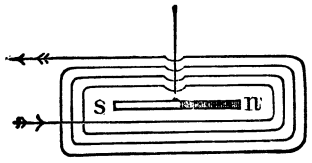


Fig. 442. — Multiplicador.

En este caso, todas las espiras deben estar en el plano meridiano magnético.

2. Los galvanoscopios son **multiplicadores** cuyas espiras rodean una aguja magnética fácilmente movible, que descansa a veces sobre una punta de acero, y otras veces está suspendida de un hilo. Cuando la aguja (o un indicador solidariamente unido a ella) se mueve frente a un arco graduado, el galvanoscopio recibe el nombre de **galvanómetro.**

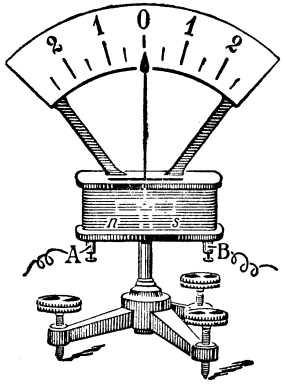


Fig. 443.
Galvanómetro de cuadrante.

a) En el **galvanómetro de cuadrante** (fig. 443), la aguja imanada puede oscilar alrededor de un eje horizontal, como

la cruz de una balanza, de modo que en su posición de equilibrio se mantiene horizontal. Al pasar una corriente eléctrica por las espiras, la aguja se inclina obedeciendo a la regla de Ampère. La inclinación de la aguja la indica un fiel que se mueve frente a un cuadrante.

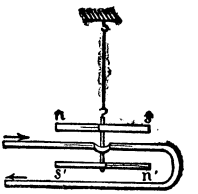


Fig. 444. Aguja astática.

b) **La sensibilidad** de los galvanómetros se aumenta por el empleo de **agujas astáticas.** Un par astático es un sistema de dos agujas lo más iguales posible, sólidamente unidas entre sí y dispuestas de tal suerte que una de ellas se mantenga *dentro* de las espiras del galvanómetro, y la otra permanezca *fuera* de las mismas. De esta manera, la fuerza directriz del magnetismo terrestre queda casi anulada y la acción de la corriente eléctrica casi duplicada.

c) **Los galvanómetros** más sensibles son los de **espejo;** la aguja imanada está en ellos rígidamente unida a un espejo que refleja un haz convergente de rayos luminosos; el haz

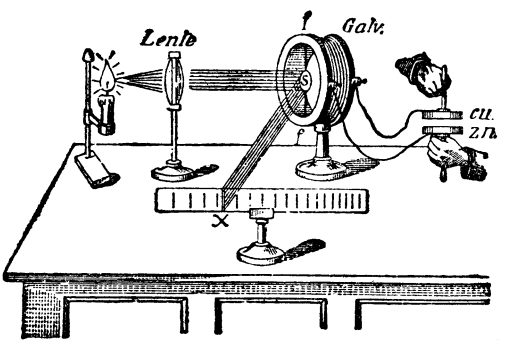


Fig. 445. — Galvanómetro de espejo.

reflejado forma, sobre una escala, una mancha de luz *x*, que cambia de lugar cuando la aguja galvanométrica se desvía (§ 82-3).

El foco de luz y la lente pueden ser substituídos por un anteojo cuyo retículo se verá coincidir con distintas divisiones de la escala, según circule o no por el galvanómetro una corriente.

Para pequeñas desviaciones se puede admitir la proporcionalidad entre aquéllas y las intensidades de las corrientes.

§ 145. El electroimán y sus aplicaciones

1. Un trozo de hierro puede considerarse formado por un conjunto de imanes moleculares o minúsculas agujas magnéticas (§ 126-2). Si cerca de un trozo de hierro pasa una corriente eléctrica, ésta ejercerá su acción sobre las mencionadas agujas, las cuales tenderán a ponerse en cruz con la corriente. Haciendo circular la misma corriente eléctrica por varias espiras alrededor de una barra de hierro, la acción que orienta los imanes moleculares en el sentido de la longitud de la barra y con arreglo a la ley de Ampère será muy intensa y la barra quedará imanada *(electroimán)*.

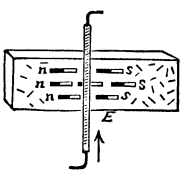


Fig. 446. Orientación de los imanes moleculares de hierro.

2. Regla de los polos. La polaridad de los extremos de los electroimanes depende del sentido de la corriente. Puede deducirse de la regla de Ampère, pero se obtiene con más facilidad por la aplicación de la siguiente:

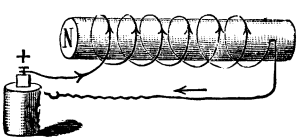


Fig. 447. — Regla de los polos.

Si se mira el electroimán por el extremo correspondiente al polo sur, se ve circular la corriente en el mismo sentido que las agujas del reloj. Si se mira el electroimán por el polo norte, la corriente se ve circular en sentido contrario al de las agujas de un reloj.

3. Los electroimanes pueden tener distintas formas: una de las más frecuentes es la de herradura.

Para formar un imán de esta clase, se enchufan las ramas de la herradura con dos carretes cilíndricos, alrededor de los cuales están arrolladas numerosas espiras de alambre de cobre provisto de cubierta aisladora (carretes o bobinas de imanación). Los dos carretes se enlazan entre sí de tal suerte que la corriente determine en una rama un polo norte y en la otra un polo sur.

4. La fuerza de un electroimán depende de la naturaleza del hierro, del número de espiras y de la intensidad de la corriente (número de amperios vueltas). La imanación no puede traspasar cierto límite, correspondiente a la *saturación*.

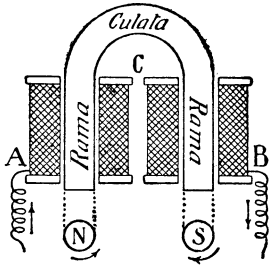


Fig. 448.
Electricidad en herradura.

El **hierro dulce** y el **acero fundido** se imanan con facilidad, y cuando la corriente de imanación se interrumpe conservan poca cantidad de magnetismo (magnetismo remanente). La fundición de hierro adquiere menos imanación que el hierro dulce por efecto del mismo número de amperios vueltas. Por esto, los electroimanes tienen casi siempre el núcleo de hierro dulce.

5. Procedimiento de imanación. Para obtener imanes de acero permanentes se dispone la barra que se debe imanar, con los extremos apoyados en los polos de un electroimán, y se abre y cierra repetida y rápidamente el circuito de los carretes de imanación del mismo, hasta que la imanación de la barra llega a la saturación.

Las barras de gran tamaño se imanan rodeándolas de una bobina e interrumpiendo y dando paso alternativamente a la corriente de imanación.

6. El timbre eléctrico está formado de tres partes esenciales:

a) un electroimán *E;*

b) un resorte-armadura *H*, sólidamente unido al martillo destinado a golpear la campanilla;

c) un tornillo *S* cuyo extremo *x* se apoya en la armadura.

La corriente pasa del polo positivo de una pila al borne *A* enlazado al carrete del electroimán; de éste al martillo; por *x* al tornillo y por fin al borne *C* enlazado al polo negativo de la pila.

FUNCIONAMIENTO. Cuando empujando el botón del pulsador *D* se cierra el circuito, se imana *E*, y el martillo *H*, atraído por *E*, da un golpe a la campanilla. Pero al mismo tiempo **se interrumpe la corriente en** *x* y desaparece, por consiguiente, la imanación de *E*. El martillo deja de ser atraído, y por la acción del resorte vuelve a su primitiva posición, es decir, al contacto en *x* con el tornillo *S*. La corriente halla de nuevo el paso libre y se repiten con mucha rapidez los fenómenos descritos, produciéndose un repique que cesa en el momento en que se deja de apretar el pulsador *D*.

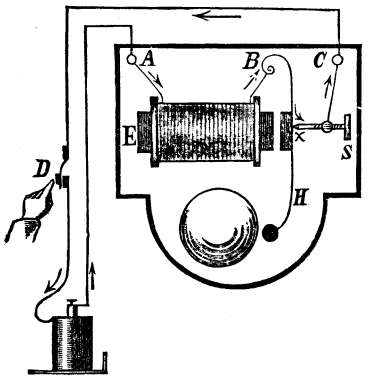


Fig. 449. — Timbre eléctrico.

El martillo de Wagner viene a ser un timbre eléctrico sin martillo ni campanilla; se le emplea como interruptor automático.

7. Telégrafo electromagnético.

a) HISTORIA. El primer telégrafo eléctrico fué el del español **Salvá**, quien, antes de la invención de las pilas, logró telegrafiar un parte mediante las descargas de un

condensador. En 1808, **Sömmering** construyó en Munich un telégrafo fundado en la acción química de la corriente. En 1833, **Gauss y Weber** instalaron un telégrafo eléctrico entre la Universidad y el Observatorio de Göttingen; el aparato indicador consistía en una aguja magnética que se inclinaba alternativamente hacia la derecha y hacia la izquierda, según el sentido en que se enviaba la corriente. A Gauss se debe la feliz idea de que bastan dos signos para poder telegrafiar, mediante sus combinaciones, todas las letras del alfabeto. **Steinheil,** en Munich, dispuso la aguja de modo que diera contra dos campanillas (una a la derecha y otra a la izquierda) de distinto tono; de esa manera se percibía el telegrama por el oído. Más tarde se logró que la aguja dibujara sus desviaciones sobre una tira de papel. En 1837, el americano **Morse** inventó el sistema que vamos a describir.

b) **Telégrafo de Morse.** El aparato transmisor consiste en una palanca metálica, llamada manipulador o llave de Morse, provista de dos contactos: el de reposo y el de trabajo; mientras no se acciona el manipulador, un resorte mantiene cerrado el contacto de reposo; mas cuando se ejerce sobre el manipulador la presión conveniente, se abre el contacto de reposo y se cierra el de trabajo.

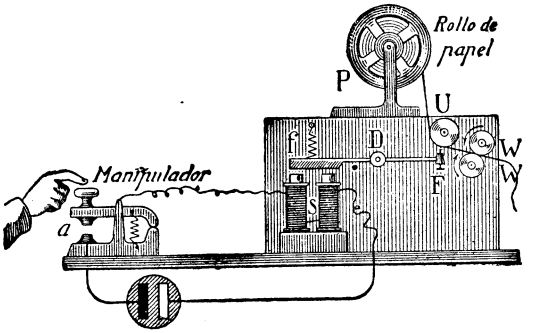


Fig. 450. — Telégrafo de Morse.

El aparato receptor (inscriptor) consiste en un elec-

troimán enfrentado a una armadura que se mantiene separada de aquél, mientras no está excitado, merced a la acción de un resorte. La armadura está fija en el extremo de una palanca cuyo otro extremo lleva el órgano inscriptor. Cuando el electroimán es excitado, atrae la armadura, y la punta inscriptora es empujada contra una tira de papel arrastrada lentamente por medio de dos ruedecitas *WW* (fig. 450) movidas por un aparato de relojería. Al interrumpir la corriente que circula por el electroimán, el resorte levanta la armadura y la punta se separa del papel. Según sea la duración del paso de la corriente queda dibujado sobre el papel un punto o un trazo. Por combinaciones de puntos y trazos se representan todas las letras del alfabeto (alfabeto de Morse); por ejemplo, un punto representa la *e;* un trazo la *t;* un punto y un trazo la *a*, etc.

a ·—	*b* —···	*c* —·—·	*d* —··	*e* ·
f ··—·	*g* ——·	*h* ····	*i* ··	*j* ·———
k —·—	*l* ·—··	*m* ——	*n* —·	*o* ———
p ·——·	*q* ——·—	*r* ·—·	*s* ···	*t* —
u ··—	*v* ···—	*w* ·——	*x* —··—	*y* —·——
z ——··	*ä* ·—·—	*ö* ———·	*ü* ··——	*ch* ————

En la figura 451 puede verse el modo de estar enlazadas dos estaciones de telégrafo Morse. Cuando se empuja el manipulador *T* la corriente de la pila *K* pasa por el contacto de trabajo *a* a la llave, de ésta a la línea, de la línea a la llave de la segunda estación; de esta llave a su contacto de reposo *c;* de éste al electroimán *S*, y de *S*, por la línea de retorno E_2 E_1, vuelve a la pila *K*.

Cuando las estaciones distan mucho una de otra, la co-

rriente de línea se hace tan débil que no es capaz de poner en actividad el aparato inscriptor. En tal caso se provee

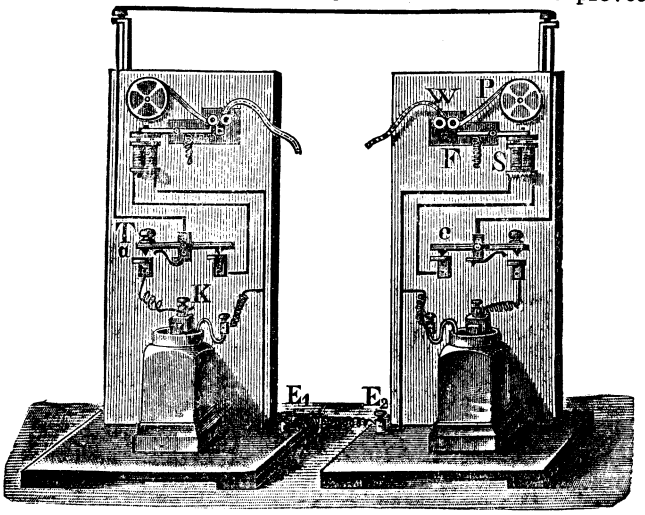


Fig. 451. — Enlace de dos estaciones telegráficas.

la estación receptora de un **relé**, es decir, de un electroimán con armadura ligerísima, enlazado a la línea y cuyo único objeto es cerrar el circuito de una pila local. La corriente de línea no debe ejercer entonces otra acción que la de excitar el relé, pues el trabajo de inscripción queda confiado a la corriente local.

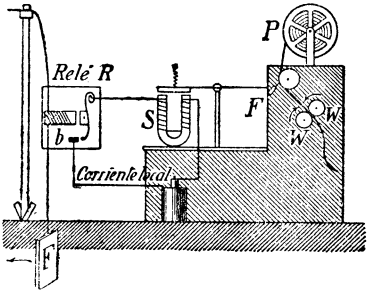


Fig. 452. — Conexión con relé.

c) **Las líneas telegráficas** se construyen de alambre galvanizado, sostenido por aisladores de porcelana (campanas) fijados a los postes. A **Steinheil** se debe la idea de utilizar la tierra como línea de

retorno, con lo cual basta una sola línea aérea para enlace de dos estaciones.

En las líneas subterráneas y submarinas se emplean cables extraordinariamente protegidos (fig. 453). El primer cable transatlántico se tendió en 1866.

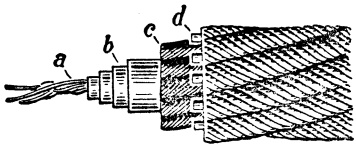


Fig. 453. — Cable protegido: *a*, conductor; *b*, gutapercha; *c*, cáñamo; *d*, alambre de hierro.

Los telegramas por cable (cablegramas) a ultramar se pagan a precios muy elevados. De aquí el empleo por los comerciantes de claves especiales, como por ejemplo la llamada **ABC Code**, suertes de Diccionarios con los cuales se traduce el telegrama en pocas palabras convenidas.

§ 146. Campo magnético de la corriente eléctrica

1. Una corriente rectilínea engendra a su alrededor un campo magnético cuyas líneas de fuerza son circunferencias con los centros en el eje del conductor.

EXPERIMENTO. El conductor, vertical, de la corriente atraviesa una hoja de papel espolvoreada con limaduras de hierro (fig. 454) y éstas se agrupan en circunferencias concéntricas; si miramos el papel en el sentido de la corriente, el sentido de las líneas de fuerza será el de las agujas de un reloj (consecuencia de la ley de Ampère). En todo plano normal al conductor existen líneas de fuerza (remolinos de líneas de fuerza).

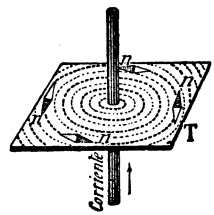


Fig. 454. — Campo magnético de una corriente eléctrica.

2. Campo magnético de una bobina. Arrollando en hélice sobre un cilindro un alambre de cobre conve-

nientemente aislado, se obtiene un **cuadro** si el diámetro de las espiras es mucho mayor que la longitud del cilindro, y un **solenoide** en caso contrario.

Si se coloca una hoja de papel espolvoreada con limaduras de hierro de manera que en su plano esté contenido el eje de la bobina, las limaduras se ordenarán formando curvas cerradas representativas de las líneas de fuerza.

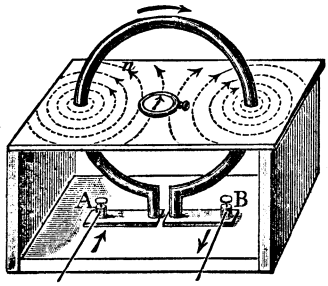


Fig. 455. — Campo magnético de una corriente circular.

En el interior de la bobina, las líneas de fuerza son aproximadamente paralelas al eje; en el exterior son exactamente parecidas a las líneas de fuerza de un imán. La intensidad del campo en el interior es proporcional al número de amperios-vueltas. En las inmediaciones del centro de un solenoide, el campo es uniforme.

Los polos de las bobinas se determinan de la misma manera que los de los electroimanes. Cuando una de ellas está suspendida en un campo magnético (p. ej., el terrestre) de modo que pueda moverse libremente, se comporta de la misma manera que un imán. Polos de igual nombre de los solenoides se repelen; polos de distinto nombre se atraen. En esencia, pues,

Los solenoides y los cuadros pueden ser considerados como imanes.

3. La intensidad del campo magnético *en el centro de una corriente circular es proporcional a la intensidad* **i** *de la corriente que recorre el conductor.*

a) Se coloca la corriente de manera que su plano coincida con el meridiano magnético, y en su centro se instala una aguja magnética (cuya longitud sea a lo más igual a $\frac{1}{6}$

del diámetro del círculo) de modo que pueda girar en un plano horizontal. Sea m la intensidad del polo de la aguja y $2\,l$ su longitud.

El polo norte de la aguja está sometido a dos acciones: una S, perpendicular al plano del círculo, y otra F, dirigida hacia el norte. Bajo el influjo de esas dos acciones, la aguja sufre una desviación α, y la condición de equilibrio exige que los momentos de rotación de ambas acciones sean iguales; por consiguiente:

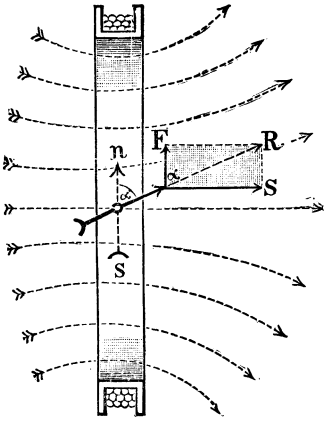


Fig. 456. — Relación entre F y S.

$$S \times l \times \cos \alpha = F \times l \times \operatorname{sen} \alpha,$$

o bien

$$S = F \times \operatorname{tg} \alpha.$$

La acción F es igual al producto de la masa magnética m del polo de la aguja por la componente horizontal H del magnetismo terrestre: $F = m\,H$. De otro lado, la fuerza S crece con la intensidad i de la corriente, con la longitud del conductor circular (longitud igual a $n \times 2\,\pi\,r$, si n es el número de espiras y r el radio del círculo) y con la masa magnética m, y está en razón inversa del cuadrado de la distancia del conductor al polo; por lo tanto:

$$S = \frac{i \times n \times 2\,\pi\,r \times m}{r^2} = \frac{i \times n \times 2\,\pi \times m}{r}.$$

Substituyendo en la fórmula $S = F \operatorname{tg} \alpha$, en lugar de S y F sus valores, tendremos:

$$\frac{i \times n \times 2\,\pi\,m}{r} = m \times H \times \operatorname{tg} \alpha$$

o sea

$$i = \left(\frac{r\,H}{n \times 2\,\pi}\right) \times \operatorname{tg} \alpha.$$

La expresión entre paréntesis es, para un lugar y un

cuadro determinados, una constante que recibe el nombre de **coeficiente de reducción** C y se puede definir como intensidad necesaria para producir una desviación de 45°, ya que tg 45° = 1 y entonces, por consiguiente, $C = i$.

b) Las fórmulas que acabamos de hallar permiten definir la **unidad de intensidad** en el sistema de unidades absolutas.

La fuerza que una corriente circular ejerce sobre la aguja imanada vale:

$$S = \frac{i \times n \times 2\pi \times m}{r}.$$

Si se trata de una sola espira ($n = 1$), de un polo igual a la unidad ($m = 1$) y de un radio y una intensidad también iguales a la unidad ($r = 1$; $i = 1$), tendremos:

$$S = 2\pi \text{ (dinas)}.$$

En el sistema de unidades absolutas se toma como unidad de intensidad (de corriente eléctrica) aquella corriente que al recorrer una espira circular de radio igual a 1 centímetro, ejerce sobre la unidad de polo situada en el centro una fuerza $2\pi = 6{,}283$ dinas. La décima parte de esa unidad es la unidad práctica llamada **amperio**, que ya hemos definido en el § 143-3 como corriente que precipita por segundo 0,328 miligramos de cobre. Por consiguiente:

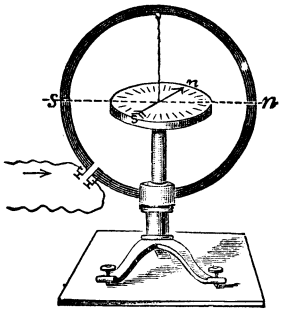


Fig. 457.
Brújula de tangentes.

Una espira de r centímetros de radio recorrida por una corriente de i amperios produce en su centro una **intensidad de campo magnético** de

$$S = 2\pi \frac{i}{r} \frac{1}{10} \text{ dinas por unidad de polo.}$$

4. Estas leyes se aplican al aparato llamado **brújula de tangentes**, representado en la figura 457.

Si de la desviación de la aguja en ese aparato se quiere deducir el valor de la intensidad de la corriente, tendremos:

$$i = C \times \text{tg } \alpha \text{ (unidades absolutas).}$$
$$= 10\, C \times \text{tg } \alpha \text{ (amperios).}$$
$$= C' \times \text{tg } \alpha \text{ (amperios).}$$

El coeficiente de reducción C' de la brújula de tangentes se puede calcular por medio de la fórmula

$$C' = 10\, C = \frac{5 \times r \times H}{n \times \pi}.$$

Si, por ejemplo, el radio es de 30 cm ($r = 30$) y 1 es el número de espiras en un lugar al que corresponda la componente horizontal 0,2 del magnetismo terrestre, el valor de la constante será:

$$C' = \frac{5 \times 30 \times 0{,}2}{\pi} = 9{,}55.$$

Cuando la corriente que recorre la espira produzca una desviación de 52° la intensidad será:

$$i = 9{,}55 \times \text{tg } 52° = 12{,}22 \text{ amperios.}$$

Otra manera de determinar la constante consiste en intercalar un voltámetro de cobre en el circuito de la corriente que atraviesa la brújula de tangentes, deducir i de la cantidad de cobre precipitado y leer al mismo tiempo el ángulo α de desviación. Entonces

$$C' = \frac{i}{\text{tg } \alpha}.$$

5. Movimiento de un núcleo de hierro dulce en el campo de una bobina. Amperímetros. Si se coloca un solenoide inmediatamente debajo de una varilla de hierro suspendida de un brazo de una balanza, esa varilla experimenta una atracción hacia el interior del solenoide en cuanto éste es recorrido por una corriente eléctrica. Para evitar que el movimiento se realice, deben colocarse contrapesos en el platillo suspendido del otro brazo.

En este hecho se fundan los **amperímetros** electromagnéticos de **Kohlrausch,** en los cuales la atracción del núcleo de hierro dulce es contrarrestada por la tensión de un muelle; los ligeros movimientos del núcleo los indica una aguja sobre un arco graduado en amperios.

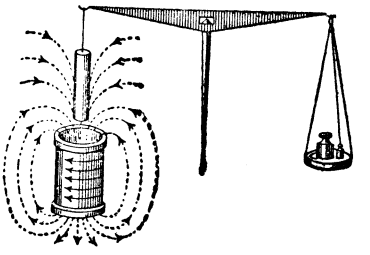


Fig. 458.
Campo interior de un solenoide.

Otras formas de amperímetros electromagnéticos:

a) En el interior de una bobina y en libertad de moverse alrededor de un eje paralelo al de la bobina, está colocada una lámina *e*, de hierro dulce, encorvada, (figura 460) y solidaria de una aguja indicadora *z*. Cuando la bobina es recorrida por una corriente, la lámina tiende a acercarse a la superficie interna de aquélla (región donde la intensidad del campo es mayor) con una fuerza que crece con la intensidad de la corriente.

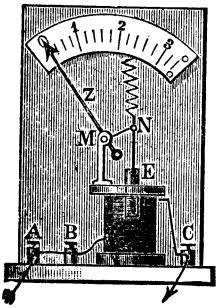


Fig. 459. — Amperímetro de resorte.

b) Cuando entre la lámina encorvada *e* y la superficie interna de la bobina se ha colocado una lámina de hierro fija e_1 ambas láminas *e* y e_1 son imanadas en el mismo sentido por la corriente que recorre

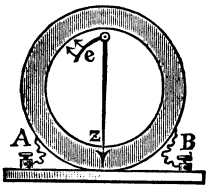


Fig. 460. — Amperímetro con una lámina de hierro.

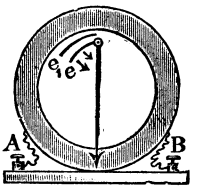


Fig. 461. — Amperímetro con dos láminas de hierro.

la bobina y en consecuencia se repelen; *e* tiende a moverse en el sentido indicado por las flechas (fig. 461).

§ 147. Acción de los imanes sobre las corrientes

1. A la acción de una corriente sobre un imán (§ 144) le corresponde una **reacción** de igual magnitud (principio de la igualdad de la acción y la reacción). Cuando el imán es fijo y el conductor atravesado por la corriente es móvil, pueden observarse los efectos de semejante reacción.

a) Entre los polos de un imán o electroimán de herradura se coloca el lado AB (fig. 462) de un alambre doblado dos veces en ángulo recto y fijado al eje de rotación $a\ a$. En la parte superior del mismo eje se fijan dos contrapesos destinados a facilitar los movimientos del conductor. Los extremos del alambre se unen a los polos de una pila por medio de cordones muy flexibles y ligeros. Según indica la regla de la mano derecha o la de Ampère (§ 144-1), el conductor ejerce sobre el polo norte del imán una fuerza P dirigida hacia la izquierda. Por consiguiente, el imán ejerce sobre el conductor una fuerza P_1 igual a la P, pero de sentido contrario. Como el imán es fijo y el conductor es móvil, se percibirá el movimiento ocasionado por P_1: AB se dirigirá hacia la derecha. Si se invierte el sentido de la corriente, se invertirá al mismo tiempo el del movimiento de AB.

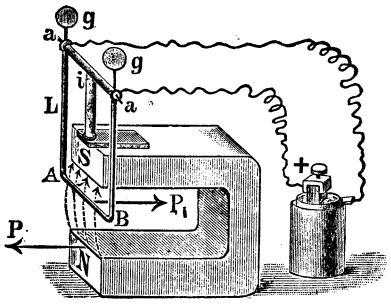


Fig. 462.
Acción de un imán sobre un conductor.

Para determinar de antemano el sentido del movimiento del conductor, se puede utilizar la llamada

regla de la mano izquierda: colocada la mano izquierda sobre el conductor de manera que la palma esté vuelta al polo norte del imán (es decir, *recibiendo* en la palma las líneas de fuerza) y que el índice señale el sentido de la corriente, el pulgar extendido indicará el sentido del movimiento del conductor.

RESULTADO: *La fuerza P_1 es normal así al conductor como a la dirección de las líneas de fuerza.*

b) **Magnitud de P_1.** Situado un conductor de l cm en un campo homogéneo cuya intensidad sea H, será:

$$P_1 = \frac{i \times H \times l}{10} \text{ dinas} = \frac{i \times H \times l}{9\,810\,000} \text{ Kg},$$

suponiendo i expresado en amperios. Por lo tanto, P_1 es proporcional a la intensidad de la corriente y a la intensidad del campo.

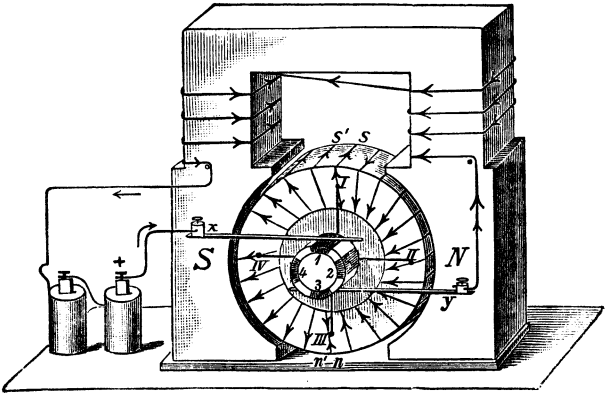


Fig. 463. — Electromotor de Gramme.

2. El electromotor de corriente continua **con inducido o armadura de anillo** consiste en un gran electroimán de herradura entre cuyos polos se halla situado un núcleo cilíndrico y hueco de hierro dulce que puede girar alrededor de un eje (fig. 463) y que por su forma

recibe el nombre de *anillo* (anillo de Gramme). Este anillo lleva arrollado un hilo conductor convenientemente aislado y que forma, sobre el núcleo de hierro dulce, una bobina cerrada.

El eje sólidamente unido al anillo, lleva en su prolongación varias tiras de cobre (cuatro en el caso de la figura), dos a dos diametralmente opuestas. Sobre la prolongación del árbol y en los extremos de un diámetro se apoyan dos piezas metálicas *x*, *y* (llamadas escobillas). Las cuatro láminas 1, 2, 3, 4 están metálicamente unidas al hilo del anillo en los puntos I, II, III, IV, simétricamente dispuestos alrededor de la bobina. El cilindro que lleva las láminas constituye el **colector.**

Curso de la corriente. La corriente procedente del polo positivo de un generador (p. ej., de una pila) pasa por la escobilla *x* a la lámina 1, de ésta al punto I y aquí se bifurca. Una parte recorre la mitad derecha del anillo de Gramme y la otra parte recorre la mitad izquierda. Ambas porciones de corrientes se reúnen de nuevo en el punto III, unido a la lámina 3, y de ésta pasan por la escobilla *y* al devanado de las ramas del electroimán y por fin al polo negativo del generador.

Como las escobillas *x y* están fijas, el sentido de la corriente en cada una de las mitades, derecha e izquierda, del anillo, es el mismo cuando las láminas en contacto con las escobillas son las 2 y 4 que cuando son las 1 y 3. Las porciones de alambre que ocupan la superficie externa del anillo están en iguales condiciones que el conductor de la figura 462. Mientras en la mitad derecha del anillo las mencionadas porciones del conductor son atravesadas por una corriente que se dirige hacia el lector, las porciones de la mitad izquierda lo son por una corriente de sentido opuesto. En virtud de la regla de la mano izquierda, todas esas porciones de conductor están sometidas a acciones que tienden a hacer girar el anillo en el sentido de las agujas de un reloj (en el caso de la figura 463).

Para que la armadura (anillo o inducido) gire en sentido contrario, es preciso trocar los dos polos del electroimán.

o bien, manteniendo la polaridad constante, invertir el sentido de la corriente en la armadura.

3. Si entre los polos de un imán se suspende un alambre doblado en forma de rectángulo y con los extremos sumergidos en capsulitas llenas de mercurio (figura 464) con objeto de que el cuadro así formado pueda girar con facilidad y ser constantemente recorrido por una corriente, semejante cuadro, en el caso representado por la figura 464, tenderá a girar en el sentido indicado por las flechas *P P*, hasta que su plano sea normal a las líneas de fuerza del campo magnético. Si a la libertad de movimiento se opone la tensión de un hilo o de un resorte, el cuadro experimentará tan sólo una desviación, de magnitud dependiente de las intensidades del campo y de la corriente. El cuadro tiende a colocarse de manera que las líneas de fuerza de *su* campo magnético tengan la misma dirección que las del campo del imán.

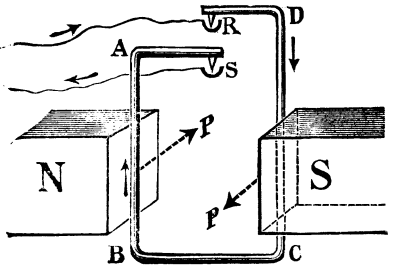


Fig. 464.— El imán hace girar el cuadro.

En este principio se fundan los **galvanómetros de cuadro móvil,** los cuales están provistos de una bobina suspendida entre los dos polos de un imán fijo. La corriente que se trata de medir o una parte alícuota determinada de la misma (§ 154-1) se envía a través de la bobina. Ésta, mantenida vertical y en la posición del cero por dos hilos conductores, experimenta una desviación tanto mayor cuanto más intensa es la corriente.

Ventajas de estos galvanómetros. Despreciable influencia de las corrientes o imanes próximos; rápido amortiguamiento de las oscilaciones (instrumentos *aperiódicos*), etcétera. A causa de la delgadez del hilo que forma la

bobina, estos aparatos sólo son aplicables a corrientes muy débiles.

FUNCIONAMIENTO. Es conveniente que el espacio comprendido entre las dos expansiones polares del imán sea cilíndrico (fig. 465) y contenga un cilindro concéntrico de hierro dulce; alrededor de este segundo cilindro, pero sin tocarle, está arrollada la bobina móvil. De este modo, el espacio de aire (entrehierro) que deben atravesar las líneas de fuerza es muy reducido, y el campo magnético resulta más intenso; además, todas las líneas de fuerza tienen una dirección radial.

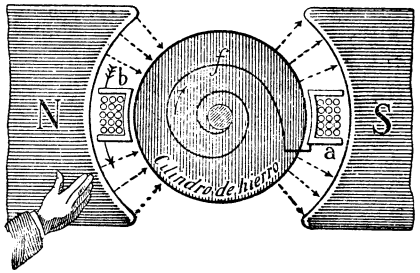


Fig. 465.— Galvanómetro de cuadro móvil.

En la figura 465 se ha supuesto que la acción opuesta al movimiento de la bobina era debida a la torsión del muelle espiral *f*.

La corriente, en el lado *a* y en el lado *b* de la bobina, tiene, para el lector, sentidos opuestos. Si la corriente en *b* se aparta del lector, la corriente en *a* se le acerca, y en virtud de la regla de la mano izquierda, dichas corrientes experimentarán acciones que tenderán a hacer girar la bobina en el sentido indicado por la flecha dibujada junto a *b*. La bobina girará hasta que la torsión del resorte equilibre las acciones expresadas.

TEORÍA. Si n representa el número de espiras de la bobina, i la intensidad de la corriente en amperios, H la intensidad del campo magnético en el entrehierro y l la longitud del lado de espira paralelo al eje del espacio cilíndrico, la fuerza que tiende a girar la bobina es:

$$P = \frac{i \times H \times n \times l}{10} \text{ dinas.}$$

Supongamos que la bobina experimenta la desviación α; la tensión T del resorte es proporcional a esa desviación:

$$T = k \times \alpha;$$

y para que exista equilibrio es preciso que $T = P$, o sea:

$$k \times \alpha = \frac{i \times H \times n \times l}{10},$$

de donde se deduce que

$$i = \left(\frac{10 \times k}{H \times n \times l}\right) \times \alpha.$$

Mientras H sea constante en el entrehierro, la expresión encerrada entre paréntesis será constante para un aparato determinado; designándola por C tendremos:

$$i = C \times \alpha.$$

Las intensidades son directamente proporcionales a las desviaciones de la bobina.

§ 148. Acciones químicas de la corriente eléctrica

1. La descomposición que sufren los conductores de segunda clase (§ 142-4), al ser atravesados por la corriente eléctrica, recibe el nombre de **electrólisis;** el conductor que se descompone se denomina **electrólito;** las placas o alambres metálicos mediante los cuales la corriente eléctrica penetra y sale del electrólito se llaman **electrodos,** y recibe el nombre especial de **ánodo** aquel por donde la corriente entra y el de **cátodo** aquel por donde la corriente sale del electrólito; **iones** son los productos de la descomposición; **anión** es el ion que se desprende en el ánodo; **catión** es el ion que se desprende en el cátodo.

2. La acción de la corriente eléctrica consiste siempre en la descomposición del electrólito en dos partes, una que se desprende en el ánodo y otra en el cátodo. El fenómeno obedece a la siguiente ley:

Los metales y el hidrógeno marchan en el sentido de la corriente (es decir, se desprenden en el cátodo).

Casi siempre la acción de la corriente va seguida de **acciones secundarias**, o sea reacciones químicas que se verifican entre los productos de la descomposición y el agua (si el electrólito es una solución) o los electrodos.

3. Ejemplos de descomposiciones electrolíticas.

α) **Electrólisis del ácido sulfúrico diluído.** El agua pura no conduce la corriente eléctrica. Para dar paso a ésta es preciso añadir al agua algunas gotas de ácido sulfúrico. Se emplean electrodos de platino.

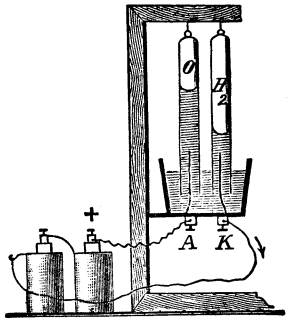


Fig. 466. — Descomposición electrolítica del agua.

a) **Acción electrolítica.** El ácido sulfúrico (SO_4H_2) se descompone en H_2 (catión) y SO_4 (anión).

b) **Acciones secundarias.** El SO_4 con el agua (H_2O) forma SO_4H_2 y desprende oxígeno ($SO_4 + H_2O = SO_4H_2 + O$). El resultado final de la electrólisis es la descomposición del agua en H_2 (catión) y O (anión aparente), puesto que el ácido sulfúrico descompuesto por la primera acción es regenerado por la acción secundaria.

El volumen de hidrógeno desprendido es doble del de oxígeno; reuniendo ambos gases se obtiene una mezcla explosiva.

β) **Electrólisis del sulfato sódico** (SO_4Na_2, sal de Glauber) entre electrodos de platino.

a) **Acción electrolítica.** SO_4Na_2 se descompone en Na_2 (catión) y SO_4 (anión)

b) **Acciones secundarias.** El sodio (Na_2) reaccionando con el disolvente (agua) forma hidrato sódico y desprende hidrógeno ($Na_2 + 2H_2O = 2\ NaOH + H_2$). El SO_4 con el agua forma SO_4H_2 y desprende oxígeno ($SO_4 + H_2O = SO_4H_2 + O$). Si se añaden al líquido algunas gotas de

solucion alcohólica de fenolftaleína, alrededor del cátodo aparece el color rojo que indica la formación de una base (hidrato sódico, sosa cáustica). **Aplicación: papel buscapolos;** es un papel de filtro impregnado de solución de sulfato sódico y de fenolftaleína; se humedece con la lengua o con agua y se aplican a su superficie los dos extremos de un circuito; aquel junto al cual aparece sobre el papel una mancha roja es el polo negativo.

γ) **Electrólisis del sulfato de cobre** (SO_4Cu, vitriolo azul). 1. Entre electrodos de platino.

a) **Acción electrolítica.** El SO_4Cu se descompone en Cu (catión) y SO_4 (anión).

b) **Acciones secundarias.** El SO_4 con el agua de la solución forma SO_4H_2 y desprende O. Por consiguiente, el líquido va empobreciéndose en SO_4Cu y enriqueciéndose en SO_4H_2. Todo el cobre de la solución primitiva se obtiene precipitado sobre la lámina de platino que sirve de cátodo.

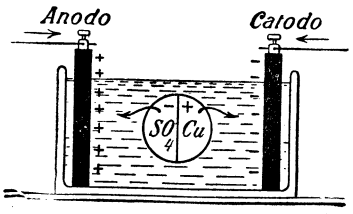


Fig. 467.
Electrólisis del sulfato de cobre.

2. Entre electrodos de cobre.

a) **Acción electrolítica.** El SO_4Cu se descompone en Cu (catión) y SO_4 (anión).

b) **Acciones secundarias.** El SO_4 ataca el cobre del ánodo y forma con éste SO_4Cu. Por consiguiente, la solución no se altera y en apariencia sólo ocurre un transporte de cobre del ánodo al cátodo. — De manera semejante se realiza la electrólisis de las sales de níquel, con ánodo de níquel; la de las sales de plata, con ánodo de plata, etc.

Aplicaciones técnicas. Si como cátodo se suspende en el baño electrolítico un molde de yeso (cubierto de plombagina para hacerlo buen conductor) o bien un objeto metálico, el molde o el objeto se revestirá del

metal conte ido en el electrólito y aparecerá dorado, plateado, ni uelado, etc.

En esto se fundan la galvanostegia (operación de cubrir un cuerpo de una capa metálica por medio de la corriente eléctrica) y la galvanoplastia (reproducción de un objeto en cobre, como, por ejemplo, una medalla o un busto, mediante la electrólisis).

Procedimiento de galvanoplastia. Se empieza por preparar un molde, en yeso o en gutapercha, del objeto que se trata de reproducir; el *negativo* obtenido se hace superficialmente buen conductor cubriéndolo de plombagina o bien precipitando sobre él, por vía química, una ligerísima capa de plata; se suspende luego como cátodo de un baño electrolítico de cobre, y al pasar la corriente el cobre metálico se precipita sobre dicho negativo.

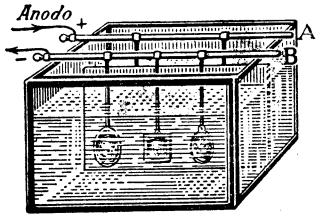


Fig. 468.
Cuba de galvanoplastia.

La galvanostegia y la galvanoplastia tienen múltiples aplicaciones industriales.

Otras aplicaciones de la electrólisis. El beneficio y la afinación de algunos metales (Electrometalurgia), por ejemplo, del cobre, del aluminio.

4. Explicación de la electrólisis según Clausius y Arrhenius.

Se admite que los líquidos conductores de segunda clase, como las soluciones acuosas de ácidos, sales y bases, contienen ya de ordinario un número mayor o menor (dependiente de la naturaleza del electrólito y de la concentración de la solución) de moléculas descompuestas (disociadas). Las porciones disociadas reciben el nombre de iones, los cuales están cargados positivamente unos y negativamente otros. El valor absoluto de la carga de los iones positivos es igual a la de los iones negativos. La disociación, por ejemplo, del ácido clorhídrico ocurre así: $ClH = \overset{-}{Cl} + \overset{+}{H}$; y la diso-

ciación completa del ácido sulfúrico se verifica de esta manera: $SO_4H_2 = \overset{--}{S}O_4 + \overset{++}{H}H$.

Al sumergir en el líquido los electrodos, el cátodo, *cargado de electricidad negativa,* atrae los iones positivos próximos y neutraliza las cargas positivas de los mismos, comunicándoles cargas negativas de igual valor absoluto. De manera semejante se comporta el ánodo con respecto a los iones negativos. A medida que por haber sido neutralizadas sus cargas se separan del líquido los iones, disócianse nuevas moléculas, tendiendo a conservar en el líquido el grado de disociación primitivo y característico de la naturaleza del electrólito y de la concentración de la solución. La carga negativa de los cationes está formada por captación de electrones; la carga positiva de los aniones es debida a la cesión de electrones.

5. Leyes de Faraday. *a)* Las porciones de electrólito desprendidas en los electrodos *son directamente proporcionales a la intensidad y a la duración de la corriente.*

FÓRMULA. Sea i la intensidad en amperios y t el tiempo en segundos: el peso del ion desprendido es

$$Q = E \times i \times t.$$

E representa el peso desprendido por 1 amperio durante 1 segundo y recibe el nombre de **equivalente electroquímico.**

Tabla de equivalentes electroquímicos

Cobre (Cu) . . . . 0,328 mg	Zinc (Zn) . . . . 0,337 mg
Plata (Ag_2) . . . . 1,118 mg	Hidrógeno (H_2). 0,0104 mg

Es cómodo, cuando se trata de gases, conocer el equivalente electroquímico en volumen, p. ej.:

1 amperio da en 1 minuto unos 7 cm³ de **hidrógeno**
o bien 10,5 cm³ de mezcla explosiva (H_2+O) (a 0° y 760 mm).

En esa ley se funda la aplicación de la electrólisis a la medición de intensidades de corriente y a la graduación y comprobación de amperímetros. Los apa-

ratos electrolíticos a ello destinados reciben el nombre de **voltámetros** (§ 143-2). Los más usados son:

a) **Voltámetro de mezcla oxhídrica** (fig. 469).

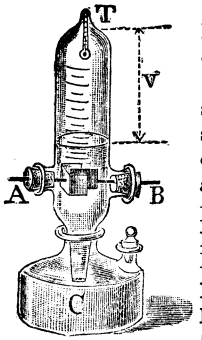


Fig. 469.
Voltámetro de mezcla oxhídrica.

b) **Voltámetro de cobre;** baño electrolítico de sulfato de cobre con ánodo de cobre.

c) **Voltámetro de plata;** como cátodo se usa un crisol o cápsula de platino que se utiliza como recipiente; el electrólito es nitrato de plata (NO_3Ag) disuelto en agua, y el ánodo es un cilindrito de plata pura. Sobre el crisol se precipita la plata de la sal, y el residuo NO_3 disuelve la plata del ánodo. La cantidad de plata precipitada se deduce del aumento de peso del crisol después de la operación (figura 470).

b) Los equivalentes electroquímicos son directamente proporcionales a los pesos atómicos e inversamente proporcionales a las cuantivalencias de los átomos.

O lo que es lo mismo: la corriente, al atravesar uno tras otro distintos electrólitos, deposita en todos ellos igual número de *valencias*.

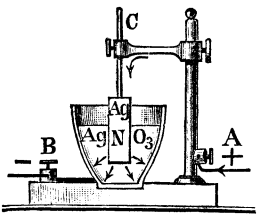


Fig. 470.
Voltámetro de plata.

Siendo la cuantivalencia del hidrógeno igual a la unidad, la del oxígeno es 2, la de la plata es 1, la del zinc es 2, la del cobre es en general 2, la del oro es 3, etc. Por consiguiente, las cantidades precipitadas (en peso) por la corriente eléctrica (y, por lo tanto, los equivalentes electroquímicos), en vez de ser proporcionales a los pesos atómicos (§ 2-3), lo serán a estos números.

H	O	Ag	Zn	Cu	Au
1	$\frac{16}{2}$	108	$\frac{65,2}{2}$	$\frac{63,4}{2}$	$\frac{196}{3}$

Problemas

1. ¿Cómo se puede investigar **la dirección de la corriente** en un alambre telegráfico?

2. **¿Cuánto cobre** puede precipitar en un día una corriente de 100 amperios? — R.: 2834 g.

3. ¿Qué intensidad debe poseer una corriente para dar en una hora **1 litro de hidrógeno** en las condiciones normales? — R.: 2,4 A.

4. La corriente i desprende en un **voltámetro de gas oxhídrico,** en 4 minutos, un volumen $v_1 = 212$ cm³ a la presión de 720 mm y a la temperatura de 18° C. ¿Cuál es el valor de i? — R.: 4,5 A.

5. **¿Cuántos culombios** deben haber pasado por un voltámetro para haber desprendido **1 gr de hidrógeno?** ¿Y cuántos para haber precipitado **108 gramos de plata?** — Respuesta: **96 600.**

§ 149. Corriente de polarización. Acumuladores

1. Experimento fundamental. Si la corriente de una pila de algunos elementos se hace pasar a través de un voltámetro en el que se descomponga el agua y de un galvanómetro que indique el sentido de la corriente, y si **transcurrido algún tiempo** se separa la pila y se cierra el circuito con sólo el voltámetro y el galvanómetro, éste seguirá indicando el paso de una corriente, pero de sentido contrario a la primitiva.

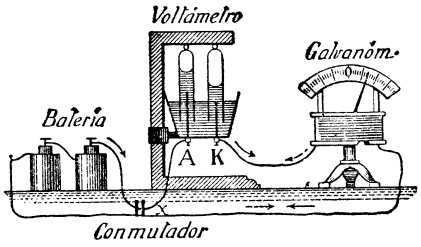


Fig. 471. — Corriente de polarización.

Por consiguiente, el aparato en que se ha producido la descomposición del agua se comporta como un ele-

mento galvánico cuya fuerza electromotriz fuera de sentido opuesto a la de la pila que determinó la descomposición. La nueva corriente recibe el nombre de **corriente secundaria o corriente de polarización.**

a) EXPLICACIÓN. Se admite que el hidrógeno absorbido por la lámina de platino-cátodo, o mantenido en contacto con ella, y el oxígeno absorbido o que se mantiene en contacto de la lámina de platino-ánodo se recombinan para regenerar el agua cuando el circuito exterior se cierra sin la pila. A esa recombinación es debida la corriente secundaria. Como las cantidades de gas retenidas por los electrodos son muy exiguas, la corriente de polarización es de duración cortísima.

b) La **fuerza electromotriz** de la corriente de polarización, en el caso de la descomposición del agua, es de 1,5 voltios. (Compruébese con un voltímetro.)

Esto explica el hecho de que para lograr la descomposición del agua sean precisos, por lo menos, dos elementos voltaicos enlazados en serie.

c) A cada substancia descompuesta electrolíticamente le corresponde una fuerza electromotriz de polarización (fuerza contraelectromotriz) particular.

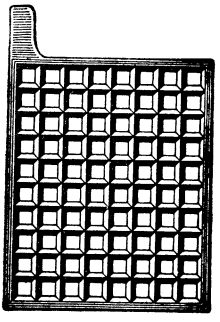


Fig. 472.
Placa de acumulador.

2. Los acumuladores (inventados por Planté) consisten en dos placas o rejas de plomo (figura 472), sumergidas en ácido sulfúrico diluído, y con las mallas rellenadas de una pasta a base de óxido de plomo.

Se carga un acumulador dirigiendo a su través, durante cierto tiempo, una corriente eléctrica (corriente de carga).

La corriente descompone el ácido sulfúrico ($SO_4H_2 = SO_4 + H_2$). Por la acción del H, el cátodo pierde su O (queda *reducido* a Pb metálico). En el ánodo, el desprendimiento de SO_4 da lugar a la formación de sulfato de plomo y eleva el grado de oxidación del me-

tal. Así va aumentando la diferencia química entre las dos placas y, en consecuencia, la fuerza electromotriz de polarización.—El fin de la carga lo indica el burbujeo del hidrógeno que se desprende.

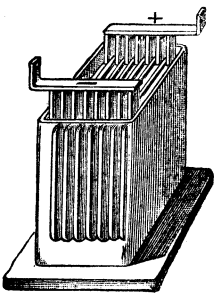


Fig. 473. - Acumulador.

Se descarga un acumulador cuando sus dos placas (o grupos de placas) se enlazan a un circuito externo.

Manifiéstase entonces una corriente secundaria, de sentido contrario a la de carga. La placa ánodo constituye el polo positivo, y la placa cátodo el polo negativo del *elemento secundario*. El ánodo se reduce y el plomo del cátodo se oxida.

La tensión de un acumulador es aproximadamente de 2 voltios.

Una vez descargado un acumulador, puede recibir nueva carga sin que la bondad del aparato resulte perjudicada; por el contrario, estos aparatos mejoran con el uso cuando se procede de una manera racional, y precisamente se «forman» los acumuladores sometiéndolos a una serie de cargas y descargas. La corriente de carga no debe pasar de 1 amperio por decímetro cuadrado de superficie de placas.

Aplicación de los acumuladores. Almacenar la energía de los motores que actúan con intermitencia. A la regularización del servicio en las centrales eléctricas, etc.

§ 150. La ley de Ohm

1. Cuando se enlazan los polos de una pila a los extremos de un hilo metálico, se produce una corriente eléctrica que atraviesa la **resistencia interior** (presentada por el líquido del elemento) y la **resistencia ex-**

terna ofrecida por el alambre. Esa corriente es producida y mantenida por la fuerza electromotriz del elemento. La ley de Ohm expresa la relación que existe entre la fuerza electromotriz impulsora, la intensidad de la corriente producida y la resistencia eléctrica del circuito recorrido.

PREPARATIVOS EXPERIMENTALES. Fíjense en un marco de madera unos 20 m de hilo de maillechort de 1 mm de diámetro, de manera que formen una línea en zigzag. A los vértices de esta línea únanse trozos de alambre, que servirán de bornes de unión y permitirán intercalar en un circuito una porción variable del hilo de maillechort. Se tendrán además cuatro acumuladores montados en serie y un amperímetro. La resistencia de los acumuladores y la del amperímetro son tan pequeñas que pueden despreciarse en los experimentos siguientes:

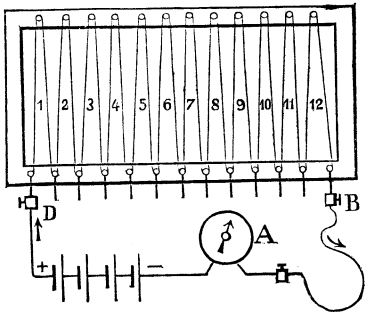


Fig. 474.
Comprobación de la ley de Ohm.

EXPERIMENTO 1. El circuito comprende los cuatro acumuladores, el amperímetro y todo el hilo del marco. El amperímetro indica la intensidad i.

Separando del borde B el polo negativo de la batería y pasándolo al borne situado entre los hilos 6 y 7, la longitud del hilo de maillechort intercalado en el circuito queda reducida a la mitad. La corriente indicada por el amperímetro es $2\,i$. De este experimento se deduce:

Cuando la misma fuerza electromotriz actúa sobre la mitad de resistencia, la intensidad se eleva al doble; o en términos generales: la *intensidad es inversamente proporcional a la resistencia.*

EXPERIMENTO 2. Se intercalan en el circuito unos $\frac{2}{3}$ de la longitud total del hilo y se lee en el amperímetro la intensidad i obtenida con los cuatro acumuladores. Sin alterar la resistencia se separan del circuito dos acumuladores: la intensidad indicada se reduce a $\frac{1}{2}i$. Por consiguiente:

En igualdad de resistencia, *la intensidad es directamente proporcional a la fuerza electromotriz.*

2. Las consecuencias de los anteriores experimentos están reunidas en la **ley de Ohm:**

I. $$\text{Intensidad} = \frac{\text{Fuerza electromotriz}}{\text{Resistencia del circuito}} \qquad i = \frac{E}{R}$$

a) **La intensidad** se mide en **amperios.** El amperio (A) se definió en los §§ 143 y 148 como intensidad de una corriente que da, por segundo, 1,118 mg de plata, 0,328 mg de cobre ó 0,174 cm^3 de mezcla oxhídrica (en condiciones normales).

b) **La resistencia** se mide en **ohmios.** El ohmio (Ω) es la resistencia que presenta a la corriente eléctrica un hilillo de mercurio de 1,063 m de longitud y 1 mm^2 de sección, a 0° C.

c) **La fuerza electromotriz** se mide en **voltios.** El voltio (V) es la tensión capaz de producir una corriente de 1 amperio a través de la resistencia de 1 ohmio.

De la igualdad I se deducen las II y III:

I. $i = \frac{E}{R}$ II. $E = iR$ III. $R = \frac{E}{i}$

(Exprésense en lenguaje vulgar.)

§ 151. Resistencia de los conductores

1. Se da el nombre de **resistencia eléctrica de un conductor** a la causa que determina la debilitación de la intensidad de la corriente que lo atraviesa.

Para mejor percibir la debilitación de la corriente por la intercalación de un conductor, conviene que en el circuito exista un amperímetro o galvanómetro.

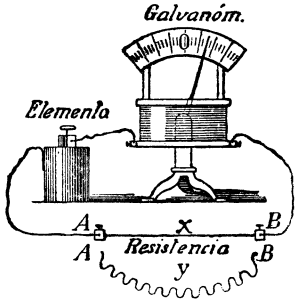


Fig. 475. — Comparación de dos resistencias.

2. Se dice que **dos resistencias son iguales** cuando son iguales las debilitaciones de intensidad producidas por ellas.

EJEMPLO: Si el circuito se cierra entre los puntos *A* y *B* con el conductor *x*, la aguja galvanométrica experimentará una desviación determinada. Si al substituir *x* por *y* la desviación sigue siendo la misma, podremos decir que *x* e *y* tienen la misma resistencia.

3. La unidad de resistencia eléctrica es el ohmio: ya sabemos que el ohmio (§ 150) es la resistencia de un hilillo de mercurio de 1,063 m de longitud y 1 mm^2 de sección, a la temperatura de 0°.

4. Se denomina **resistencia específica** (σ) de una substancia determinada, *la resistencia de un hilo de esa substancia, de 1 m de longitud y 1 mm^2 de sección, a 0°.*

La resistencia específica depende de la naturaleza del conductor.

Resistencias específicas

Hierro . . .	0,1 Ω	Maillechort . . .	0,25 a 0,33 Ω
Cobre .	$\frac{1}{57}$ a $\frac{1}{60}$ Ω	Ácido sulfúrico al 15 %	10000 Ω

5. La resistencia es directamente proporcional a la longitud e inversamente proporcional a la sección.

Un hilo 2, 3, 4 veces más largo que otro posee una resistencia 2, 3, 4 veces mayor. Verificando un experimento parecido al de la figura 475, se puede comprobar que un hilo de maillechort de 3 mm² de sección posee una resistencia 3 veces menor que un hilo de maillechort de 1 mm² de sección (en igualdad de longitud).

6. Fórmula de la resistencia eléctrica de un alambre. Resistencia:

$$R = \frac{\text{Longitud en metros} \times \text{Resistencia específica}}{\text{Sección en milímetros cuadrados}}$$

$$\boxed{R = \frac{L \times \sigma}{S}\ \Omega}$$

L representa la longitud en metros, S la sección en mm² y σ la resistencia específica del material de que está formado el hilo.

7. El valor recíproco de la resistencia específica de una substancia se designa con el nombre de **conductibilidad específica.**

$$\boxed{\text{Conductibilidad específica } \varkappa = \frac{1}{\text{Resistencia específica}}}$$

De aquí se deriva esta otra fórmula de la resistencia:

$$\text{Resistencia } R = \frac{L}{S \times \varkappa}.$$

Para el cobre $\varkappa = 57$ a 60; para el hierro $\varkappa = 10$.

Ejemplos

1. ¿Cuál es **la longitud de un alambre de cobre** cuyo diámetro es de 1 mm y cuya resistencia eléctrica es de 1 Ω, si su conductibilidad específica es 57?

$$L = R \times S \times \varkappa = 1 \times 0{,}785 \times 57 = 44{,}7 \text{ m.}$$

2. ¿Cuál es **la resistencia eléctrica de un hilo de cobre** de 120 m de longitud y 2,5 mm² de sección?

$$R = \frac{120}{2{,}5 \times 57} = 0{,}842\ \Omega.$$

3. ¿Cuál es **la resistencia de una línea telegráfica** de alambre de hierro, de 30 Km de longitud y 3 mm de espesor?

$$R = \frac{30\,000 \times 0{,}1}{7{,}068} = 424\ \Omega.$$

8. Las cajas de resistencia o reóstatos de clavijas sirven para variar cómodamente la resistencia intercalada en un circuito. La tapa, aisladora, de una caja de resistencias está provista de una barra de latón cortada en distintos puntos; cada dos porciones sucesivas de la barra están unidas mediante un hilo de resistencia conocida, encerrado en la caja, y se pueden unir directamente introduciendo una clavija o tapón metálico en el espacio que las separa.

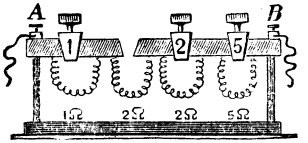


Fig. 476.— Caja de resistencias.

Las resistencias que unen las sucesivas porciones de la barra forman la siguiente serie:

1, 2, 2, 5 **10, 20, 20, 50**

100, 200, 200, 500 Ω.

a) **Cuando todas las clavijas están en sus sitios,** la corriente eléctrica pasa de *A* a *B* (fig. 476) sin atravesar

ninguna de las resistencias interiores; la resistencia de la barra metálica, por ser ésta corta y gruesa, es prácticamente nula.

b) **Cuando se separa,** p. ej., **la clavija 2,** la corriente eléctrica, para pasar de *A* a *B*, debe atravesar la resistencia de 2 Ω.

En la industria se emplean **reóstatos de manubrio o de palanca** como el representado en la figura 477, u otros derivados del mismo tipo. También se emplean, como reóstatos, series de lámparas de incandescencia.

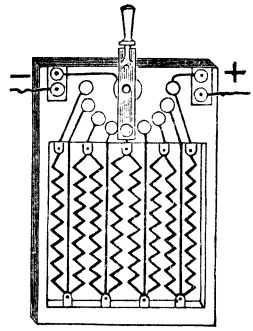


Fig. 477. — Reóstato.

Los **reóstatos líquidos** son depósitos que contienen una solución de sosa (carbonato sódico) u otra sal cualquiera, en la cual pueden introducirse gradualmente (o aproximarse y separarse entre sí) una o varias placas metálicas, variando, con la porción de placa sumergida (o con la distancia entre placas), la resistencia del aparato (fig. 478).

9. Variabilidad de la resistencia. La resistencia de los conductores depende de la temperatura, y en la de algunos influye también la iluminación o el magnetismo.

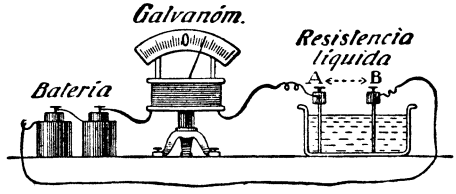


Fig. 478. — Resistencia líquida.

a) **Influencia del calor.** La resistencia de la mayor parte de metales sólidos aumenta en 0,004 de su valor a 0° por cada grado centígrado de aumento de temperatura; la

del mercurio aumenta 0,0009. La del carbón, por el contrario, disminuye 0,0003 de su valor a 0°, por cada grado de aumento de temperatura. En las cajas de resistencias se emplean aleaciones de cobre con manganeso o níquel (manganina, niquelina), cuya resistencia varía muy poco entre los límites ordinarios de la temperatura.

Los conductores de segunda clase (electrólitos) presentan en caliente menor resistencia que en frío.

APLICACIÓN. En el **bolómetro** de Langley, una estrecha tira de papel de estaño o platino, de $\frac{1}{1000}$ mm de espesor en forma de zigzag, ocupa una rama de un puente de Wheatstone (§ 155) y las radiaciones caloríficas modifican su resistencia de tal suerte, que permite apreciar variaciones de temperatura de $\frac{1}{1\,000\,000}$ °C.

b) **Influencia de la luz.** El selenio tiene la propiedad de disminuir de resistencia eléctrica por efecto de la iluminación.

APLICACIÓN. **Transmisión telegráfica de fotografías** (Korn, 1907). La corriente que pasa por una célula de selenio en la estación transmisora (fig. 479) atraviesa una lámpara de

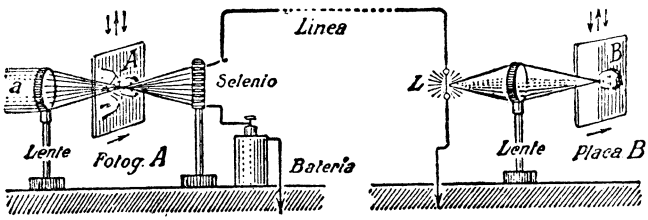


Fig. 479. — Principio de la telefotografía.

incandescencia en la estación receptora. Cuanta más luz reciba el selenio en la primera estación, más luz emitirá la lámpara en la segunda estación.

El selenio recibe un haz de luz de una lente convergente en cuyo foco se mueve transversalmente con rítmicos vaivenes la diapositiva *A* que se transmite; a cada vaivén, la diapositiva experimenta un pequeño traslado lateral, de modo que todos sus puntos van pasando sucesivamente por

el foco. En la estación receptora, el grado de incandescencia de la lámpara variará proporcionalmente a la claridad del punto de la diapositiva interpuesto en el trayecto de la luz de la estación transmisora y proyectando la luz de la lámpara, mediante otra lente, sobre la placa fotográfica o película *B*, que se mueve con el mismo ritmo y del mismo modo que la diapositiva *A*, las impresiones que reciba *B* reproducirán, invertidos, los claros y obscuros de *A*, obteniéndose el negativo fotográfico de *A*. Mas si *A* fuera un negativo, en *B* resultaría una diapositiva.

c) **Influencia del magnetismo.** La resistencia del bismuto varía cuando este metal está sometido a un campo magnético, siendo aquélla tanto mayor cuanto más intenso es el campo. APLICACIÓN: a la medición de la intensidad de los campos magnéticos.

§ 152. Aplicación de la ley de Ohm a las distintas porciones de un circuito

1. La ley de Ohm se cumple en cada una de las porciones de que se considere formado un circuito.

Si la corriente eléctrica atraviesa el hilo de maillechort de la figura 474, entre los bornes 0 y 12 del mismo existirá una diferencia de tensiones. Esta diferencia es igual a la parte de fuerza electromotriz total necesaria para producir la corriente de intensidad i a través de la resistencia de dicho hilo; la porción restante de fuerza electromotriz es la encargada de impeler la misma corriente a través del acumulador, del amperímetro y de los conductores de unión de estos distintos aparatos. Sea r la resistencia del hilo de maillechort, i la intensidad de la corriente y e la diferencia de tensiones de los bornes; tendremos

$$\boxed{e = i \times r \text{ voltios},}$$

lo cual significa que se puede obtener la diferencia de tensiones (en voltios) entre dos puntos de un circuito multiplicando la intensidad de la corriente (en amperios) por la resistencia (en ohmios) comprendida entre ambos puntos.

2. La diferencia de tensión entre los polos de la

batería (en circuito cerrado) *es la parte de fuerza electromotriz necesaria para impulsar la corriente a través de la resistencia exterior.*

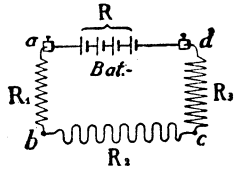


Fig. 480.
Tensión en los bornes.

FÓRMULA: Ciérrese el circuito de una batería con las resistencias R_1, R_2 y R_3 (fig. 480); si la intensidad de la corriente es i, tendremos como diferencias de tensiones:

entre a y b. $e_1 = i \times R_1$ voltios,
entre b y c. $e_2 = i \times R_2$ voltios,
entre c y d. $e_3 = i \times R_3$ voltios.

Por lo tanto, la diferencia de tensiones entre a y d, o sea entre los polos de la batería, será:

$$E_p = i\,(R_1 + R_2 + R_3).$$

E_p es una fracción de E. Si R es la resistencia interior y E es la fuerza electromotriz de la batería, tendremos:

$$E = i\,(R + R_1 + R_2 + R_3) = i\,R + E_p.$$

En esta fórmula, $i\,R$ es la pérdida de tensión en la batería, y E_p la *tensión útil* o tensión en los bornes.

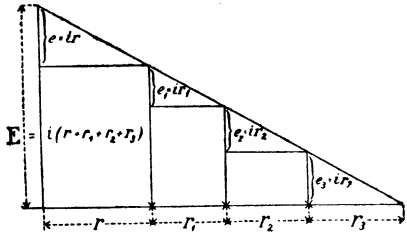


Fig. 481. — Diagrama de la tensión.

El diagrama de la figura 481 muestra la repartición de la tensión en el circuito.

Cuando la resistencia exterior es muy grande (y, por consiguiente, pequeña la intensidad), la tensión en

los polos es prácticamente igual a la fuerza electromotriz del generador de corriente.

Problemas

1. **¿Cuál es la tensión** necesaria para producir una corriente de 15 A a través de un alambre de cobre de 135 m de longitud y 5 mm de diámetro, si la conductibilidad del cobre es 57? — R.: $e = 1{,}81$ V.

2. **Entre los extremos de una línea** de 35,6 Ω existe una diferencia de tensión de 200 V. ¿Qué intensidad de corriente recorre la línea? — R.: $i = 5{,}62$ A.

3. **¿Qué resistencia** se debe aplicar a una lámpara de arco para que con una corriente de 12 A se consuma una tensión de 20,6 V? — R.: $r = 1{,}72$ Ω.

4. **De una dínamo al electromotor** accionado por ella, hay una distancia de 325 m y las dos máquinas están unidas por hilo de cobre ($\varkappa = 57$) de 5 mm de diámetro. ¿A qué tensión trabaja el motor si la dínamo da 220 V y la corriente es de 30 A? — R.: 202,6 V.

§ 153. Ramificación de la corriente

1. Cuando una corriente **se ramifica** a través de varias resistencias, obedece a las siguientes leyes (Kirchhoff, 1847):

a) La corriente principal es igual a la suma de las corrientes derivadas.

b) Las corrientes derivadas son inversamente proporcionales a las resistencias de las correspondientes ramas.

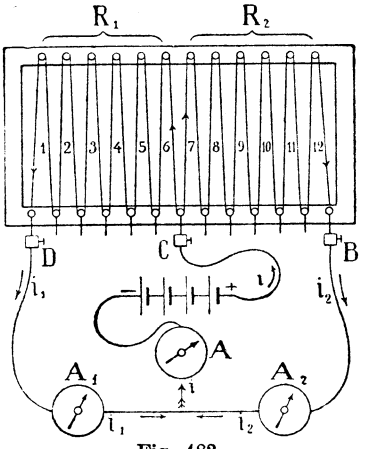


Fig. 482.
Bifurcación de una corriente.

Para la **comprobación** experimental se puede emplear el mismo hilo de maillechort del § 150, dispuesto de la manera indicada en la figura 482. La corriente i que atraviesa la pila y es medida por el amperímetro A, se bifurca en el punto C, dando la corriente i_1 medida por el amperímetro A_1 y la i_2 medida por el A_2. Del experimento se deduce que

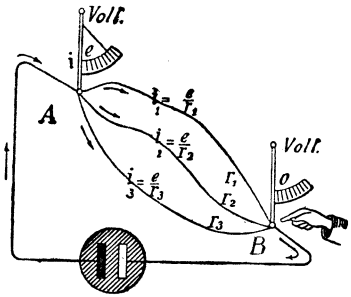


Fig. 483. — Corrientes derivadas.

$$i_1 + i_2 = i$$
$$i_1 : i_2 = R_2 : R_1$$

2. Resistencia equivalente. Si una corriente se ramifica entre dos puntos a través de distintas resistencias, éstas pueden substituirse por una sola cuyo valor sea el deducido de la siguiente igualdad:

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \ldots}$$

a) DEMOSTRACIÓN. La corriente i se ramifica entre A y B (fig. 483) en las porciones i_1, i_2, i_3,... Tendremos desde luego:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \ldots$$

La substitución de estas intensidades por sus valores deducidos de la ley de Ohm dará:

$$\frac{e}{R} = \frac{e}{r_1} + \frac{e}{r_2} + \frac{e}{r_3} + \ldots$$

Todos los numeradores son iguales por representar la diferencia de tensión entre los puntos A y B; eliminando esos numeradores, tendremos:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \ldots$$

b) **Si se tienen n resistencias iguales a r,** conectadas en

paralelo (por ej., n lámparas de incandescencia), la resistencia del conjunto será:

$$R = \frac{r}{n}.$$

EJEMPLO: 5 lámparas de incandescencia (de 220 Ω) montadas en derivación oponen en conjunto una resistencia de $\frac{220}{5} = 44$ Ω, y la corriente encuentra un paso cinco veces más fácil.

Problemas

1. Entre dos puntos, A y B, se han instalado **dos resistencias:** $r_1 = 300$ Ω y $r_2 = 100$ Ω. ¿Cuál es la resistencia que de A a B encuentra la corriente eléctrica? — R.: 75 Ω.

2. Entre dos barras de cobre se han colocado 12 hilos de maillechort, cada uno de los cuales tiene 5,1 m de longitud y 1,8 mm de diámetro. Los extremos de cada alambre están soldados a las barras de cobre. La resistencia específica del maillechort es 0,301 Ω a 15° C. ¿Cuál es, a 15° C, la resistencia entre A y B? — R.: Resistencia de un hilo de maillechort: 0,6032 Ω. Resistencia entre A y B:

$$\frac{0{,}6032}{12} = 0{,}0503\ \Omega$$

3. Con diez alambres de cobre de diámetro 1,5 mm y de resistencia específica 0,0176, montados en paralelo, se debe preparar una resistencia de 0,01 Ω: ¿cuál debe ser la longitud de cada hilo? ¿Cuál debería ser esa longitud si los hilos fueran de maillechort? — R.: 10,04 m; 0,57 m.

4. La corriente $i = 32$ A se bifurca entre los puntos A y B a través de las resistencias $r_1 = 0{,}16$ Ω y $r_2 = 0{,}4$ Ω. Determínense las intensidades de las corrientes derivadas y la diferencia de tensión entre los puntos A y B. — Respuesta: $i_1 = 22{,}857$ A; $i_2 = 9{,}143$ A; $e = 3{,}657$ V.

§ 154. Medición de intensidades y de tensiones

1. Medición de grandes intensidades. Los galvanómetros y amperímetros especialmente destinados a la medición de intensidades débiles pueden aplicarse

a la medición de grandes intensidades dotándolos de una derivación (shunt) de poca resistencia.

Sea J la intensidad de la corriente que se trata de medir (fig. 484), g la resistencia del galvanómetro y N la de la derivación. Tendremos:

$$J = i + i_1; \quad i : i_1 = N : g$$

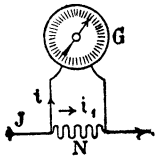


Fig. 484. Ampliación del campo de medida.

de donde se deduce:

$$J = i\frac{N+g}{N},$$

es decir: *se obtiene el valor J de la intensidad que se desea medir, multiplicando el de la intensidad* i *que atraviesa el galvanómetro por el coeficiente de reducción* $\frac{N+g}{N}$.

Con objeto de hacer cómodo el cálculo, se procura que el coeficiente de reducción sea igual a 10, 100, 1000... y, por consiguiente, que N sea igual a $\frac{1}{9}\,g$, $\frac{1}{99}\,g$, $\frac{1}{999}\,g$.

Ejemplos

1. **La corriente** J se mide con un **miliamperímetro** de Siemens, cuya resistencia es de 1 Ω. El instrumento está dotado de una derivación de $\frac{1}{99}$ Ω. Deducir el valor de J del indicado por el miliamperímetro, que es igual a 0,072 A. — R.: $J = 7{,}2$ A.

2. **Un galvanómetro** cuya bobina presenta una resistencia de 84,2 Ω debe dotarse de una derivación que permita el paso por el galvanómetro de $\frac{1}{1000}$ de la corriente que se trata de medir. ¿Cuál debe ser la resistencia de esa derivación? — R.: $g : N = 999 : 1$; $N = \frac{84{,}2}{999} = 0{,}0843$ Ω.

3. En **la medición de una intensidad** se ha provisto el galvanómetro, cuya bobina es de 400 Ω, de una derivación $N = 0{,}2$ Ω. La corriente indicada por el galvanómetro ha sido $i = 0{,}0064$ A. ¿Qué intensidad poseía la corriente que se trataba de medir? — R.: $J = 12{,}806$ A.

2. La tensión se mide por medio de los voltímetros. Un voltímetro no es más que un **amperímetro de gran resistencia** que se enlaza en derivación entre los puntos cuya diferencia de tensión se trata de determinar. La graduación del voltímetro permite leer directamente la tensión en voltios.

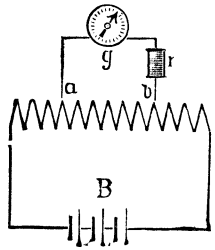


Fig. 485. Medición de la diferencia de tensión entre *a* y *b*.

a) EMPLEO. Para medir la tensión *e* entre los puntos *a* y *b*, que comprenden la resistencia r_1, se enlazarán estos puntos con un galvanómetro (o amperímetro) *G*, cuya resistencia *g* sea muy grande o que esté en serie con una gran resistencia *r*. La resistencia $r + g = R$ debe ser mucho mayor que r_1 con objeto de que al intercalarla entre *a* y *b* apenas altere la intensidad de la corriente. Si es *i* la intensidad indicada por el galvanómetro, tendremos $e = i \times R$, y como *R* es constante, los valores de *e* serán proporcionales a los de *i* y el galvanómetro en vez de estar graduado en amperios podrá estarlo en voltios. Cuando la graduación es en amperios, con objeto de facilitar el cálculo, se procura que $R = r + g$ sea 10, 100, 1000.

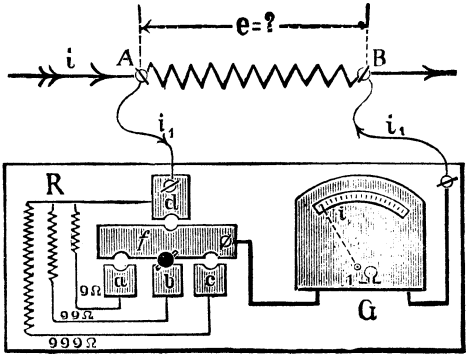


Fig. 486. — Miliamperímetro de Siemens.

b) **El miliamperímetro de Siemens & Halske** posee, por ejemplo, una escala de 0 a 150; cada división corresponde a 0,001 A (o sea 1 miliamperio). La resistencia del aparato es 1 Ω, y para la medición de tensiones se le puede montar en serie con resistencias de 9, 99, 999 y 9999 Ω, que están encerradas en

una caja y pueden enlazarse al circuito o separarse de él por medio de clavijas. Las conexiones están representadas en la figura 486. Si, por ejemplo, es la resistencia de 99 Ω la intercalada *y* el galvanómetro indica 57,3, la intensidad que atraviesa el aparato será $i = 57{,}3 \times 0{,}001 = 0{,}0573$ A, y como $R = 99 + 1 = 100\ \Omega$, la tensión entre los puntos *A* y *B* será $e = 0{,}0573 \times 100 = 5{,}73$ voltios.

§ 155. Puente de Wheatstone. Medición de resistencias

1. El sistema de ramificación de corriente, de Wheatstone, está representado en la figura 487. El circuito de la corriente del elemento galvánico *E* se halla bifurcado entre los puntos *A* y *B*. Cuando por **el puente** *xy* no pasa corriente, entre las cuatro resistencias que forman la bifurcación existe la siguiente relación:

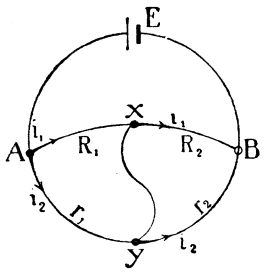


Fig. 487.
Puente de Wheatstone.

$$r_1 : r_2 = R_1 : R_2.$$

DEMOSTRACIÓN. Pasará corriente por el puente cuando la tensión en *x* sea mayor que en *y* o inversamente. Del hecho de no pasar corriente por el puente se deduce la igualdad de las tensiones en los puntos *x* e *y*. Por consiguiente, la diferencia de tensión $i_1 R_1$ entre *A* y *x* será igual a la diferencia de tensión $i_2 r_1$ entre *A* e *y*; y la diferencia de tensión $i_1 R_2$ entre *x* y *B* será igual a la diferencia de tensión $i_2 r_2$ entre *y* y *B*. Tendremos:

$$i_1 R_1 = i_2 r_1; \qquad i_1 R_2 = i_2 r_2;$$

de lo cual se deduce:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{r_1}{R_1} = \frac{r_2}{R_2}$$

o bien:

$$r_1 : r_2 = R_1 : R_2.$$

2. Aplicación. Cuando una de las resistencias, por ejemplo la R_2, y la razón $\frac{r_1}{r_2}$ son conocidas, se puede determinar R_1.

Disposición práctica. Entre los puntos A y B y sobre una regla dividida en milímetros está mantenido tenso un hilo de maillechort, sobre el cual puede correrse un contacto y (fig. 488): R_1 es la resistencia incógnita y R_2 la conocida. En el puente $x\,y$ se ha intercalado un galvanoscopio. *Córrese el contacto* y *hasta hallar el punto en que la aguja del galvanoscopio no experimenta desviación alguna.* Entonces se tiene: $R_1 = \frac{r_1}{r_2} R_2$. Si el hilo de maillechort es de espesor uniforme, la razón de las longitudes de las dos partes en que lo divide el contacto y es igual a la razón $\frac{r_1}{r_2}$.

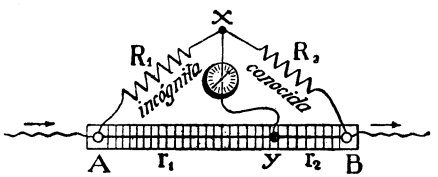


Fig. 488. — Disposición práctica del puente de Wheatstone.

§ 156. Elementos voltaicos más usados

1. El elemento de Volta está formado por una placa de zinc amalgamada y una de cobre, sumergidas en ácido sulfúrico diluído.

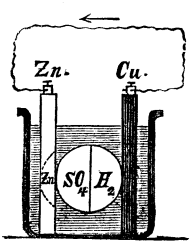


Fig. 489. Elemento de Volta.

El zinc del comercio (impuro) debe amalgamarse con objeto de evitar que en circuito abierto, es decir, mientras no produce corriente, sea atacado por el ácido sulfúrico con arreglo a esta reacción:

$$SO_4H_2 + Zn = SO_4Zn + H_2.$$

FUNCIONAMIENTO. Al enlazar metálicamente los dos polos y cerrar, por lo tanto, el circuito, el ácido sulfúrico se descompone en

SO_4 y H_2. El SO_4 se une al zinc y forma sulfato de zinc ($SO_4 + Zn = SO_4Zn$) que queda disuelto; el H_2 se desprende alrededor del cobre.

Inconvenientes. El hidrógeno, que se desprende alrededor del cobre, forma una finísima envoltura gaseosa que obstruye el paso de la corriente; ésta, por consiguiente, se debilita. Además, el hidrógeno que permanece adherido al cobre da origen a una **fuerza electromotriz de polarización** (§ 149-1) de sentido opuesto a la principal. Tales inconvenientes se evitan suprimiendo el desprendimiento de hidrógeno, lo cual se logra mediante el empleo de substancias oxidantes. Así se obtienen los llamados elementos constantes, entre los cuales los más usados son los siguientes:

2. Elemento de Daniell. Consiste, en esencia, en un elemento voltaico cuyo cobre está rodeado de un cilindro de porcelana sin barnizar (tabique poroso) que contiene una solución de sulfato de cobre.

$$Zn \mid H_2SO_4 \parallel SO_4Cu \mid Cu$$

FUNCIONAMIENTO. En la placa de zinc se efectúan los fenómenos que antes hemos descrito. El hidrógeno separado del ácido sulfúrico se combina, a través del tabique poroso, como el SO_4 del sulfato de cobre, y el cobre que queda en libertad se deposita sobre la placa de cobre.

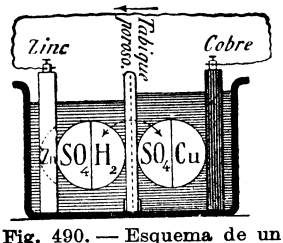


Fig. 490. — Esquema de un elemento de Daniell.

Ventajas. El depósito de cobre sobre la placa de cobre no altera la naturaleza de la materia sumergida en el líquido y, por consiguiente, no se origina fuerza electromotriz de polarización. La fuerza electromotriz del elemento Daniell es muy constante, hasta que se ha disuelto todo el zinc o se ha descompuesto todo el sulfato de cobre.

La fuerza electromotriz del elemento Daniell es aproximadamente de 1 voltio. A causa de su constancia puede servir este elemento como tipo o patrón.

El elemento de Meidinger es una modificación del de Daniell.

Está representado en la figura 491. El frasco invertido, abierto, está lleno de cristales y solución de sulfato de cobre; ésta, que también llena el fondo del vaso, baña una placa de cobre o de plomo. Una solución de sulfato magnésico, menos densa que la de cobre y superpuesta a ella, baña la placa o cilindro de zinc. Cuando en vez de placa de cobre se emplea una de plomo, éste se reviste, con el uso, de una capa de cobre.

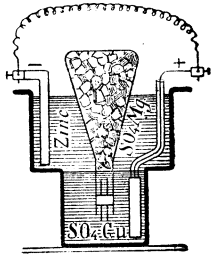


Fig. 491. — Elemento de Meidinger.

$$Zn \mid Mg\,SO_4 \,||\, SO_4Cu \mid Cu$$

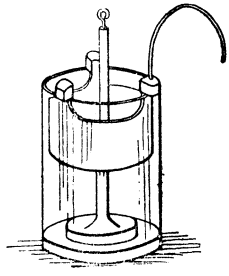


Fig. 492. — Elemento de Meidinger simplificado.

La figura 492 representa un elemento de Meidinger simplificado, tal como se usa en los telégrafos alemanes.

3. El elemento de Bunsen está dispuesto de la misma manera que el de Daniell, pero la solución de sulfato de cobre está substituída por el ácido nítrico y la placa de cobre por una barra de carbón. El primitivo elemento de Grove contenía, en vez de barra de carbón, una lámina de platino.

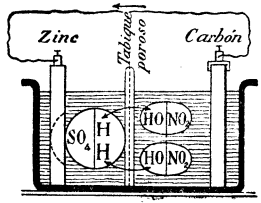


Fig. 493. — Esquema del elemento de Bunsen.

FUNCIONAMIENTO. El hidrógeno procedente del ácido sulfúrico se junta al grupo atómico OH del ácido nítrico y forma agua. El peróxido de nitrógeno NO_2 restante se disuelve en

parte en el ácido nítrico (NO_3H) y en parte se desprende hacia la atmósfera.

Ventajas. Es un elemento de fuerza electromotriz muy constante.

4. El elemento de bicromato contiene una placa de zinc y una o dos de carbón, sumergidas todas en una mezcla de ácido sulfúrico y solución de bicromato potásico: $Cr_2O_7K_2$.

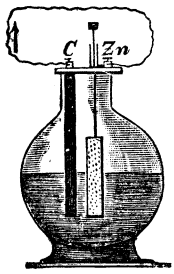


Fig. 494. Elemento de bicromato.

El hidrógeno procedente del ácido sulfúrico es oxidado por el bicromato y pasa a formar agua.

El elemento funciona bien, pero consume mucho zinc; en general está provisto de un mecanismo para separar el zinc del líquido mientras no se usa el aparato (fig. 494).

5. El elemento de Leclanché o de bióxido de manganeso (pirolusita) tiene el zinc sumergido en una solución de sal amoníaco (cloruro amónico, $ClNH_4$), y el carbón, polo positivo, rodeado de fragmentos de bióxido de manganeso (MnO_2), en el interior de un vaso poroso.

FUNCIONAMIENTO. El cloro del $ClNH_4$ forma cloruro de zinc; el amonio libertado (NH_4) se convierte en amoníaco (NH_3) y en hidrógeno; éste es oxidado por el bióxido de manganeso.

Ventaja. La fuerza electromotriz de este elemento, aunque no muy constante, se debilita sólo muy lentamente. Su empleo está casi reducido a las instalaciones de timbres y teléfonos particulares.

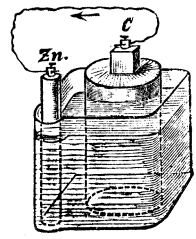


Fig. 495. Elemento de Leclanché.

Para evitar el empleo de vasos porosos y disminuir la resistencia interna del aparato, se rodea a veces el carbón de aglomerados de bióxido de manganeso.

6. Las pilas secas contienen substancias porosas

como aserrín, papel, etc., impregnadas de los líquidos activos.

§ 157. Enlace de los elementos

1. La fuerza electromotriz de un elemento es una magnitud constante (por ejemplo: para un elemento Daniell es 1,06 voltios), *independiente* del tamaño del elemento y de las placas. En cambio, la resistencia interna del elemento depende del tamaño y de la distancia de las placas.

La fuerza electromotriz y la resistencia interior de una pila *dependen de la manera de estar enlazados sus elementos.*

Dos son los principales **sistemas de enlace:** *en serie y en derivación* (o en paralelo).

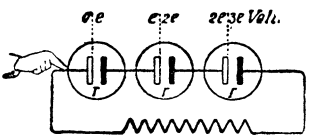


Fig. 496. — Elementos enlazados en serie.

2. Enlace en serie o en tensión. En este sistema, el polo positivo de cada elemento se enlaza al negativo del elemento siguiente. Si son n los elementos de fuerza electromotriz e y de resistencia interior r, y si la resistencia exterior es R, tendremos:

$$\begin{aligned} &\text{fuerza electromotriz total} = n\,e \\ &\text{resistencia total} = n\,r + R; \end{aligned}$$

de donde:

$$\text{intensidad } J = \frac{n\,e}{n\,r + R} = \frac{e}{r + {}^1/_n\,R} \text{ amperios.}$$

Empleando **un** solo elemento, la intensidad hubiera sido:

$$i = \frac{e}{r + R} \text{ amperios.}$$

Por consiguiente, la pila se comporta como un solo elemento enlazado a una resistencia **exterior** n veces menor. De aquí el empleo de este enlace en los casos de gran resistencia exterior (por ejemplo, líneas telegráficas).

a) Cuando R es muy grande, J es aproximadamente igual a $n \times i$. (Demuéstrese.)

b) Cuando R es muy pequeña, J es aproximadamente igual a $1 \times i$. (Demuéstrese.)

3. En el **enlace en derivación**, en paralelo o en cantidad, se juntan entre sí de un lado todos los polos positivos, y de otro todos los negativos de los elementos.

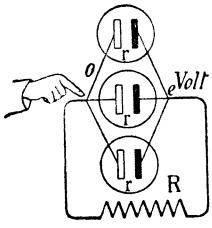


Fig. 497. — Tres elementos enlazados en paralelo.

Como la sección de las placas se hace n veces mayor, la resistencia del elemento único, equivalente, es n veces menor que la de uno solo de los elementos enlazados. Por consiguiente:

$$\text{fuerza electromotriz total} = 1 \times e$$

$$\text{resistencia total} = \frac{r}{n} + R;$$

de donde:

$$\text{intensidad } J = \frac{e}{\frac{r}{n} + R} \text{ amperios.}$$

a) Cuando R es muy grande, J es aproximadamente igual a $1 \times i$. (Demuéstrese.)

b) Cuando R es muy pequeña, J es aproximadamente igual a $n \times i$. (Demuéstrese.)

Problemas

1. Enlazados en serie **64 elementos de Meidinger** (fuerza electromotriz = 0,953 voltios; resistencia interior = 9,5 Ω) y aplicados a una resistencia exterior, dan una corriente

de 0,01 A; ¿cuál es el valor de la resistencia exterior? — Respuesta: 5491,2 Ω.

2. ¿Cuántos elementos de Meidinger se deben enlazar en serie para que a través de una resistencia exterior de 4000 Ω den una intensidad de 0,012 A? — R.:

$$i = \frac{n\,e}{n\,r + R}; \qquad n = \frac{i\,R}{e - i\,r} = 58.$$

3. Se enlazan **12 elementos de Bunsen** formando dos series de 6 elementos. La fuerza electromotriz de cada elemento es 1,82 V; la resistencia interna 0,11 Ω. La resistencia exterior $R = 6{,}4$ Ω. Hallar los valores de la intensidad i y de la tensión E_p entre los polos. — R.:

$$i = \frac{6 \times 1{,}82}{\frac{6 \times 0{,}11}{2} + 6{,}4} = \mathbf{1{,}623\ amperios;}$$

$$E_p = 6{,}4 \times 1{,}623 = \mathbf{10{,}38\ voltios.}$$

§ 158. Energía eléctrica. Ley de Joule

1. La corriente eléctrica es una forma de la energía, susceptible de ser convertida en otras formas; por ejemplo, en trabajo mecánico (electromotores), en calor, en luz.

a) **El trabajo L por segundo** (potencia mecánica), o sea la energía eléctrica de una corriente, **es igual al producto de la diferencia de tensión e por la intensidad i**; por lo tanto,

$$\boxed{L = e \times i \text{ vatios}}$$

e se supone medido en voltios.
i se supone medido en amperios.

El vatio (abreviadamente W) es igual a $\frac{1}{736}$ HP o a $\frac{75}{736}$ Kgm por seg. (§ 25-2).

Regla. Para calcular la potencia de una corriente se multiplican entre sí las indicaciones del voltímetro y del amperímetro.

Ejemplos

1. Un motor funciona a 50 V y 3 A; la potencia absorbida por este motor es:

$$N_i = 50 \times 3 = 150 \text{ vatios} = \frac{150}{736} = 0{,}204 \text{ HP (§ 25)}.$$

2. Una lámpara de incandescencia de 16 bujías y de 110 V consume a esta tensión $\frac{1}{2}$ amperios. ¿Qué potencia absorberán 500 lámparas de la misma clase?

$$500 \times 110 \times \frac{1}{2} = 27\,500 \text{ vatios} = \frac{27\,500}{736} = 37 \text{ HP}.$$

3. Una lámpara Nernst de 16 bujías funciona a 95 V y consume 0,25 A. ¿Cuál es el trabajo consumido por 100 lámparas de esta clase en 10 horas?

$$100 \times 95 \times 0{,}25 \times 10 = 23\,750 \text{ vatios-hora}.$$

b) **Fórmula de Joule.** Siendo $e = i\,r$, se puede escribir:

$$\boxed{L = i^2 r \text{ vatios}}$$

EJEMPLO. Una lámpara de incandescencia, cuya resistencia es de 220 Ω, consume normalmente $\frac{1}{2}$ A. La potencia absorbida por ella es:

$$L = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 220 = 55 \text{ W} = \frac{1}{13} \text{ HP}.$$

Los contadores de electricidad indican el consumo de trabajo eléctrico en vatios-hora. — Las centrales eléctricas ceden ordinariamente la energía eléctrica *destinada al alumbrado* a precios superiores a los de la corriente industrial. El coste de producción es muy variable.

2. Al pasar por los conductores, la energía eléc-

trica se convierte en calor. 1 vatio desarrolla en 1 segundo 0,24 pequeñas calorías.

1 vatio	equivale a	0,24 calorías-gramo por segundo
1 »	»	a 0,102 kilográmetros » »
1 kilográmetro por segundo	equivale a	9,81 vatios
1 caballo de vapor	equivale a	736 vatios
1 caloría-kilogramo	»	a 427 kilográmetros
1 caloría-gramo	»	a 4,18 vatios

3. Ley de Joule. *El calor desarrollado en un conductor es directamente proporcional a la* **resistencia** *del mismo y al* **cuadrado de la intensidad** *de la corriente.*

DEMOSTRACIÓN. Por ser $L = i^2 r$ vatios, la cantidad de calor desarrollado en t segundos deberá ser:

$$Q = 0{,}24\ i^2 \times r \times t;\ \text{o bien: } Q = 0{,}24\ e \times i \times t$$
(pequeñas calorías)

EXPERIMENTO. *a)* Si se hace pasar una corriente eléctrica suficientemente intensa a través de una cadena cuyos eslabones sean alternativamente de cobre y de maillechort, los de maillechort se pondrán incandescentes cuando los de cobre se hayan calentado apenas, puesto que si bien la intensidad es la misma en todos los puntos de la cadena, la resistencia del maillechort es mucho más elevada que la del cobre.

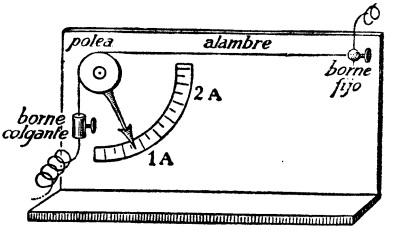


Fig. 498. — Fundamento de los amperímetros térmicos.

b) Cuando una corriente se bifurca en dos alambres, uno de cobre y otro de maillechort, de igual longitud y espesor, se calienta mucho más el de cobre, porque si bien las intensidades en ambas ramas están en razón inversa de las resistencias, el calentamiento es proporcional, no a la intensidad, sino a su cuadrado.

c) Los filamentos de las lámparas de incandescencia son muy delgados. ¿Por qué?

d) En la dilatación de un alambre por el calor producido por la corriente se fundan los amperímetros y voltímetros térmicos (fig. 498).

Problemas

1. Una lámpara de incandescencia presenta una resistencia de 220 Ω y está construída para la tensión de 110 V. ¿Qué cantidad de calor se desarrolla por segundo en su filamento? —R.: 1) $e = 110$ V; $R = 220$ Ω; $i = \frac{110}{220} = \frac{1}{2}$ A.

2) Trabajo de la corriente, $L = i^2 \times R = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 220 = 55$ W.

3) Cantidad de calor por segundo $= 55 \times 0{,}24 = 13{,}2$ cal-g.

2. La corriente $i = 56$ A recorre un alambre de cobre de 212 m de longitud y 20 mm² de sección. Hallar el valor de la pérdida de tensión e y de la pérdida de energía en el alambre y determinar la cantidad de calor desarrollada por segundo. La conductibilidad del cobre es 60. — R.: $e = 6{,}393$ V; $L = 526$ W; $Q = 126$ cal-g.

3. ¿Cuánto calor desarrolla por segundo una corriente de 12 A en un alambre de hierro de 12 m de longitud, 1,5 mm de espesor y 0,1 Ω de resistencia específica? — Respuesta: 23,47 cal-g.

4. ¿Qué energía se consume en una resistencia de 0,74 Ω cuando es atravesada por una corriente de 16 A? ¿Cuánto calor se desarrolla por minuto? — R.: 189,44 vatios; 2728 cal-g.

5. A través de una espiral de maillechort cuya resistencia es $R = 16$ Ω pasa la corriente $i = 2{,}8$ A. La espiral, enteramente sumergida en el agua destilada de un calorímetro, tiene los extremos soldados a gruesos hilos de cobre que sirven de bornes. El peso del vaso calorimétrico, de latón, es 35,2 g; el del agua es de 380 g. ¿Qué aumento de temperatura experimenta el agua en 5 minutos? — Respuesta: Calor desarrollado = 9032 cal. El agua y el latón se calientan $t°$. Admitiremos que ni por conducción ni por irradiación se pierde calor. El calor específico del latón es $c = 0{,}094$.

$$9032 = t\,(35{,}2 \times 0{,}094 + 380); \qquad t = 23{,}6° \text{ C.}$$

6. ¿Cuántos caballos absorbe un electromotor que funciona a 110 V con una intensidad de 50 A? — R.: 7,5.

§ 159. Aplicación de los efectos caloríficos de la corriente eléctrica

1. Secciones normales. Todo alambre atravesado por la corriente eléctrica adquiere una temperatura determinada, desde el momento en que la cantidad de calor producido por el paso de la corriente es igual a la cantidad del calor perdido por irradiación y conducción. Con objeto de que los conductores no adquieran temperaturas demasiado elevadas, se han prescrito en las instalaciones eléctricas las secciones llamadas normales, correspondientes a las distintas intensidades.

Secciones normales de los conductores de cobre:

i = 10 A	s = 1,5 mm²	densidad de corriente = 6,7
30 A	6 mm²	5
100 A	50 mm²	2

Se da el nombre de **densidad de corriente** a la razón entre la intensidad (en amperios) y la sección (en mm²). Como se nota en los anteriores números, al crecer la intensidad de corriente disminuye la densidad prescrita, porque mientras la sección aumenta como el cuadrado del diámetro, la superficie exterior (superficie irradiante) aumenta sólo como el diámetro.

2. Los cortacircuitos fusibles son pequeños trozos de hilos o láminas de metal (plomo, zinc, cadmio o plata), que se intercalan en los conductores con objeto de que se fundan y quede la línea interrumpida, cuando por un **corto circuito** u otra causa, la intensidad de la corriente adquiera un valor peligroso para los aparatos y aun para la misma línea.

Se denomina **corto circuito** la unión directa (sin resistencia) de los dos conductores de una corriente. El efecto de los cortos circuitos es el aumento extraordinario de la intensidad de la corriente y, por consiguiente, del caldeo de los conductores.

3. La luz de arco (Davy, 1821). Cuando se hace pasar la corriente eléctrica por dos barras de carbón que están en contacto por sus extremos, éstos, por la gran resistencia del contacto, se ponen incandescentes. Si entonces se apartan algunos milímetros uno de otro, se produce entre ellos un arco luminoso (arco voltaico), formado por partículas de carbón y gases calientes, a través del cual halla paso la corriente. Los extremos candentes de las varillas de carbón arden, y así la incandescencia como la rapidez de la combustión son mayores en el extremo correspondiente al carbón positivo, el cual se ahueca y adquiere la forma de cráter.

Fig. 499. — Arco voltaico.

a) En las lámparas de arco alimentadas por corriente continua se coloca siempre el carbón positivo más grueso que el carbón negativo (razón de los diámetros, 5 : 3); ambos carbones se disponen verticalmente, el negativo debajo y **el positivo encima,** con objeto de que la luz del cráter irradie hacia abajo.

b) Como por la combustión se acortan los carbones, es preciso emplear un **sistema de regulación** encargado de desempeñar automáticamente esas tres funciones: 1.ª Poner los carbones en contacto cuando la lámpara está apagada. 2.ª Separar los carbones a la distancia conveniente cuando la lámpara se intercala en el circuito. 3.ª Mantener constante la distancia de los carbones, a pesar de la combustión de sus puntas. En las lámparas que tienen el regulador en derivación (fig. 500), el carbón positivo pende de uno de los brazos de una palanca; del mismo brazo pende también un núcleo *E* de hierro dulce, que puede penetrar más o menos

en la bobina *S*; el otro brazo de palanca está provisto de un muelle *f*. La corriente, primero, atraviesa la bobina, el núcleo de hierro es atraído por ella y los carbones se ponen en contacto. Entonces la corriente halla a través de los carbones una resistencia mucho menor que a través de la bobina y pasa casi enteramente por aquéllos; el núcleo *E* deja de ser atraído y los carbones se separan y se forma el arco. Al aumentar la longitud de éste aumenta su resistencia y, por consiguiente, la intensidad de la bobina, hasta que por fin se determina un estado de equilibrio entre la fuerza atractiva de la bobina y la acción del resorte.

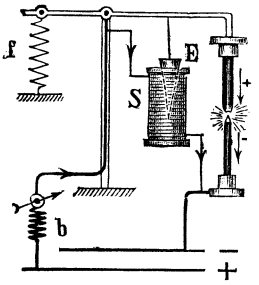


Fig. 500.— Lámpara de arco en derivación.

c) La diferencia de tensión entre los carbones es de 40 a 50 voltios. El circuito lleva siempre intercalada una resistencia *b* que absorbe la diferencia entre la tensión de la línea y la del arco. La intensidad de la corriente puede tener valores muy distintos, según la intensidad luminosa de la lámpara.

La luz procede, en su mayor parte, de las puntas incandescentes, y sólo en una mínima parte del arco.

4. La luz eléctrica de incandescencia se obtiene haciendo pasar la corriente eléctrica a través de un delgadísimo filamento de carbón encerrado en un globo de vidrio, del que se ha extraído el aire con objeto de evitar la combustión del carbón. Los extremos del filamento comunican con dos porciones, aisladas entre sí, de una montura metálica (casquillo), por medio de dos alambritos metálicos que atraviesan las paredes del globo o bombilla.

Fig. 501. Lámpara de incandescencia.

a) **Se construyen lámparas de incandescencia para distintas tensiones** y distintas intensidades luminosas. El voltaje más corriente es de 110 V. Una lámpara de 16 bujías es

atravesada a 110 V por una corriente de 0,5 A; su consumo es, pues, de 55 W, o sea de 3,44 vatios por bujía. Este consumo de energía es aproximadamente el mismo para todas las lámparas de filamento de carbón (§ 81).

Con el tiempo se destruye el filamento, las paredes de la bombilla se ennegrecen y la intensidad luminosa disminuye por haber aumentado la resistencia. La duración media de las lámparas de filamento de carbón es de 800 horas.

Las lámparas de incandescencia se usan casi siempre enlazadas en paralelo, con lo cual se logra la independencia del funcionamiento de cada una de ellas, y además la tensión de trabajo queda reducida a un mínimo.

EXPERIMENTO. Obsérvese cualquier instalación doméstica de alumbrado: todas las lámparas están directamente unidas a los dos conductores de línea. Al apagar una lámpara no se produce efecto alguno sobre las restantes. ¿Qué sucedería si las lámparas estuviesen enlazadas en serie?

b) El filamento de **la lámpara Nernst** es corto y grueso y está formado por una mezcla, de óxido de calcio y de óxido magnésico, que en frío presenta gran resistencia y en caliente la presenta muy reducida. El filamento está rodeado por una espiral metálica, montada en derivación. Al dar paso a la corriente, ésta recorre la espiral, por ofrecerle el metal una resistencia mucho menor que el filamento; pero el calor desarrollado en la espiral calienta los óxidos, la resistencia de éstos disminuye y la corriente atraviesa el filamento dando origen a una luz blanquísima. Al mismo tiempo pasa la corriente por un electroimán, cuyo efecto es la interrupción de la corriente en la espiral. El consumo de energía en esta lámpara es de 1,8 vatios por bujía. La duración unas 400 horas.

c) **Las lámparas de filamento metálico** (lámparas de tántalo, osmio, tungsteno, zirconio, etc.), tienen en vez del filamento de carbón un filamento metálico de pequeñísimo espesor, pero de longitud relativamente considerable. El consumo es de 1 a 1,5 vatios por bujía.

La lámpara de tántalo tiene un filamento de tántalo de 650 mm de longitud y 0,05 mm de diámetro. El consumo es de 1,5 vatios por bujía. La duración media es de 600 horas.

La lámpara Nitra (1913) lleva un delgadísimo filamento de tungsteno y el globo lleno de nitrógeno a la presión de

dos tercios de atmósfera: la presión del gas permite elevar el metal a mayor temperatura sin que llegue a volatilizarse; el filamento está dispuesto en un reducido espacio para disminuir la pérdida de calor por convección (§ 117). Consumen $\frac{1}{2}$ W por bujía y su duración es de 800 horas.

5. Fusión y soldadura de los metales. El horno eléctrico destinado a fundir metales consiste esencialmente en un crisol de carbón que contiene el metal y sirve de cátodo, y una barra de carbón que está en contacto con el metal y constituye el ánodo. El arco, que una corriente de gran intensidad forma entre la barra de carbón y el metal, determina la fusión del último. El platino, en un horno de esta clase, no sólo se funde sino que se volatiliza.

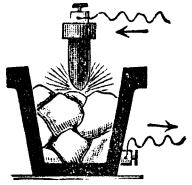


Fig. 502.
Horno eléctrico.

Los vapores de los distintos metales comunican a la llama del arco distintas **coloraciones** (verde el cobre y la plata; rojo el litio; azul el zinc; blanquecino el hierro). Estas coloraciones tienen interés en el análisis espectral (§ 92-6).

6. Preparación de substancias. Calentando en un horno eléctrico semejante al descrito una mezcla de cal y carbón, se obtiene el **carburo de calcio** empleado para la obtención del acetileno. Si la cal se substituye por la sílice, se obtiene el **carborundo** (siliciuro de carbono), substancia de interés por su gran dureza.

Problema

Calcular la **resistencia** que debe enlazarse en serie con un **arco voltaico** de 10 amperios, alimentado por una línea a 115 voltios. — R.: $115 - 40 = 75$ V; $\frac{75}{10} = 7{,}5$ Ω.

CAPÍTULO XVII

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA
CORRIENTES TERMOELÉCTRICAS

§ 160. Leyes de Faraday

1. Descubrimiento de Faraday (1831). *a)* Cuando un alambre AB (fig. 503), con los extremos unidos a un galvanómetro sensible, se mueve con rapidez a través de un campo magnético, *de manera que corte las líneas de fuerza*, la aguja del galvanómetro recibe un impulso que revela la producción de una corriente eléctrica en el hilo.

b) Al cesar el movimiento del conductor, la aguja galvanométrica vuelve al cero y permanece en él.

c) Al mover el conductor en sentido opuesto, aparece de nuevo la desviación de la aguja, pero de sentido contrario al de la primera.

El paso de una corriente de A a B debe ser efecto de una diferencia de tensión entre ambos puntos. Por esto se dice también que el movimiento a través de un campo magnético da origen a una diferencia de tensiones: a una fuerza electromotriz.

Las corrientes producidas de esta manera se denominan **corrientes de inducción.** Son tanto más intensas cuanto más intenso es el campo magnético y cuanto mayor es la velocidad del movimiento. (En el experimento de la figura 503, la intensidad del campo podría variarse substituyendo el imán por un electroimán y variando la intensidad de la corriente en las bobinas.)

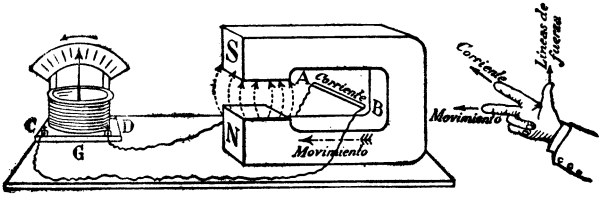


Fig. 503. — Inducción electromagnética.

Ambas proporcionalidades pueden comprenderse en una sola: *la intensidad de la corriente producida es* **directamente proporcional al número de líneas de fuerza cortadas** *por segundo.* Fijémonos en las líneas de fuerza comprendidas dentro del circuito *A B C D*; según que el número de esas líneas aumente o disminuya, se producirá la corriente en uno u otro sentido. La cuantía del aumento o disminución, en la unidad de tiempo, del número de líneas de fuerza abrazadas por el circuito, determina el valor de la fuerza electromotriz inducida, o bien, en el caso de nuestro experimento, de la intensidad de la corriente inducida.

2. El sentido de la corriente inducida se puede prever mediante una cualquiera de las siguientes reglas:

a) **Regla de Faraday o de la mano derecha.** Colocando en el campo magnético la mano derecha extendida, de manera que la palma reciba las líneas de fuerza (en el caso de la figura 503, la mano se deberá, pues, poner horizontal) y que el pulgar indique el sentido del movimiento (en la figura 503, hacia la izquierda), las puntas de los demás

dedos indicarán el sentido de la corriente inducida (en la figura 503, hacia detrás de la figura).

b) **Personificación de las líneas de fuerza.** Imaginemos un observador colocado en la dirección de las líneas de fuerza (en la figura 503, vertical y derecho) con la cara vuelta en el sentido del movimiento (en la figura 503 mirando hacia *G*); el brazo derecho, extendido, indicará el sentido de la corriente inducida.

c) **Regla de los tres dedos.** Si con el pulgar de la **mano derecha** se indica la dirección y sentido de las líneas de fuerza y con el dedo medio de la misma mano la dirección y sentido del movimiento, el índice indicará la dirección y sentido de la corriente inducida. Los dedos deben estar colocados de tal suerte, que cada uno de ellos sea perpendicular a los otros dos.

3. El valor de la fuerza electromotriz inducida se deduce de la siguiente ley de Faraday:

La fuerza electromotriz inducida está determinada por el número de líneas de fuerza que por segundo salen o entran en el circuito.

La figura 504 representa un corte horizontal del campo magnético de la figura 503. Los circulitos representan las intersecciones de las líneas de fuerza con el papel, y los puntos centrales las puntas de las flechas que indican su sentido, y se dirigen hacia el lector. Para mayor sencillez suponemos el conductor *AB* dispuesto de modo que pueda resbalar sobre las barras metálicas S_1 y S_2. La mano que aparece en la figura está representada en la disposición requerida por la regla de Faraday. Se ha supuesto también que el campo magnético era homogéneo, siendo su intensidad *H*; es decir que *H* es el número de líneas de fuerza por cm^2.

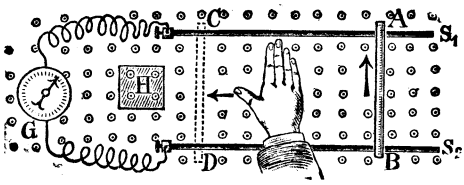


Fig. 504. — Fuerza electromotriz inducida.

Si pasa una corriente de *i* amperios por el conductor *AB*

de longitud l centímetros, la fuerza que el campo magnético ejercerá sobre el conductor valdrá, según el § 147:

$$P = \frac{i \times H \times l}{10} \text{ dinas;}$$

y si el conductor se mueve con velocidad v cm por seg., el trabajo realizado será:

$$T = \frac{i \times H \times l}{10} \times v \text{ ergios por segundo.}$$

Este trabajo consumido en el movimiento del conductor aparece en forma de trabajo de la corriente inducida, trabajo que, según el § 158-1, es igual a:

$$T = e \times i \text{ vatios} = e \times i \times 10^7 \text{ ergios por seg.}$$

Igualando las dos expresiones del valor de T:

$$e \times i \times 10^7 \text{ ergios por seg.} = \frac{i \times H \times l}{10} \times v \text{ ergios por seg.,}$$

resulta:

$$e = \frac{1}{10^8} \times H \times v \times l \text{ voltios,}$$

o sea:

$$\boxed{e = H \times v \times l \times 10^{-8} \text{ voltios.}}$$

EJEMPLO: Cuando se deja caer horizontalmente un alambre de cobre de 1 metro de largo, desde una altura de 5 metros al suelo, posee, al final de su caída, según el § 18-2, la velocidad:

$$v = \sqrt{2\,g\,h} = 10 \text{ m por seg.} = 1000 \text{ cm por seg.}$$

Como H (componente horizontal del campo magnético terrestre) vale $\frac{1}{5}$ dina, la fuerza electromotriz inducida en el alambre será:

$$e = \frac{1}{5}\, 1000 \times 100 \times 10^{-8} = \frac{1}{5000} \text{ V.}$$

De lo que acabamos de decir se puede también deducir la ley siguiente:

4. Principio de Lenz. La corriente inducida tiene siempre el sentido conveniente para **oponerse** al movimiento que le ha dado origen; o bien:

> *La corriente inducida es debida a un consumo de trabajo.*

Aplicación al movimiento de una bobina (fig. 505). Si aproximamos un circuito circular o una bobina cerrada sobre sí misma al polo norte de un imán, podremos determinar, mediante la regla de Faraday, el sentido de la corriente inducida en cada centímetro de conductor. Así hallaremos que para un observador situado en *N* la corriente inducida circularía en la bobina en sentido contrario al de las agujas de un reloj; la cara de la bobina que mira al polo norte es, por lo tanto, otro polo norte. Entre ambos polos nortes se verifica una repulsión, y para acercar la bobina al imán debe vencerse una resistencia, conforme a lo expresado en la ley de Lenz.

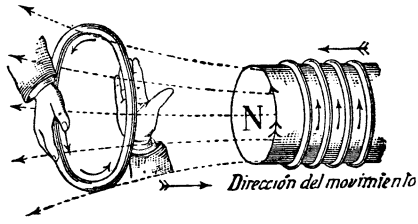


Fig. 505. — Movimiento de un cuadro.

Cuando la bobina se aleja del imán, se invierte el sentido de la corriente inducida; la cara de la bobina que mira al polo norte es entonces polo sur y, por consiguiente, la bobina y el imán se atraen; luego para alejar la bobina del imán debe vencerse también una resistencia.

5. En vez de mover el conductor puede dejarse éste fijo y moverse el campo magnético; los fenómenos de inducción dependen de los movimientos relativos.

También se pueden dejar fijos conductor y campo magnético y variar la intensidad de este último.

La inducción es debida a la variación del número de líneas de fuerza abrazado por el circuito inducido.

6. Otras disposiciones experimentales para la comprobación de la ley de Faraday. Empléanse dos bobinas *P* y *S* (fig. 507), llamadas respectivamente bobina primaria y bobina secundaria. Mediante la bobina primaria *P* se determina la producción de un campo magnético más o menos intenso; la bobina *P*, de escasa resistencia, forma parte de un circuito que comprende una pila, un reóstato y un interruptor *D*. La bobina secundaria es la sometida a la acción del campo magnético; está formada por considerable número de espiras de hilo delgado, y en su circuito lleva intercalado un galvanómetro destinado a la observación de las corrientes inducidas. El diámetro de *S* es mayor que el de *P*, con objeto de que esta última pueda enchufar en la primera.

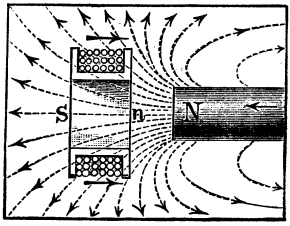


Fig. 506.
Movimiento de una bobina.

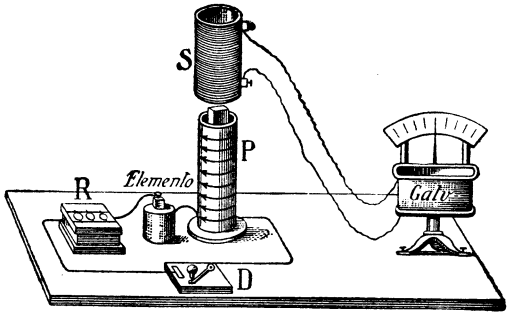


Fig. 507. — Experimento de inducción.

a) **Inducción debida al movimiento.** Enchufando con rapidez *P* en *S*, la aguja galvanométrica recibe una impulsión, por ej. hacia la derecha. Al cesar el movimiento, la aguja vuelve al cero.

Separando rápidamente *S* de *P*, la aguja galvanométrica recibe nueva impulsión, mas de sentido opuesto a la anterior; en nuestro caso hacia la izquierda. Cuando cesa el movimiento, la aguja vuelve al cero.

b) **Inducción debida a cambios de intensidad.** Se deja *P* en el interior de *S*, y por medio del interruptor *D* se interrumpe de súbito en *P* la corriente. La aguja galvanométrica experimenta una impulsión, por ej. hacia la derecha, y en seguida vuelve al cero. La impulsión es hacia la izquierda en el momento de cerrar de nuevo el circuito.

Los mismos fenómenos, si bien menos intensos, se verifican cuando maniobrando el reóstato *R* se aumenta o disminuye la intensidad de la corriente primaria.

c) **Pueden trocarse los papeles de las bobinas primaria y secundaria.**

7. He aquí **otras reglas que pueden utilizarse** para prever el sentido de las corrientes inducidas:

I. Al acercarse, cerrarse o aumentar la corriente del circuito primario, la corriente inducida en el circuito secundario es de sentido contrario a la primaria.

II. Al alejarse, abrirse o debilitarse la corriente del circuito primario, la corriente inducida en el circuito secundario es del mismo sentido que la primaria.

§ 161. Selfinducción

1. Se da el nombre de **selfinducción** (o el de autoinducción) a la inducción ejercida por un circuito sobre sí mismo a consecuencia de las variaciones de intensidad de la corriente que lo recorre. Los fenómenos de selfinducción presentan grande intensidad en el momento de la apertura o del cierre de un circuito, y sobre todo se manifiestan en los circuitos provistos de bobinas con núcleo de hierro.

a) FUNDAMENTO. Cuando varía la intensidad de la corriente en una bobina, varía simultáneamente el número de líneas de fuerza abrazado por las espiras y, por lo tanto, a la corriente primaria que las recorre se superpone la corriente de inducción debida a la expresada variación del número de líneas de fuerza. La corriente así inducida recibe el nombre de *extracorriente*.

b) **Duración.** La extracorriente tiene la misma duración que la variación de intensidad que le da origen.

c) **Intensidad.** La intensidad de la extracorriente crece con el cuadrado del número de espiras de la bobina, y además es tanto mayor cuanto más intenso es el campo magnético en el interior de la bobina; por consiguiente, la extracorriente es más intensa en las bobinas provistas de núcleo de hierro que en las que no lo contienen.

La selfinducción se produce también en los conductores rectilíneos, pero sus efectos son muy débiles.

2. Los **fenómenos de selfinducción** se pueden observar con comodidad por medio del puente de Wheatstone (§ 155).

En el sistema de ramificación de corriente llamado del puente de Wheatstone, se coloca como resistencia R_1 una bobina de selfinducción (bobina con núcleo de hierro) Siendo la proporción de las cuatro resistencias $r_1 : r_2 = R_1 : R_2$, el galvanómetro se desvía, a pesar de ello, en el momento de iniciarse y en el momento de terminar el paso de la corriente, a causa de la selfinducción de la resistencia R_1, pero deja de pasar corriente por el puente y el galvanómetro no se desvía cuando la corriente principal ha adquirido una intensidad constante.

3. Corriente de cierre y corriente de apertura. *a)* La extracorriente de cierre se origina en el momento de cerrar el circuito o de aumentar súbitamente en él la intensidad de la corriente; su sentido es opuesto al de ésta y, por consiguiente, tiende a debilitarla.

b) La extracorriente de apertura se produce al abrir el circuito o al disminuir de súbito en él la inten-

sidad de la corriente; su sentido es el mismo de ésta y, por consiguiente, tiende a reforzarla. A esto se deben las chispas más o menos ruidosas que se producen al interrumpir un circuito.

Experimento con un timbre eléctrico. Se enlazan a los bordes *A* y *B* del timbre (fig. 449) dos hilos conductores, y se asen sus extremos con las manos; las extracorrientes, de tensión elevada, producidas a cada interrupción, atraviesan el cuerpo y producen un cosquilleo particular en las articulaciones.

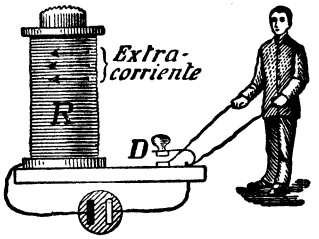


Fig. 508. — Extracorriente.

Cuando se desea que una bobina carezca de selfinducción se arrolla la mitad del alambre en un sentido y la otra mitad en sentido opuesto. Este devanado bifilar se aplica a las cajas de resistencia.

§ 162. Corrientes de Foucault

1. Se denominan **corrientes de Foucault** las de inducción originadas en masas metálicas, ya por el movimiento relativo de éstas en un campo magnético, ya por variación del campo magnético que las rodea.

EXPERIMENTO. Colgando, a modo de péndulo, una barra imanada, de manera que sea, por ejemplo, el polo norte de la misma el que se encuentre encima de una placa de cobre, al oscilar aquélla, su movimiento se amortiguará con rapidez y pronto quedará en reposo. — EXPLICACIÓN. Se producen en la placa de cobre corrientes de inducción, las cuales, en virtud de la ley de Lenz, deben oponerse al movimiento que las origina (fig. 509).

2. Aplicación al amortiguamiento de las oscilaciones. Si una aguja magnética se hace oscilar primero al aire libre y después en el interior de una caja de cobre (fig. 510) se observará que en este segundo caso se detiene con más rapidez que en el primero. Las corrientes de Foucault producidas en el cobre se oponen, en virtud de la ley de Lenz, al movimiento de la aguja.

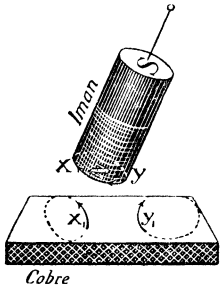


Fig. 509.
Corrientes de Foucault.

COMPARACIÓN. Se encuentra mayor resistencia al agitar el bastón en el agua que al agitarlo en el aire.

Aparatos aperiódicos. Para que la aguja de los aparatos indicadores no efectúe enojosas oscilaciones, se la enlaza de ordinario a un freno amortiguador, que puede consistir en una paleta que se agita en una caja de aire, *o bien en una masa metálica que se mueve en un campo magnético* (entre los polos de un imán).

3. Calentamiento de las masas metálicas. Las corrientes de Foucault inducidas en una masa metálica desarrollan una cantidad de calor que en ciertos casos puede elevar considerablemente la temperatura del metal.

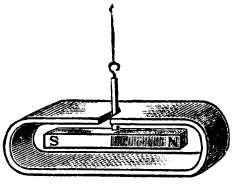


Fig. 510.
Amortiguamiento de las oscilaciones.

Faraday hacía girar un disco de cobre entre los polos de un potente electroimán. La resistencia a la rotación crecía y el disco se calentaba más cuanto mayor era la velocidad con que giraba.

El calor desarrollado era equivalente al trabajo mecánico efectuado; este hecho ha sido aplicado a la determinación del equivalente mecánico del calor.

§ 163. Carrete de inducción

1. El carrete de Ruhmkorff o de inducción consiste en esencia en un martillo de Wagner (§ 145-6) cuyo electroimán está rodeado por una bobina de inducción *S*, compuesta de numerosísimas espiras de hilo fino de cobre perfectamente aislado.

FUNCIONAMIENTO. El martillo de Wagner abre y cierra automática y rápidamente la corriente que recorre su electroimán, y merced a ello se produce en la bobina *S* una serie igualmente rápida de corrientes de inducción que van alternativamente en uno y otro sentido; es decir, se produce una corriente alterna.

EXPERIMENTO. Si se asen los bornes de la bobina *S* (en un carrete de Ruhmkorff *pequeño*), se experimentarán sensaciones más o menos dolorosas en los miembros. — La intensidad de las sensaciones se debilitará separando, mediante un cilindro hueco de latón, el núcleo de hierro de la bobina; la producción de corrientes de Foucault en el cilindro de latón debilita la producción de corrientes de inducción en la bobina.

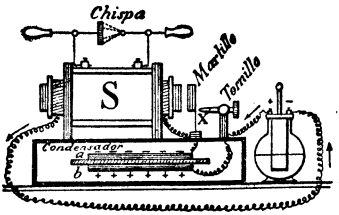


Fig. 511. — Carrete de Ruhmkorff.

2. En los grandes carretes, las corrientes de la bobina *S* adquieren tal tensión que es peligroso tocar los bornes, y entre éstos saltan chispas de considerable longitud.

Necesidad de un condensador. En cuanto el contacto en *x* se interrumpe, se origina una extracorriente en la

bobina primaria (a causa de la elevada selfinducción de la misma); extracorriente que siendo del mismo sentido que la corriente interrumpida, determinaría en x el salto de chispas que con gran rapidez destruirían las piezas de ese contacto. Para evitar semejantes chispas, se enlazan las dos piezas, martillo y tornillo, con las dos armaduras a y b de un condensador, que a cada interrupción se carga con las cargas positiva y negativa que la extracorriente tiende a poner en movimiento. Al establecerse de nuevo el contacto, dichas cargas pasan otra vez al circuito general.

Al cerrarse el circuito, se origina en la bobina primaria una extracorriente que se opone a la corriente principal, y ésta, por lo tanto, sólo gradualmente alcanza todo su valor. A pesar de que el fenómeno es muy rápido, no lo es tanto como el cese de la corriente originado por la interrupción y, por consiguiente, la acción inductiva de la corriente de cierre no es tan intensa como la de la corriente de apertura.

Sólo la corriente de apertura tiene la tensión suficiente para saltar entre los bornes en forma de chispa. La chispa no es, pues, alternativa, y hay un borne positivo y uno negativo.

El carrete de inducción puede substituir, en muchos experimentos, las máquinas eléctricas de influencia.

3. Interruptor Wehnelt. El efecto de un interruptor depende del número de interrupciones por segundo. El martillo de Wagner da de 3 a 40; se han construído interruptores rotatorios (accionados por motorcitos eléctricos) que llegan a producir 1200 interrupciones por segundo. Wehnelt inventó en 1899 un interruptor electroquímico que produce automáticamente hasta 1800 interrupciones por segundo. Cuando se emplea este interruptor, se suprime el condensador del carrete, pues no se producen entonces en el primario chispas que deterioren los contactos. Ese aparato exige que la tensión de la corriente primaria sea de 65 a 110 voltios.

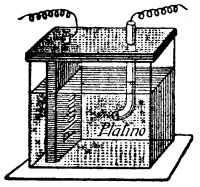


Fig. 512.
Interruptor Wehnelt.

DESCRIPCIÓN. En un vaso que contiene agua ligeramente acidulada, están sumergidos un cátodo formado por una lámina de plomo y un ánodo formado por un hilo de platino, el cual, exceptuando unos 2 mm de su extremo, se halla completamente envuelto por un tubo de vidrio o de porcelana. Cuando la corriente primaria pasa por este aparato, la punta de platino se pone incandescente, repele el líquido que le rodea y se producen las interrupciones mencionadas.

4. Modernas aplicaciones del carrete de inducción. *a)* **Producción de rayos Röntgen.** Cuando dos conductores metálicos que penetran en un globo (llamado ordinariamente **tubo de Geissler, o de Hittorf, o de Crookes)** que contiene aire enrarecido, se ponen en comunicación con los bornes o electrodos de una máquina de influencia o de un carrete de inducción, se originan varios fenómenos que dependen del grado de enrarecimiento del gas encerrado en el tubo.

Presión del gas	Fenómeno
hasta 1 mm	Haz de luz rojiza procedente del **ánodo.** El **cátodo,** orlado de luz azul, está separado de la luz roja por un espacio obscuro.
hasta 0,1 mm	Luz roja **estratificada;** los estratos con frecuencia muy inquietos. El espacio obscuro catódico es mayor.
hasta 0,01 mm	La luz roja ha desaparecido. Del cátodo parten **rayos catódicos** que se propagan en línea recta y al incidir sobre las paredes de cristal producen en ellas una fluorescencia verdosa.

Los rayos procedentes del ánodo y los procedentes del cátodo se comportan de maneras muy distintas.

1) **Los rayos catódicos** se propagan en línea recta (comprobación con el tubo de Crookes representado en

la figura 513) y determinan la fluorescencia de los cuerpos sobre los cuales inciden (fig. 514); son desviados por un campo magnético (fig. 515) y atraviesan las

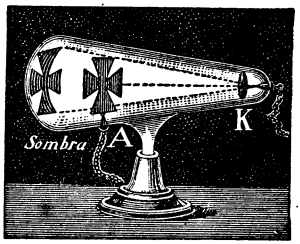


Fig. 513.
Propagación rectilínea de los rayos catódicos.

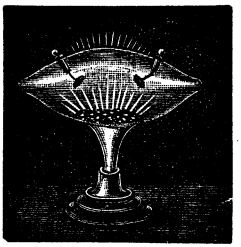


Fig. 514.
Fluorescencia producida por los rayos catódicos.

láminas delgadas de aluminio. Si el tubo está provisto de una ventana cerrada por una lámina de aluminio, los rayos catódicos pasan al aire y lo hacen buen conductor de la electricidad. Los rayos catódicos se comportan como si estuvieran cargados de electricidad negativa.

Consisten, según modernas investigaciones, en sutilísimas partículas, **miles de veces menores que los átomos** y de velocidad comprendida entre $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{3}$ de la velocidad de la luz. Esas partículas se denominan **electrones** y se admite que son *partículas elementales de electricidad negativa* (§ 141 bis).

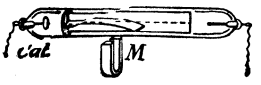


Fig. 515. — Desviación de los rayos catódicos por un campo magnético.

2) **Los rayos anódicos** pueden estudiarse dejándolos pasar por orificios practicados en el cátodo (rayos-canales de Goldstein). Aparecen cargados de electricidad positiva y poseen velocidad mucho menor que los catódicos.

Las partículas que en ellos se mueven **son del tamaño y del peso de los átomos** y se toman como átomos cargados positivamente, es decir, como *iones* positivos (§ 141 bis).

3) **Röntgen** descubrió en 1894 que de los objetos (cristal, metal, etc.) en que inciden los rayos catódicos parten rayos (rayos X) que tienen la propiedad de atravesar la madera, el cuero, la ebonita, etc., con igual facilidad con que la luz atraviesa el cristal. Si esos rayos caen sobre una pantalla revestida de platinocianuro bárico, ésta aparece iluminada con luz amarillo-verdosa. Si se coloca la mano sobre la pantalla, se ve la sombra de los huesos, porque la carne es transparente para los rayos X (fig. 516). La pantalla fluorescente puede substituirse por una placa fotográfica, la cual es impresionada por los rayos X (fig. 517). Como manantial de rayos X, dentro del tubo de Crookes, se emplea una pieza metálica, llamada *anticátodo*, unida al ánodo.

Fig. 516.
Radiografía de la mano.

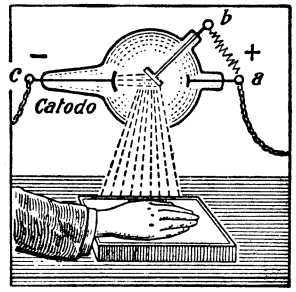


Fig. 517.
Obtención de una radiografía.

La naturaleza de los rayos X se puso en claro en 1912, al conseguir **Laue** su difracción mediante una red (§ 107-4: pág. 320) de extraordinaria finura: la red cristalina. Si los rayos X habían resistido anteriormente a todo intento de di-

fracción, debióse a que las más finas redes artificiales de difracción, suficientes para las longitudes de onda luminosas y ultravioletas (§ 77-3: pág. 255 y § 97: página 300) son excesivamente bastas para las longitudes de onda de los rayos Röntgen. Así, la longitud de onda del rojo extremo es de 0,8 μ, la del violeta extremo es de 0,4 μ, la del ultravioleta extremo es de 0,02 μ (=20 $\mu\mu$) y, en cambio, las de los rayos X son sólo de algunas centésimas de $\mu\mu$ (0,01 $\mu\mu$).

4) **Becquerel** descubrió en ciertos compuestos de uranio la emanación de rayos parecidos a los que acabamos de citar. Los esposos **Curie**, de París, descubrieron un metal (el radio) cuyos compuestos presentan la misma propiedad (llamada radiactividad) en alto grado.

Los rayos emitidos por el radio se separan en tres clases por la acción de un campo magnético normal a su dirección: rayos α, desviados en el mismo sentido que una corriente de electricidad positiva, consisten en átomos de helio cargados positivamente; rayos β, desviados en el mismo sentido que una corriente de electricidad negativa, consisten en electrones sueltos; rayos γ, no desviados, su naturaleza no es corpuscular, como la de los rayos α y β, sino ondulatoria, de longitud de onda pequeñísima, como la de los rayos X.

Atribúyese la radiactividad a la disgregación de los núcleos atómicos del radio y, en general, de las substancias radiactivas.

Los fenómenos de radiactividad son espontáneos, y sobre su producción no ejercen influencia alguna los agentes externos, sean mecánicos, térmicos, luminosos o químicos.

b) **Producción de ondas electromagnéticas.** Hertz (1890) descubrió que la chispa del carrete de inducción produce ondas en el éter ambiente. (Como un diapasón vibrante las produce en el aire.)

1) **Origen de las ondas.** Todo conductor AB recorrido por una corriente está rodeado por un campo magnético. La variación en el estado del conductor AB va acompañada de una variación en el estado magnético del campo circundante, y esta última variación determina un fenómeno de inducción en un punto cualquiera P más o menos apartado de AB.

Si el estado eléctrico del conductor AB varía rítmicamente, variarán de igual manera el campo magnético y el fenómeno de inducción producido en P. Mas este fenómeno no se verifica simultáneamente con la variación del estado de AB, sino que transcurre entre ambos hechos un intervalo mayor o menor, según la distancia entre P y AB. El campo magnético, en el espacio que los separa, es asiento de ondas electromagnéticas que se propagan con la velocidad de la luz. La longitud de onda es tanto menor cuanto más rápidas son las variaciones del estado eléctrico de AB.

Como conductor AB se puede utilizar el excitador (los dos electrodos) de un carrete de inducción, cuya chispa se hace saltar en el seno de aceite aislante. Las ondas eléctricas se reflejan (sobre paredes conductoras, espejos, etc.), se refractan (en prismas de asfalto, parafina, azufre, etc.) y dan origen a fenómenos análogos a los que se producen con la luz. — En estos hechos, y en la igualdad de velocidad ya señalada, se funda la teoría electromagnética de la luz, según la cual la diferencia entre las ondas electromagnéticas y las luminosas consiste sólo en la longitud de onda (mucho menor en la onda luminosa); la luz, según esta teoría, es un fenómeno electromagnético.

2) **Telegrafía sin hilos.** Si las ondas eléctricas, al propagarse por el espacio, encuentran un tubito de vidrio lleno de polvo metálico, p. ej., limaduras de níquel, la resistencia eléctrica del tubo (cohesor o radioconductor) experimenta una disminución muy considerable. Esta propiedad, descubierta por Calczechi y

Branly, fué utilizada por Marconi (1892) en sus primeros ensayos de telegrafía sin hilos.

Disposición primitiva. El transmisor de la estación *I* consiste esencialmente en un carrete inductor destinado a

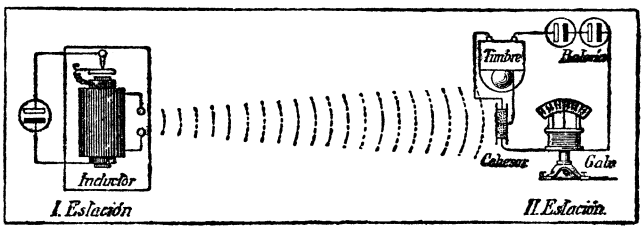


Fig. 518. — Principio de la telegrafía sin hilos.

la producción de ondas. El receptor de la estación *II* es un cohesor que forma parte del circuito constituído por una pila y un timbre, un galvanómetro o un receptor de telégrafo Morse.

Funcionamiento. Cuando se hace saltar una chispa en la estación *I*, las ondas producidas reducen la resistencia del cohesor de la estación *II*, la corriente de la pila pasa por él, y el timbre suena, la aguja se desvía o el receptor de Morse escribe. Golpeando ligeramente el cohesor, ya con el dedo, ya automáticamente con un martillo movido por el timbre, se regenera su elevada resistencia primera y queda pronto a delatar la llegada de otras ondas. En la telegrafía sin hilos actual no se emplean cohesores: véase el § 170.

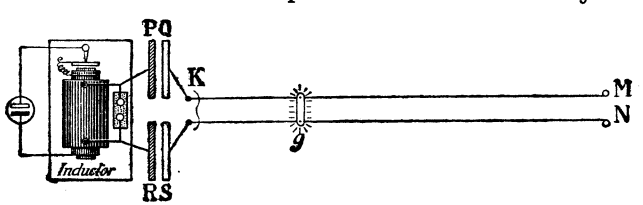


Fig. 519. — Ondas estacionarias.

3) **Ondas eléctricas estacionarias.** Las ondas eléctricas son reflejadas por las paredes metálicas y forman ondas estacionarias, con vientres y nodos (§ 71-3).

EXPERIMENTO. A partir de los polos del excitador se tienden dos alambres paralelos retorcidos en sus extremos. A lo largo de los alambres se corre un tubo de Geissler, el cual se ilumina en los vientres y permanece obscuro en los nodos. Para producir ondas más regulares se provee el excitador de los pares de placas *PQ* y *RS*.

4) **Tesla** obtuvo corrientes de gran número de alternancias por unidad de tiempo, aplicando el descubrimiento de Wheatstone de que la chispa de la botella de Leyden es una chispa oscilante, es decir que consiste en una serie de chispas, cada una de las cuales cambia el signo de la electrización de ambas armaduras. (COMPARACIÓN. Cuando dos vasos con

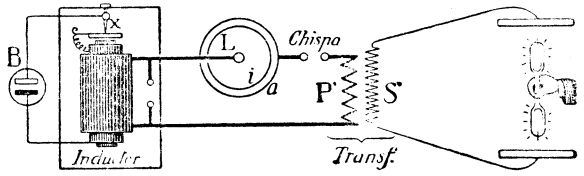


Fig. 520. — Aparato de Tesla.

agua a distinto nivel se ponen en comunicación mediante un ancho tubo, el agua realiza una serie de movimientos en uno y otro sentido en el interior del tubo, y los niveles en ambos vasos oscilan alrededor de la posición de equilibrio.)

De esta manera consiguió Tesla elevar las frecuencias hasta muchos millones por segundo (corrientes de alta frecuencia).

El aparato de Tesla está representado en esquema por la figura 520. *L* es la botella de Leyden. El transformador eleva a millones de voltios la tensión de la corriente alterna, gracias a lo cual saltan formidables chispas entre las placas extremas; sin embargo, al aplicar estas placas al cuerpo humano (p. ej,. asiéndolas con las manos) no se per-

cibe impresión alguna, pues las corrientes de alta frecuencia y elevada tensión pasan por la superficie del cuerpo.— Un tubo lleno de un gas enrarecido y colocado en un campo de alta frecuencia se ilumina aunque sus electrodos no estén en contacto con las placas y aunque no esté provisto de electrodos.

§ 164. El teléfono

1. El teléfono magnético (Bell, 1877) consiste en una barra imanada, uno de cuyos extremos lleva arrollada una pequeña bobina formada de hilo finísimo y perfectamente aislado. Frente al mismo polo se encuentra una ligera armadura formada por una lámina de hierro dulce (membrana). El conjunto está sostenido por una armazón de madera, de ebonita y aun metálica, que permite asirlo cómodamente.

Aun sin emplear pila alguna, con sólo dos receptores telefónicos, se puede hablar a distancia.

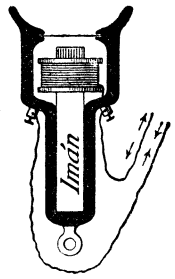


Fig. 521. - Teléfono.

FUNCIONAMIENTO. Al hablar frente a la membrana, ésta vibra; cada vez que en su movimiento se aproxima al polo, el campo magnético se refuerza, y es por el contrario debilitado cada vez que la membrana se aleja del polo. Estas variaciones del campo originan corrientes de inducción en la bobina.

Por ejemplo, cuando se canta la nota la_3 frente a la membrana, ésta ejecuta 435 vibraciones por segundo y se produce, por consiguiente, una corriente alterna de 435 períodos (vaivenes) por segundo, que es conducida por la línea a la bobina del segundo teléfono, cuyo campo magnético experimentará (en el ejemplo supuesto) 435 refuerzos en un segundo, refuerzos que se traducirán en otras tantas atracciones de la correspondiente membrana, la cual ejecutará igual número de vibraciones que la membrana del primer teléfono y, transmitiéndolas al aire, el oído recibirá el sonido la_3.

2. El micrófono. El teléfono magnético en la actualidad sólo se emplea como receptor, es decir, para escuchar. Como aparato transmisor, destinado a recibir directamente la voz, se usa el micrófono, el cual consiste en una caja, una de cuyas paredes está provista de una ventana cerrada por una placa, de madera de pino o de abeto, que en su cara interna lleva pegados dos listones de carbón *x* entre los cuales se sostienen flojas cuatro a seis varillas de la misma substancia. La caja contiene además una bobina de inducción primaria *P* rodeada de una bobina secundaria *S* formada de numerosas espiras de hilo delgado. La bobina primaria y los listones de carbón forman parte del circuito de una pila; la bobina secundaria está enlazada, mediante la línea, al teléfono magnético de la estación receptora.

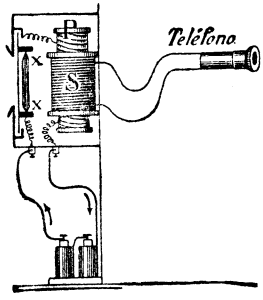


Fig. 522. — Micrófono.

FUNCIONAMIENTO. Cuando se habla frente a la placa del micrófono, la madera vibra y las varillas de carbón experimentan tantas sacudidas como vibraciones efectúa aquélla. Estas sacudidas rítmicas originan variaciones igualmente rítmicas de la resistencia de los contactos de las varillas con los listones de carbón y, por consiguiente, variaciones, rítmicas también, de la intensidad de la corriente que atraviesa la bobina primaria. En la bobina secundaria se engendran, por consecuencia, corrientes alternas de igual número de períodos que producen en el teléfono receptor el efecto ya descrito.

La manera de estar enlazadas **dos estaciones telefónicas** con magnetos de llamada *(I)*, timbres *(K)*, micrófonos *(M)*, bobinas de inducción *(S)*, baterías *(B)*,

líneas *(AA')* y contactos con la tierra (mejor es substituirlos por una segunda línea), está representada en el esquema de la figura 523.

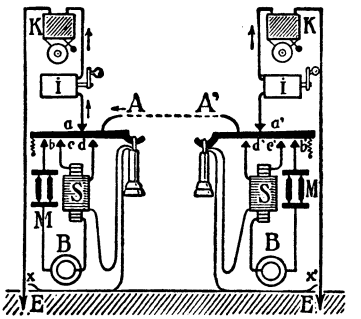


Fig. 523.
Instalaciones telefónicas.

3. El arco cantante. Si algunos metros del circuito secundario de un micrófono se disponen paralelamente al conductor de la corriente de un arco voltaico, a la corriente del arco se agrega la inducida por la del micrófono, resultando la primera ora reforzada, ora debilitada; con el mismo ritmo se dilatan y contraen los gases del arco, determinando así un movimiento ondulatorio en el ambiente: el arco voltaico canta.

§ 165. Producción de corrientes continuas

1. Preliminares. Moviendo el conductor *AB* de la figura 503 entre los polos del imán alternativamente hacia la derecha y hacia la izquierda, se obtendrán en el circuito correspondiente corrientes que marcharán ora en un sentido, ora en otro, constituyendo una corriente alterna.

Lo mismo sucederá cuando el conductor *AB* esté situado sobre un tambor que gire entre los polos (figura 524); *AB* se moverá también alternativamente hacia la derecha (por debajo) y hacia la izquierda (por encima) cortando en uno y otro caso las líneas de fuerza del campo magnético. Para recoger con facilidad la corriente producida, los extremos *AB* están enlazados a los anillos *r r* que rodean el eje y frotan

constantemente en las láminas metálicas fijas x e y (escobillas).

a) Para acumular **el mayor número posible de líneas de fuerza** en la región cortada por el conductor, el cilindro en cuya superficie éste se halla se construye de hierro dulce. El cilindro con el conductor recibe el nombre de **armadura.**

b) **El número de líneas de fuerza se aumenta** también reduciendo todo lo posible el espacio libre (entrehierro

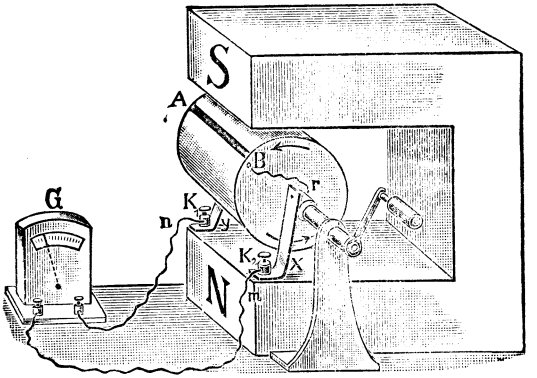


Fig. 524. — Producción de una corriente.

comprendido entre los polos y la armadura y encajando el conductor en ranuras practicadas en la superficie de la armadura. A los extremos del imán (piezas polares) se les da la forma de cilindro hueco, para que entre ellos ajuste la armadura.

c) **Para obtener una corriente continua,** los anillos de contacto han de estar partidos longitudinalmente, de modo que la escobilla x, por ejemplo, roce con la mitad r_1 del anillo r, que comunica con B mientras AB se dirige hacia la derecha, y con la mitad r_2, que comunica con A, mientras AB se dirige hacia la izquierda. Un anillo así partido transforma la corriente alterna, producida en AB, en corriente continua (de sentido constante) enviada al circuito exterior, y recibe el nombre de **conmutador** o **colector** (figuras 525 y 463).

d) **Por la rotación del cilindro de hierro** en el campo magnético se engendran **corrientes de Foucault** que **calientan** peligrosamente la armadura y ocasionan una considerable pérdida de energía. Para evitarlas, se construye la armadura de planchas de hierro de 0,7 a 1 mm de grueso, dispuestas normalmente al eje y separadas entre sí por hojas de papel de seda. Las corrientes de Foucault, paralelas al eje de la armadura, no pueden producirse entonces a causa de la enorme resistencia que encuentran.

e) **Para elevar la fuerza electromotriz** de la corriente, puede aumentarse la longitud del conductor AB (§ 160-3), arrollándolo varias veces sobre la armadura.

Por la forma de la armadura se pueden clasificar en varios grupos los generadores electromagnéticos de corriente continua **(dínamos)**. Describiremos las dínamos con inducido de anillo y las dínamos con inducido de tambor.

2. La armadura de anillo es un cilindro hueco de hierro dulce convenientemente fijado al árbol. Sobre el anillo hay por lo menos dos bobinas diametralmente opuestas y arrolladas en el mismo sentido (fig. 525). El árbol lleva en su prolongación el conmutador o colector, cuyos sectores o delgas están separados entre sí por láminas de mica. Las dos bobinas están enlazadas con las delgas de manera que resulten aquéllas unidas en serie. Las escobillas fijas frotan ligeramente con el colector y toman de él, para conducirla al circuito exterior, la corriente engendrada en las bobinas que constituyen el devanado de la armadura.

a) **Campo magnético.** Las líneas de fuerza encuentran más cómodo camino a través del hierro del anillo que a través del aire (fig. 525). En los puntos ZZ del anillo no sale de éste ni penetra en él ninguna línea de fuerza; la línea ZZ, normal a la línea de los polos, recibe el nombre de línea neutra. Cuando los conductores pasan por la línea neutra no cortan líneas de fuerza y, por lo tanto, no se induce en ellos corriente alguna. La trayectoria de las líneas de fuerza a través de la armadura es hasta cierto punto independiente del movimiento de ésta.

b) **Corriente inducida.** Únicamente experimentan la inducción las porciones exteriores del devanado, puesto que la superficie interna del anillo no es atravesada por las líneas de fuerza. — **Intensidad.** La fuerza electromotriz inducida (y, por consiguiente, la intensidad de la corriente en el circuito exterior cerrado) es máxima cuando las bobinas se mueven frente a los polos, y es nula cuando atraviesan la línea neutra. — **Dirección.** Mediante la regla de Faraday (o de la mano derecha) se reconoce fácilmente que si la armadura gira en el sentido de las agujas de un reloj, al pasar por la posición representada en la figura 525 las corrientes

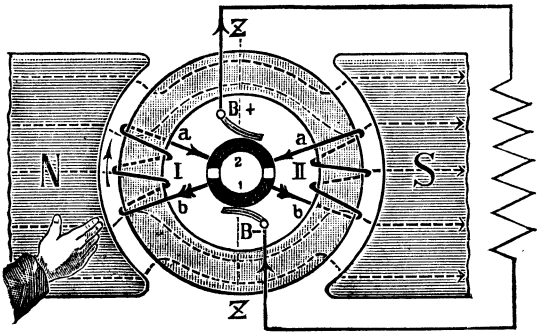


Fig. 525. — Producción de corrientes continuas.

inducidas en las bobinas se dirigirán ambas hacia la lámina 2 del colector y, recogidas por la escobilla $B+$, se dirigirán al circuito exterior; las bobinas se comportarán *como dos elementos enlazados en cantidad.* Cuando la armadura haya descrito un ángulo de 180°, las corrientes habrán cambiado de sentido en ambas bobinas y se dirigirán a la lámina 1; pero entonces ésta se hallará en comunicación con la escobilla $B+$, y el sentido de la corriente en el circuito exterior no habrá cambiado.

Forma de la corriente continua. Mientras el conductor se mueve frente a las piezas polares, corta, en tiempos pequeñísimos iguales, iguales números de líneas de fuerza y, por consiguiente, la fuerza electromotriz se mantiene constante. Cuando el conductor se acerca a la línea neutra, la fuerza electromotriz disminuye hasta anularse, y aumenta después de alejarse el conductor de la línea neu-

tra. La figura 526 es el diagrama de la fuerza electromotriz inducida.

c) **Caso de varias bobinas.** Para evitar el descenso de la fuerza electromotriz a cada semirrevolución de la armadura, se provee ésta, en la práctica, de varias bobinas y otros tantos sectores en el colector. Cada sector está enlazado al extremo de una bobina y al final de la siguiente. Las bobinas que se encuentran frente a una superficie polar se comportan como una sola bobina. No es difícil extender al caso actual la teoría establecida para el caso de dos bobinas (figuras 527 y 462).

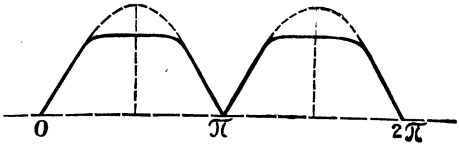


Fig. 526.—Diagrama de la fuerza electromotriz.

d) **La constitución de la dínamo de corriente continua resulta ser la misma que la del motor de corriente conti-**

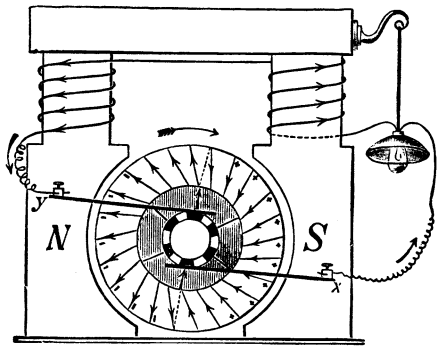


Fig. 527. — Dínamo con seis bobinas.

nua (§ 147-2); es una máquina que accionada a mano, o por una rueda o turbina hidráulica, o por una máquina de vapor o motor de gas, **transforma** el trabajo mecánico en corriente eléctrica; y, en cambio, si se le envía una corriente eléctrica, **transforma** la energía eléctrica en trabajo mecánico. Esta doble propiedad recibe el nombre de **reversibilidad**; la dínamo es una **máquina reversible.**

3. El inducido de tambor (Siemens y Hefner-Alteneck) es un cilindro de hierro de longitud igual aproximadamente al doble del diámetro (al contrario de lo que ocurre en el inducido de anillo). Alrededor de este cilindro (tambor) están arrolladas las bobinas. La figura 528 representa uno de los numerosos sistemas de devanado que en la práctica se emplean. Entre los sectores *a* y *b* está comprendida la bobina 1-1'; de igual manera, *b* y *c* comprenderían la 2, etc. Si son 8 los sectores, cada uno substituye el anterior al efectuarse una rotación de 360 : 8 = 45°, y este mismo ángulo forman los planos de devanado de dos bobinas consecutivas.

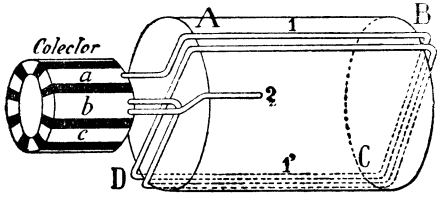


Fig. 528. — Inducido de tambor.

a) **En la práctica,** el número de sectores y bobinas es mucho mayor que el supuesto en el anterior ejemplo.

b) **Producción de la corriente.** También el inducido de tambor debe girar dentro de un espacio cilíndrico comprendido entre las piezas polares de un imán de modo que quede un entrehierro muy pequeño. No es difícil extender a este caso la noción de línea neutra y aplicar los razonamientos expuestos para el inducido de anillo.

4. Principio de la autoexcitación (Siemens). En las dínamos primitivas giraba la armadura en el espacio que dejaban libres las piezas polares de un poderoso imán permanente. Después se substituyeron los imanes permanentes por electroimanes excitados por la corriente de una pila. Por fin, Siemens descubrió que se podían emplear electroimanes excitados por la misma corriente engendrada en la armadura.

La autoexcitación es debida al magnetismo remanente que, aunque escaso, conserva siempre el hierro dulce (o el acero) de que está formado el electroimán. Durante las primeras revoluciones de la armadura se produce una corriente inducida muy débil, que al ser conducida a las bobinas del electroimán aumenta la imanación y, por lo tanto, la intensidad inducida en las revoluciones siguientes, y así sucesivamente; el creciente refuerzo del electroimán cesa cuando éste ha alcanzado su saturación (§ 145-4).

§ 166. Producción de corrientes alternas

1. Preliminares. Imaginemos un inducido de anillo (fig. 529), provisto de una sola bobina cuyos extremos estén enlazados a dos anillos metálicos aislados

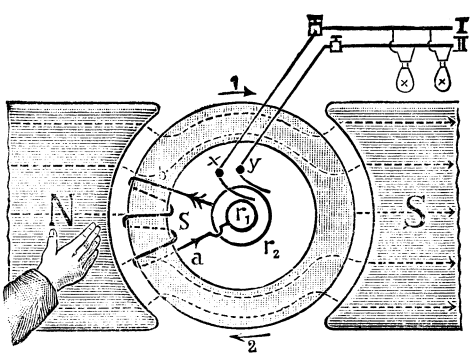


Fig. 529. — Producción de una corriente alterna.

entre sí y fijados al árbol. (Para que ambos anillos fueran visibles se han supuesto de distinto diámetro en la figura.) De ellos toman la corriente las escobillas x e y. Cuando la bobina se mueve frente al polo norte del imán, la corriente inducida en ella va de a a r_1, es decir, la corriente sale por la escobilla x. Cuando la bobina se mueve frente al polo S, la corriente va de b a r_2, es decir, sale por la escobilla y. De las escobillas parte,

pues, una corriente alterna. A cada vuelta completa de la armadura le corresponden dos **alternancias**, es decir, dos cambios de polaridad de las escobillas.

a) Las **líneas de fuerza** del campo magnético inductor permanecen inmóviles, como en las dínamos de corriente continua.

b) Como en esas dínamos también, únicamente **las porciones externas del conductor** cortan las líneas de fuerza.

c) **La línea neutra** ocupa la misma posición que en las máquinas de corriente continua. Al pasar por ella la bobina, se anula la fuerza electromotriz inducida.

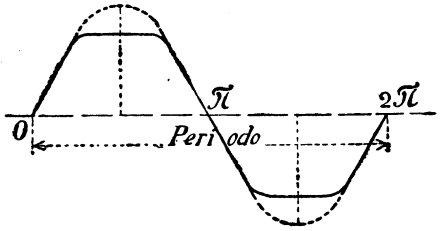


Fig. 530. — Diagrama de la fuerza electromotriz.

d) **Las variaciones de la fuerza electromotriz** están representadas por el diagrama de la figura 530. En la práctica se supone sinusoidal la forma de la curva. (La sinusoide se ha dibujado de puntos.) El **período** comprende dos alternancias.

2. Los alternadores industriales están provistos de varios pares de polos. En el representado esquemáticamente en la figura 531, la armadura gira en un campo producido por ocho pares de polos dispuestos en círculo de manera que cada uno esté comprendido entre dos de nombre contrario. A cada polo le corresponde en la armadura una bobina, y todas éstas tienen el mismo número de espiras. Al pasar de una bobina a la siguiente se invierte el sentido del devanado. Los dos extremos de la serie de bobinas están enlazados a dos anillos colectores, fijados sobre el árbol, con los cuales frotan las escobillas.

a) **Dirección de la corriente.** Como dos bobinas consecutivas están arrolladas en sentido contrario, pero también enfrentadas a polos de distinto nombre, las fuerzas electromotrices en ellas inducidas se suman y la fuerza electromotriz total es, en nuestro caso, ocho veces mayor que la de una sola bobina.

b) **Formación de la corriente.** En el momento en que las bobinas están exactamente frente a los polos (como re-

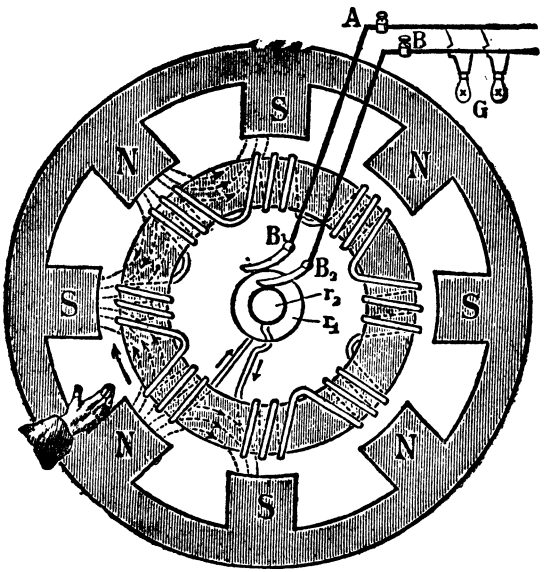


Fig. 531. — Alternador.

presenta la figura 531) son máximos el número de líneas de fuerza atravesadas y la fuerza electromotriz inducida. Así aquel número como esta fuerza se anulan en el momento en que cada bobina se halla exactamente entre dos polos, y en seguida el sentido de la fuerza electromotriz se invierte. En nuestro caso, así la fuerza electromotriz como la intensidad recobran su magnitud y sentido a cada giro de 90°.

3. Los actuales alternadores industriales son de **inducido fijo.** En nada hay que modificar las anteriores

consideraciones si suponemos fija la armadura y en rotación la corona de polos. Para mayor comodidad, esta corona es interior (rueda polar) y está rodeada por el inducido. — También en este caso existen anillos colectores, mas éstos no son atravesados por la corriente alterna, sino por la corriente continua (procedente de una pequeña dínamo de corriente continua llamada **excitatriz**), que alimenta los electroimanes de la parte inductora móvil.

§ 167. Producción de corrientes polifásicas

1. Corrientes bifásicas. Si sobre la armadura de la figura 531 se aplica un segundo devanado exactamente igual al primero, pero con las bobinas situadas entre las ya existentes, y si los extremos del nuevo sistema de bobinas se enlazan a otros dos anillos colectores, la máquina podrá dar dos corrientes alternas; ambas tendrán igual forma, pero una de ellas estará retrasada con respecto a la otra en $\frac{1}{4}$ de período.

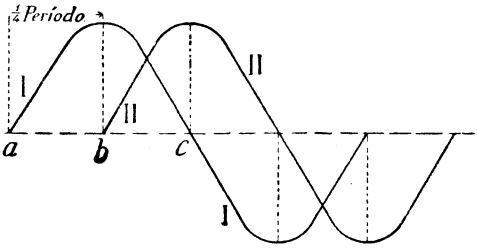


Fig. 532. — Diagrama de la fuerza electromotriz.

En el momento en que la fuerza electromotriz inducida en uno de los devanados sea máxima, en el otro será nula. Lo mismo podremos decir de las intensidades en los circuitos a que se mandan las corrientes. Los diagramas de ambas corrientes están representados en la figura 532.

La combinación de dos corrientes alternas iguales, pero con una diferencia de fase (§§ 69 y 70) igual a $\frac{1}{4}$ de período, recibe el nombre de **corriente bifásica.**

2. La combinación de n corrientes alternas iguales, pero con diferencias de fase iguales a $\frac{1}{n}$ de período, recibe el nombre de corriente **n-fásica** (en general, **corriente polifásica).**

Las corrientes polifásicas más empleadas en la industria son las **trifásicas,** es decir, tres corrientes alternas iguales, pero con diferencias de fase de $\frac{1}{3}$ de período (120°).

3. **Campo magnético giratorio.** Imaginemos dos pares de polos dispuestos como representa la figura 533 y alimentados el par 1-1′ por la corriente *I* y el 2-2′ por la corriente *II* de un sistema **bifásico.**

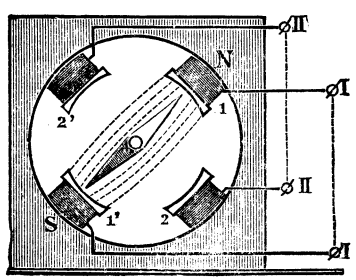


Fig. 533. — Campo giratorio.

En *b* (fig. 532) la intensidad de la corriente *I* es máxima y la de *II* es nula; por lo tanto, en el momento *b* el par 1-1′ adquiere el máximo de excitación, mientras que el par 2-2′ no está excitado. En *c* la intensidad de la corriente *I* es nula y la de *II* es máxima; está sin excitar el par 1-1′ y, en cambio, la excitación del par 2-2′ es máxima. Al cabo de otro cuarto de período, la excitación máxima corresponde de nuevo al par 1-1′, si bien el sentido de excitación es inverso del correspondiente al momento *b*. En los momentos intermedios, la dirección del campo gira gradualmente permaneciendo constante su intensidad (resultante de las intensidades correspondientes a los dos pares de polos). Una

barra imanada sometida a la acción de este campo efectuaría un movimiento de rotación. Un campo de esta clase recibe el nombre de campo giratorio. Para obtener un movimiento de rotación no es preciso colocar en este campo una barra imanada, pues basta una pieza metálica cualquiera, las corrientes de Foucault que en ella produce el giro del campo determinan su rotación.

El sistema de electroimanes fijos recibe el nombre de **stator** o parte fija; la barra imanada o pieza metálica se denomina **rotor** o parte móvil, y el conjunto constituye un motor eléctrico bifásico.

De manera semejante se pueden construir electromotores de campo giratorio alimentados por corrientes trifásicas; éstos son los más frecuentemente empleados.

Cuando la parte móvil del motor está constituída por un imán o electroimán, éste debe girar con la misma velocidad que el campo; el motor se llama **sincrónico.** Cuando la parte móvil no presenta polos, su velocidad de giro puede ser menor que la del campo; el motor se denomina entonces **asincrónico.**

4. Rotor en corto circuito. La pieza metálica que constituye la parte móvil de los motores asincrónicos puede ser en corto circuito o tener el devanado enlazado a una resistencia de puesta en marcha. En este último caso, el eje está provisto generalmente de anillos colectores enlazados a los extremos del devanado del rotor y que frotan con las escobillas que comunican con las resistencias de arranque.

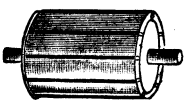


Fig. 534. — Rotor en corto circuito.

La armadura (rotor) en corto circuito es un cilindro de hierro (o mejor de plancha de hierro, como las armaduras de las dínamos) provisto de ranuras superficiales, que llevan alojadas varillas de cobre paralelas al eje. Dos coronas de cobre unen entre sí los extremos

de todas las varillas (fig. 534). Esta sencillísima armadura, que no requiere colector ni escobillas, simplifica considerablemente la construcción y el empleo del motor trifásico.

§ 168. Transformadores. Transmisión del trabajo

1. Los **transformadores** son unos aparatos que convierten las corrientes de alta tensión y débil intensidad en corrientes de baja tensión y gran intensidad, o recíprocamente. Cabe distinguir: *a)* Transformadores de corriente continua. *b)* Transformadores de corriente alterna.

2. **Un transformador de corriente continua** consiste esencialmente en un motor de Gramme cuya armadura lleva dos devanados independientes, p. ej. uno rojo y otro verde, y dos pares de escobillas (p. ej. *BB* para el devanado rojo y *CC* para el verde).

FUNCIONAMIENTO. Se conduce la corriente I_1, de tensión entre bornes E_1, a través del devanado rojo, y la armadura se pone a girar. La máquina, con su devanado verde, actúa como dínamo, es decir, las escobillas *C C* dan una corriente continua. — Si el devanado verde tiene un número de espiras 10 veces mayor que el del devanado rojo, durante la rotación el devanado verde corta 10 veces más líneas de fuerza que el rojo y, por consiguiente, la f.e.m. de la corriente inducida es 10 veces más elevada que la de la corriente enviada al devanado rojo.

3. **Los transformadores de corriente alterna** consisten en dos bobinas (o sistemas de bobinas) *P* y *S* arrolladas sobre un mismo núcleo de plancha de hierro (figura 535).

FUNCIONAMIENTO. Cuando se envía la corriente alterna A_1 a través del sistema primario *P*, es inducida en el

sistema secundario S otra corriente alternativa A_2 de igual energía que la primaria. Si J_1 y V_1 son la intensidad y la tensión de la corriente A_1 y J_2, y V_2 la intensidad y tensión de la corriente A_2, la transformación obedecerá a esta ecuación:

$$J_1 V_1 = J_2 V_2.$$

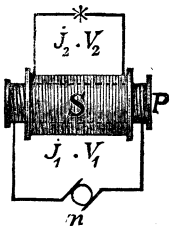


Fig. 535. Transformador.

La tensión V_2 será muy elevada si la bobina S tiene muchas espiras; entonces, en virtud de la igualdad anterior, J_2 será pequeña.

OBSERVACIÓN. Se toman por **intensidad y tensión eficaces** de una corriente alterna, la intensidad y tensión de una corriente continua que produzca sobre los conductores igual efecto térmico. De aquí que los instrumentos (amperímetros y voltímetros) fundados en fenómenos térmicos (§ 158-3d) sirvan igualmente para corrientes continuas y alternas. (La intensidad eficaz es igual al cociente de la intensidad máxima por $1{,}41 = \sqrt{2}$; lo mismo sucede con las fuerzas electromotrices máxima y eficaz.)

4. Transporte de energía a grandes distancias. La corriente eléctrica es el medio mejor para transmitir la energía a distancia.

Cuando la intensidad de la corriente sea muy considerable, para evitar el calentamiento (y consiguiente pérdida de energía) en la línea, se deberán emplear gruesos alambres (barras) de cobre. Pero la corriente transmisora puede ser transformada en otra equivalente de gran fuerza electromotriz y pequeña intensidad, con lo cual se reduce considerablemente la sección exigida para la línea; ésta se debe tender entonces sobre aisladores adecuados al alto voltaje y hay que procurar que no sea fácilmente accesible, pues tales corrientes producen irremisiblemente la muerte de quien toca la línea. Así se emplean industrialmente corrientes de 10 000 a más de 100 000 voltios, que son convenientemente transformadas en las estaciones receptoras.

En auxilio de esta solución viene el hecho de ser extra-

ordinariamente elevado el rendimiento de los transformadores industriales (puede llegar a más de 95%).

La figura 536 representa en esquema un transporte de energía a pequeña distancia.

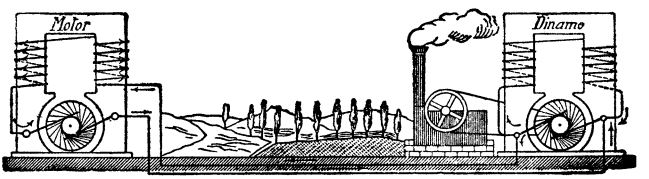


Fig. 536. — Transmisión de fuerza.

5. Fórmulas para determinar la potencia de una corriente alterna.

a) **Corriente alterna simple (monofásica).** Sean J la intensidad y V la fuerza electromotriz **eficaces.** Tendremos:

$$W = J \times V$$

como en el caso de una corriente continua.

OBSERVACIÓN. En general, a causa de la selfinducción del circuito, la fuerza electromotriz y la intensidad de una corriente alterna *no están en fase,* es decir, el valor máximo de la fuerza electromotriz no corresponde al máximo de la intensidad, y recíprocamente. Si φ es el ángulo que mide la diferencia de fase, el producto $J \times V$ que mide la potencia debe ser multiplicado por cos φ.

$$W = J \times V \times \cos \varphi.$$

En circuitos cargados sólo con lámparas, cos $\varphi = 1$; en los motores trifásicos, cos φ varía entre 0,8 y 0,9 según la potencia. (Cuando $\varphi = 0$, cos $\varphi = 1$.)

b) **Corriente trifásica.** Conviene hacer notar que la suma de las intensidades de las tres corrientes que componen un sistema trifásico es, en todo momento, igual a cero. De aquí que uniendo los comienzos de los tres devanados en el alternador y los finales de los mismos en el motor o en el transformador (devanado en estrella: se usa también otro sistema llamado en triángulo) basten 3 líneas (en lugar de 6)

para transmitir las tres corrientes. A cada línea corresponde una fase.

Sean J la intensidad eficaz en cada fase y V la fuerza electromotriz eficaz entre cada dos fases; tendremos:

$$W = J \times V \times 1{,}73 \times \cos \varphi$$

como valor de la potencia del sistema. ($1{,}73 = \sqrt{3}$.)

§ 169. Corrientes termoeléctricas

1. Experimento fundamental (Seebeck, 1821). Tomando una barra de antimonio y otra de bismuto soldadas por uno de sus extremos, y uniendo los otros extremos a los bornes de un galvanómetro sensible (figura 537), cuando se caliente la soldadura, la aguja galvanométrica experimentará una desviación. La corriente producida se denomina termoeléctrica, y la barra, mitad bismuto, mitad antimonio, recibe el nombre de **par o elemento termoeléctrico.**

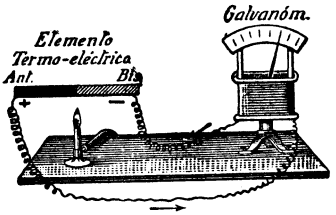


Fig. 537. — Producción de una corriente termoeléctrica.

2. Ley. Cuando se calienta la soldadura de dos metales, se produce una corriente eléctrica en un sentido; cuando la soldadura se enfría se produce una corriente de sentido contrario.

La fuerza electromotriz de los pares termoeléctricos es muy exigua. Así, al par Bismuto / Antimonio le corresponde 0,007 voltios por 1° C. Puede aumentarse la fuerza electromotriz enlazando en serie gran número de elementos; **así se obtienen las pilas termoeléctricas (fig. 538).**

EJEMPLO. Una pila termoeléctrica está formada por 100 elementos Bismuto / Antimonio. ¿Qué tensión produce una elevación de temperatura de 10° en las soldaduras impares?

$$e = 100 \times 0{,}007 \times 10 = 7 \text{ voltios.}$$

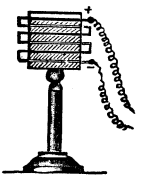


Fig. 538.—Pila termoeléctrica.

3. Serie termoeléctrica. En esta serie están ordenados los metales de manera que cuando dos de ellos se unen, ya directamente, ya por medio de una soldadura, la corriente termoeléctrica engendrada calentando el punto de unión va, a través del circuito exterior, en el sentido del primer metal al último.

Antimonio, Hierro, Zinc, **Cobre,** Plomo, Plata, Platino, **Bismuto.**

Si el aumento de temperatura es muy considerable, puede ocurrir que se invierta el sentido de la corriente. La serie anterior es, pues, sólo válida para aumentos de temperatura poco considerables.

4. Aplicaciones. Una pila o par termoeléctrico determinado, enlazado a un galvanómetro sensible, puede servir para la determinación de temperaturas y substituir ventajosamente los termómetros ordinarios. Hay elementos termoeléctricos adecuados a la medición de altas temperaturas (pirómetros) y otros que delatan ligerísimas variaciones en los valores de las temperaturas ordinarias (termoscopios sensibilísimos).

También se aplican las pilas termoeléctricas a la obtención de corrientes para usos de laboratorio; por ejemplo, para análisis químicos electrolíticos, experimentos de electricidad, etc.

§ 170. Telefonía sin hilos

1. Los aparatos emisores de una estación de T. S. H. ejercen dos acciones esenciales: 1.ª, producir constantemente, mientras dura la emisión, ondas (§ 163-4*b*) de la longitud de onda característica (la prensa diaria, en su sección de T. S. H., señala al principio del programa de cada estación, la correspondiente longitud de onda); 2.ª, modula esta serie continua de ondas, modificando su amplitud o intensidad con arreglo a las vibraciones sonoras de la membrana

Fig. 539. — *A*, ondas continuas; *B*, las mismas, moduladas.

del micrófono emisor. La figura 539 [1]) representa esquemáticamente en *A* la serie de ondas continuas, y en *B* la de ondas sencillamente moduladas.

Difúndense las ondas por el espacio en todas direcciones mediante la antena de la estación emisora. Esta difusión produce un considerable debilitamiento de intensidad; a alguna distancia de la estación emisora, la energía ondulatoria recogida por la antena de una estación receptora sería tan exigua que no habría aparato suficientemente sensible para dejarla percibir.

Afortunadamente se puede sacar partido del fenómeno de la sintonización. En determinadas condiciones del circuito eléctrico de la estación receptora, debidamente ajustadas las resistencias, inducciones y capacidades eléctricas a la longitud de onda que se desea

[1]) De KENDALL-KOEHLER, *Compendio de Radiotelefonía*, Barcelona, 1925.

recibir, se produce un fenómeno de resonancia que permite oír la estación para cuya longitud de onda ha sido sintonizado el circuito receptor, e impide en cambio que enmascare la recepción la audición simultánea de las demás estaciones de distinta longitud de onda.

Aunque del circuito receptor sintonizado formase parte un teléfono, nada se oiría en él sin la intercalación de un detector, porque las longitudes de onda corrientes en T. S. H. corresponden a frecuencias del orden de centenares de miles de vibraciones por segundo; esas frecuencias no hacen oscilar la membrana del teléfono, y aunque la hicieran oscilar, un sonido de tal frecuencia no sería audible. Por otra parte, si el teléfono y el oído respondieran a la longitud de onda fundamental, lo que se oiría sería un sonido monótono con variaciones de intensidad correspondientes a la modulación.

2. El **detector** consiste en una aguja metálica apoyada en un cristal de galena, o en una lámpara de tres electrodos, y tiene por objeto dejar pasar a través del teléfono sólo corrientes de un sentido o, lo que es lo mismo, sólo la mitad superior (o la inferior) de las ondas fundamentales. Reducida así la corriente inducida por la onda modulada, al atravesar el teléfono no tenderá a empujar (con alternancias demasiado rápidas) la membrana del teléfono alternativamente a uno y otro lado de su posición de equilibrio, sino que la impulsará constantemente hacia el mismo lado, pero con variaciones de intensidad de acción reguladas por las modulaciones de la serie primitiva de ondas; correspondiendo estas modulaciones a los movimientos de la membrana del micrófono de la estación emisora, también corresponderán a estos movimientos los que experimente la membrana del teléfono de la estación receptora.

La figura 540 [1]) representa el proceso de las oscilaciones, desde el transmisor al receptor. *A* representa muy simplificadamente las vibraciones acústicas del micrófono; en *B* se indica la modulación que las ondas acústicas *A* han introducido, mediante el micrófono, en la serie de ondas emitidas; *C* indica la extraordinaria debilitación con que las ondas moduladas *B* son recogidas en la estación receptora; *D* representa las

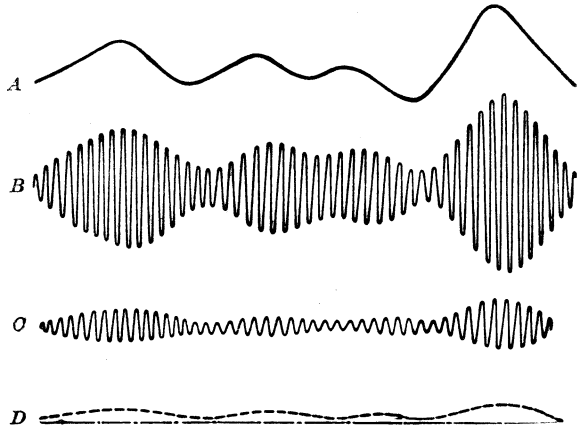


Fig. 540.

variaciones de la corriente que las ondas detectadas dejan pasar a través del teléfono receptor, cuya membrana experimentará movimientos exactamente correlativos a los que experimentó, según *A*, la membrana del micrófono emisor.

3. La **lámpara de tres electrodos** consiste en un tubo de elevado grado de vacío con el cátodo susceptible de ser calentado por un circuito especial, dotado de una batería de calefacción. Por un tubo así constituído sólo puede pasar corriente en el sentido del ánodo frío

[1]) De Nesper, *Tratado de Radiotelefonía*, Barcelona, 1925.

al cátodo calentado, pues únicamente en estas condiciones emitirá electrones el cátodo (efecto Edison).

Si entre ánodo y cátodo se halla intercalada una rejilla metálica, cada vez que ésta se carga negativamente se opone a la emisión de electrones por el cátodo (es decir, se interrumpe la corriente) y cada vez que se carga positivamente favorece la emisión de los electrones (refuerza la corriente).

Algunas aplicaciones de la lámpara de tres electrodos. *a)* Relé, en la telefonía ordinaria, a distancia: la línea se enlaza a la rejilla y al cátodo; el primario del transformador telefónico al ánodo y al cátodo (con intercalación de la batería de refuerzo).

b) Como válvula o detector en telefonía sin hilos.

c) Como amplificador en telefonía sin hilos.

d) Como emisor de ondas en telefonía sin hilos.

Tabla de las principales unidades

(Los números entre paréntesis indican las páginas en que se definen)

Conceptos	Unidades
Masa y peso	Metro; Gramo; Dina; Atmósfera. (16) (26) (27) (205)
Trabajo y potencia	Kgm; Kgm por seg.; HP; Ergio; Vatio. (92) (94) (94) (92) (94)
Calor	Cal-Kg; Cal-g; Grado cent.; (Cero absoluto). (344) (344) (329) (340)
Luz	Bujía normal; Carcel; Unidad Violle; Bujía-metro. (261) (261) (261) (262)
Magnetismo	Unidad de polo; Weber; Unidad de campo. (419) (419) (422)
Electricidad estática	U. E. S. de cantidad; Culombio; Voltio. Faradio. (434) (434) (437) (438)
Corriente eléctrica	Amperio; Ohmio; Voltio; Vatio. (465) (495) (495) (515)

TABLA DE CORRESPONDENCIAS

entre los enunciados de problemas del **Tratado popular de Física** de Kleiber y Karsten, y sus soluciones en la 6.ª edición de **Problemas de Física** del Dr. J. Estalella.

Tratado popular		Problemas	Tratado popular		Problemas	Tratado popular		Problemas	Tratado popular		Problemas
Pág.	Núm.	Núm.	Pág.	Núm.	Núm.	Pág.	Núm.	Núm.	Pág.	Núm.	Núm.
29	1	1	56	2	52	79	4	15	110	7	111
»	2	2	»	3	53	»	5	17	»	8	112
»	3	4	»	4	54	»	6	18	118	1	113
»	4	5	»	5	56	»	7	19	119	2	114
33	1	6	64	1	58	»	8	20	»	3	115
»	2	7	»	2	59	88	2	26	»	4	116
34	3	8	»	3	60	»	3	27	»	5	117
»	4	9	»	4	61	»	4	28	»	6	118
»	5	10	»	5	62	»	5	29	»	7	119
40	1	33	68	1	63	97	1	93	129	1	120
41	2	33	»	2	64	»	2	95	130	2	121
»	3	34	»	3	65	101	1	100	»	3	122
53	1	39	»	4	66	102	2	102	133	1	123
»	2	40	»	5	67	»	3	103	»	2	124
»	3	41	»	6	68	109	1	105	»	3	125
54	4	43	»	7	69	110	2	106	»	4	126
»	5	44	69	8	70	»	3	107	»	5	127
»	6	46	78	1	12	»	4	108	137	1	128
»	7	49	»	2	13	»	5	109	»	2	129
56	1	51	»	3	14	»	6	110	»	3	130

Tratado popular		Problemas	Tratado popular		Problemas	Tratado popular		Problemas	Tratado popular		Problemas
Pág.	Núm.	Núm.	Pág.	Núm.	Núm.	Pág.	Núm.	Núm.	Pág.	Núm.	Núm.
137	4	131	172	3	143	266	3	252	386	1	225
»	5	132	»	4	144	333	1	185	»	2	226
138	6	133	174	1	146	»	2	186	»	3	227
142	1	134	»	2	147	»	3	187	»	4	228
»	2	135	175	3	148	»	4	188	420	1	273
145	1	136	»	4	149	337	1	190	»	2	274
»	2	137	179	1	150	»	2	191	491	2	288
»	3	138	»	2	183	342	1	196	»	3	289
»	4	139	»	3	153	»	2	197	»	4	292
150	1	73	182	1	154	»	3	198	»	5	293
151	2	74	»	2	155	»	4	200	503	1	302
»	3	75	188	1	156	351	1	204	»	2	303
»	4	76	»	2	159	»	2	205	»	3	304
»	5	77	»	3	162	»	3	207	»	4	305
154	1	78	»	4	165	»	4	208	505	1	306
»	2	79	»	5	166	»	5	209	»	2	307
»	3	81	»	6	167	352	6	210	»	3	308
»	4	83	»	7	169	356	1	211	»	4	309
155	5	84	235	1	171	»	2	212	514	1	338
157	1	85	»	2	172	»	3	213	515	2	339
162	1	86	»	3	173	»	4	216	»	3	340
»	2	88	»	4	175	»	5	217	518	1	341
»	3	89	»	5	177	361	1	219	»	2	342
»	4	90	»	6	180	362	2	220	»	4	343
»	5	91	»	7	181	372	1	222	»	5	344
172	1	140	265	1	250	373	2	223	519	6	345
»	2	141	266	2	251	»	3	224	523	1	346

ÍNDICE ALFABÉTICO

Aberración cromática, 299.
— esférica, 299.
Absorción del calor, 367.
Acción eléctrica de las puntas, 452.
Acciones químicas de la electricidad, 485.
Acción y reacción, 71.
Aceleración, 57.
— determinación, 59.
— fórmula, 62.
— unidad, 63.
Aceleración de la gravedad, 65.
— en el movimiento vertical, 61.
— en el Sol, 65.
— en la Luna, 65.
— en una trayectoria horizontal, 61.
Acomodación del ojo, 307.
Acromatismo de las lentes, 299.
— de los prismas, 292.
Acumuladores eléctricos, 491.
— hidráulicos, 171.
Acústica, 13, 236.
Adherencia, 42.
Adiabática, 358.
Aeroplanos, 233.
Aerostación, 232.
Afinidad química, 9.
Agua subterránea, 181.
Aisladores eléctricos, 431.
Alambique, 377.
Alargamiento: fórmula, 39.
Alcohómetro, 195.
Aleación de Wood, 371.
Aleaciones: peso específico, 191.
— punto de fusión, 370.
Alfabeto Morse, 472.
Alisios, 365.
Alkhazini: experimento, 186
Alta frecuencia, 542.
Alternador, 552.
Alternancia, 552.
Altura alcanzada por un proyectil, 67.
Altura barométrica, 205.
— de un sonido, 245.
Alturas: medición, 209.
Alumbrado, 260.
Alzaprima, 111.
Amortiguamiento de las oscilaciones, 533.
Ampère (véase Amperio).
— regla, 466.
Amperímetros electromagnéticos, 478.
— térmicos, 518.
Amperio, 465, 477, 495.
Amplitud de ondulación, 239.
— de oscilación, 238.
Análisis de un sonido, 250.
— espectral, 292.
— químico, 11.
Analizadores en los polariscopios, 324.
Anastigmatismo, 300.
Andrews, 386.
Anemómetro, 53.
Ángulo límite, 284.
— visual, 305.
Ángulos: medición, 19.
Anillo: armadura, 547.
— de Gramme, 482.
Anión, 485.
Anódicos: rayos, 537.
Ánodo, 485.
Anteojo astronómico, 313.
— de Galileo, 316.

Anteojo de prismas, 315.
— holandés, 316.
— terrestre, 315.
Anticiclones, 211.
Aparato auditivo, 252.
Aperiódicos: aparatos, 483, 533.
Aplanetismo, 300.
Arco cantante, 545.
— voltaico, 520.
Área, 20.
— medición, 20.
— de figuras regulares, 20.
Areómetro de Baumé, 196.
— de Nicholson, 191.
Areómetros, 194.
— centesimales, 195.
Ariete hidráulico, 219.
Armadura, 481, 547.
— de anillo, 547.
— de polea, 126.
— de tambor, 550.
— de un condensador, 445.
— de un imán, 418.
Armónicos, 250.
Arquímedes, 112, 113, 231.
— principio, 23, 183.
— rosca, 220.
Arranque, 37.
Arrhenius, 488.
Ascensiones capilares, 46.
Asincrónico: motor, 556.
Astática: aguja, 467.
Astigmatismo, 300.
Atermancia, 366.
Atmósfera, 203.
Átomos, 9.
Atracciones eléctricas, 433.
— magnéticas, 418.
Audición, 252.
Aüer: mechero, 261.
Auroras boreales, 427, 454.
Autoexcitación de las dinamos, 550.
— de las máquinas de influencia, 449.
Autoinducción, 530.
Aviación, 233.

Balanza, 27, 119.
Balanza: doble pesada, 122.
— de brazos iguales, 119.
— de Kleiber, 231.
— de Mohr, 193.
— de resorte, 27.
— eléctrica, 433.
— hidrostática, 189.
— magnética, 419.
— rápida alemana, 125.
Barógrafo, 208.
Barómetro: aplicaciones, 209.
— aneroide, 207.
— de Bourdon, 208.
— de cubeta, 205.
— de Fortin, 206.
— de sifón, 206.
— de Tonnelot, 206.
— de vapor, 381.
— de Vidi, 207.
— registrador, 208.
— truncado, 225.
Barquilla, 53.
Báscula, 123.
Batería de condensadores, 446
— de elementos, 462.
Baumé: areómetros, 196.
Becquerel, 303, 539.
Bell, 543.
Berkefeld: filtro, 24.
Bicromato: elemento, 512.
Biela, 397.
Bifásicas: corrientes, 554.
Binomio de dilatación, 335.
Birrefringencia, 323.
Bismuto: resistencia eléctrica, 501.
Black: experimento, 377.
Bocinas, 244.
Bolómetro de Langley, 500.
Bomba aspirante, 217.
— centrífuga, 219.
— de compresión, 227.
— de incendios, 221.
— de Mammut, 219.
— impelente, 218.
Botella de Leyden, 445.
Bourdon: barómetro, 208
Boyle, 212.
Brahma, 169.

Branly, 541.
Brewster, 322.
Brisa, 365.
Brújula, 413.
— de tangentes, 477.
Bujía decimal, 261.
— -metro, 262.
— normal, 261.
Bunsen: elemento, 511.
— fotómetro, 264.
— mechero, 350.
Bunsen: peso específico de los gases, 230.
Bunsen: trompa de agua, 228.
Buscapolos, papel, 487.
Buys-Ballot: ley, 211.
Buzos, 6.

Caballo de vapor, 94.
Cables protegidos, 474.
Cabrestante, 132.
Caída en el seno del aire, 68.
— en el vacío, 65.
— libre, 64.
Cailletet, 388.
Cajal, 319.
Cajas de resistencia, 498.
— de resonancia, 250.
Calczechi, 540.
Caldera de vapor, 391.
— tubular, 364.
Caleidoscopio, 270.
Calor, 326.
— contenido en los cuerpos, 343.
— de condensación, 377.
— de fusión, 369.
— de vaporización, 377.
— específico, 344.
— — de los gases, 351.
— — determinación, 346.
— ganado o perdido por un cuerpo, 345.
Calor latente de fusión, 372.
— — del vapor, 377.
— naturaleza, 410.
— radiante, 366.
— unidad, 344.
Caloría, 344.
Calorímetros, 346.
Cámara barométrica, 204.
— fotográfica, 301.
— obscura, 258.
Camino más breve entre dos puntos, 281.
Campana de buzos, 6.
Campo de alta frecuencia, 543.
— magnético, 420.
— — dirección, 422.
— — intensidad, 422.
— — de la corriente eléctrica, 474.
— — giratorio, 555.
Canales: rayos, 537.
Cantidad de calor, 343.
— de movimiento, 163.
Capa neutra, 40.
Capacidad calorífica, 344.
— eléctrica, 437.
Capilaridad, 45.
Carborundo, 523.
Carburo de calcio, 523.
Carcel: unidad de luz, 261.
Cardenal: filtros, 24.
Carrete de inducción, 534.
Carretel, 53.
Catetómetro, 315.
Catión, 485.
Catódicos: rayos, 536.
Cátodo, 485.
Cáustica, 273.
Cavendish, 5, 156.
Cel, 50.
Celsius: grados, 329.
Cenicero, 392.
Centrífuga: fuerza, 151.
Centrifugador, 153.
Centro de gravedad, 84.
— — determinación experimental, 85.
Centro de gravedad de figuras geométricas, 85.
Centro de gravedad de un alambre, 86.
Centro de gravedad de un arco de círculo, 87.
Centro de gravedad de un cuadrilátero, 86.

Centro de gravedad de un tetraedro, 87.
Centro de gravedad de un triángulo, 86.
Centro de oscilación, 160.
— de presión, 176.
Cero absoluto, 340.
Ciclones, 211.
Cierre mecánico de botella, 78.
Cinemática, 47.
Cinematógrafo, 310.
Cinta termoscópica, 332.
Circunferencia: longitud, 19.
Cizalladura, 37.
Clausius, 356, 488.
Climas, 345.
Coeficiente de alargamiento, 38.
— de dilatación, 334.
— de rotura, 39.
— de seguridad, 40.
Cohesión, 35.
Cohesor, 540.
Colector, 482, 546.
Coloides, 44.
Colón, 424.
Color de la incandescencia, 350.
Colores, 255.
— luz blanca, 291.
— mezcla, 289.
Combustión, 352.
Composición de fuerzas, 74.
— de movimientos, 146.
Compound: máquinas, 399.
Compresibilidad de los líquidos, 169.
Compresión de los gases, 357.
Condensación, 374.
Condensador de hojas, 446.
— de lámina de aire, 446.
— de vapor, 397.
— eléctrico, 445.
Conducción del calor, 362.
Conductibilidad calorífica, 362.
— eléctrica, 430.
— — específica, 497.
Conductores de 1.ª clase, 460.
— de 2.ª clase, 461.
— eléctricos, 431.
Conductos de humo, 391.
Conmutadores, 491, 546.
Conservación de la energía, 356.
Constante dieléctrica, 446.
— magnética terrestre, 426.
— solar, 352.
Contador de agua, 200.
— de electricidad, 516.
— de gas, 234.
— de revoluciones, 52.
— — de Frahm, 251.
Contracción de los metales, 336.
Convección, 363.
Córnea, 304.
Coroides, 305.
Corredera, 53, 396.
Corriente alterna: potencia, 559.
— — producción, 551.
— de polarización, 492.
— eléctrica, 458.
— — intensidad, 464.
— — potencia, 515.
— — sentido, 464.
— galvánica, 463.
— monofásica, 559.
Corrientes bifásicas, 554.
— continuas: producción, 545.
— de alta frecuencia, 542.
— de Foucault, 532.
— derivadas, 503.
— polifásicas, 554.
— secundarias, 492.
— termoeléctricas, 560.
— trifásicas, 555.
Cortacircuitos fusibles, 519.
Corte, 37.
Corti: fibras, 252.
Cortos de vista, 308.
Coulomb (véase Culombio).
Coulomb: leyes, 419, 432.
Cric, 132.
Cristalino, 304.
Cristaloides, 44.
Crown, 292.
Cuadernales, 126.
Cuadro de Franklin, 446.
Cuadros, 475.
Cuantivalencia, 490.
Cuba neumática, 23.

Cuerdas sonoras, 247.
— vocales, 251.
Cuerpos, 5.
— compuestos, 9.
— simples, 9.
Culombio, 434.
Cuña, 138.
Curie, 538.
Curva balística, 148.

Chamberland (filtros), 24.
Charles, 232.
Chimenea, 393.
Chispa eléctrica, 450.
Chladni: figuras, 248.
Choque, 163.
— de retroceso, 455.
— oblicuo, 165.

Daguerre, 303.
Daniell: elemento, 510.
Davy, 5, 520.
— lámpara, 363.
Declinación, 424.
Densidad, 30.
— de corriente, 519.
— eléctrica, 435.
Densímetros, 194.
Depresiones capilares, 46.
Derivación: enlace, 514.
Descarga eléctrica: efectos, 450.
Descartes: diablillo, 168.
Descomposición de una fuerza, 76.
Deslumbramiento, 306.
Destilación, 377.
Desviación en el prisma, 287.
Detectores, 563.
Devanado en estrella, 560.
Dextrógiras, 324.
Diamagnetismo, 423.
Diapasón, 247.
Diatermancia, 366.
Dieléctrico, 445.
Diferencia de tensión eléctrica, 443.
Difracción, 319.
Difusión, 43.
— de la luz, 268.
Dilatación cúbica, 335.
Dilatación del agua, 337.
— de los gases, 339, 360.
— de los líquidos, 337.
— de los sólidos, 333.
— lineal, 334.
— superficial, 335.
Dina, 27, 63.
Dinámica, 47.
Dinamómetro, 27.
Dinamos, 547.
Dinio (véase Dina).
Dirección de los globos, 232.
Disociación electrolítica, 488.
Disolución, 370, 379.
Dispersión de la luz, 289.
Distancia explosiva, 450.
Distribución del vapor, 396.
Divisibilidad, 7.
Doble pesada, 122.
— refracción, 323.
Dorado galvánico, 488.
Drummond, 304.
Ductilidad, 36.
Duración de la subida de un proyectil, 67.
Dureza, 35.
— escala, 36.

Ebullición, 373.
— retardada, 376.
Eco, 244.
Edison: fonógrafo, 252.
Efecto mecánico, 93.
Eje principal, 272, 295.
— secundario, 274, 295.
Elasticidad, 36.
Electricidad: clases, 432.
— negativa, 432.
— por frotamiento, 429.
— positiva, 432.
Electrización, 429.
— del aire, 454.
— de un conductor, 435.
Electrodos, 485.
Electróforo, 441.
Electroimán, 468.
Electrólisis, 485.
— acciones secundarias, 486.

Electrólisis del ácido sulfúrico, 486.
— del sulfato de cobre, 487.
— — sódico, 486.
Electrolítico: interruptor, 535.
Electrólito, 485.
Electromagnéticas: acciones, 474.
— ondas, 539.
Electromagnetismo, 474.
Electrometalurgia, 488.
Electrómetro, 437.
Electromotor, 481.
Electrones, 457, 464, 489, 537.
Electroquímicos: equivalentes, 489.
Electroscopio condensador, 459.
Electroscopios, 430.
— carga, 439.
Electrostática, 429.
Elemento de bicromato, 512.
— de Bunsen, 511.
— de Daniell, 510.
— de Grove, 512.
— de Leclanché, 512.
— de Meidinger, 511.
— de Volta, 460, 508.
— termoeléctrico, 560.
Elementos químicos, 9.
— voltaicos, 509.
— — enlace, 513.
Émbolo buzo, 171.
Emparrillado, 392.
Empuje hacia arriba, 183.
Endolinfa, 252.
Energía, 97.
— conservación, 356.
— transmisión, 558.
Energía actual, 97.
— calorífica, 352.
— cinética, 97.
— eléctrica, 515.
Enfriamiento debido a la evaporación, 378.
Engranajes, 131.
Equilibrio: clases, 88.
— de tres fuerzas, 73, 76.
— estable, 89.
— indiferente, 90.
— inestable, 89.
Equivalente mecánico del calor, 354.
Equivalentes electroquímicos, 489.
Escala de dureza, 35.
— de estados físicos, 389.
Escalas termométricas, 329.
Escape libre, 397.
Escarcha, 391.
Esclerótica, 304.
Escobillas, 482.
Escuadra, 270.
Esfuerzo cortante, 37.
Eslabón neumático, 354.
Erg (véase Ergio).
Ergio, 92.
Espacio perjudicial, 224.
Espectro solar, 291.
Espectros de absorción, 291.
— luminosos, 291.
— normales, 320.
Espejismos, 284.
Espejos, 266.
— angulares, 270.
— cóncavos, 271.
— — fórmula, 277.
— — magnitud de la imagen, 278.
— convexos, 276.
— parabólicos, 273.
— planos, 268.
Espesores: medición, 19.
Estabilidad: condiciones, 90.
Estaciones telefónicas, 544.
Estado esferoidal, 376.
Estados de agregación, 6.
Estática, 47, 70.
Estereoscopio, 307.
Estrella: devanado, 560.
Éter, 7.
Evaporación, 373.
Excéntrica, 396.
Excitatriz, 554.
Expansión de los gases, 357.
Experimento, 13.
Explicación, 15.
Explosión de las calderas, 377, 396.
Extracorriente, 531.

Fabricación del hielo, 378.

Fahrenheit: escala, 329.
Faraday, 422, 533.
— experimento, 435.
— leyes de la electrólisis, 489.
— — de la inducción, 524.
— regla, 465, 525.
Faradio (Farad), 438.
Fata morgana, 285.
Fenómenos físicos, 12.
— químicos, 12.
Fibras de Corti, 252.
— neutras, 40.
Fiel, 120.
Figuras de Chladni, 248.
Filamento metálico: lámparas, 522.
Filetes magnéticos, 415.
Filtros, 24.
Findeisen, 456.
Física, 12.
Fizeau, 260.
Flammarion, 158.
Flexión, 37.
Fliegner, 386.
Flint, 292.
Flotación, 185.
Fluorescencia, 300.
Foco principal, 272, 294.
Fonógrafo, 252.
Fonograma, 253.
Formación de substancias, 10.
Fórmulas químicas, 10.
Fortín: barómetro, 206.
Fosa de la retina, 306.
Fosforescencia, 256, 300.
Fotografía, 301.
— de los colores, 319.
Fotografías: transmisión telegráfica, 500.
Fotometría, 263.
Fotómetros, 263.
Foucault: corrientes, 532, 547.
— experimento, 55, 158.
Fragilidad, 36.
Frahm, 251.
Franklin, 455.
— cuadro, 446.
— experimento, 454.
Frasco de Heron, 220.
Frasco de Mariotte, 222.
— lavador, 221.
Fraunhofer: rayas, 291.
Freno de cinta, 109.
— de Prony, 118.
Fresnel, 255.
Fuego de San Telmo, 256, 454.
Fuegos fatuos, 256.
Fuelle hidráulico, 229.
Fuerza, 55.
— caracteres, 72.
— representación gráfica, 73.
— unidad, 63.
Fuerza ascensional de un aeróstato, 232.
Fuerza centrífuga y centrípeta, 151.
Fuerza coercitiva, 416.
— contraelectromotriz, 492.
— elástica de los vapores, 380.
— eléctrica, 464.
— electromotriz, 464, 495.
— electromotriz de los elementos, 513.
— — eficaz, 558.
— — inducida, 526.
— expansiva, 201.
— magnética, 412.
— portante de un imán, 418.
— viva (véase Energía actual).
Fuerzas: composición, 74.
— descomposición, 76.
— moleculares, 42.
— paralelas, 80.
Fulton, 403.
Fusibles: cortacircuitos, 519.
Fusión, 368.

Galileo, 13, 14.
— anteojo, 316.
— experimento, 101.
— ley, 54.
Galvani, 458.
Galvanómetro de cuadrante, 466.
— de cuadro móvil, 483.
— de espejo, 467.
Galvanoplastia, 488.
Galvanoscopios, 466.

Galvanostegia, 488.
Gall, 5.
Gama musical, 246.
Garrucha, 126.
Gas carbónico, 11.
— del alumbrado, 11.
Gases: teoría cinética, 202.
— coercibles, 388.
— permanentes, 388.
Gasómetros, 234.
Gastos teórico y real, 198.
Gato, 132.
Gauss, 471.
Gay-Lussac: ley, 340.
Geissler: tubos, 256, 451.
Generadores de corrientes alternas, 551.
Generadores de corrientes continuas, 546.
Generadores de corrientes polifásicas, 554.
Generadores de vapor, 391.
Giffard: inyector, 395.
Gilbert, 423.
Glaciares, 370.
Globo aerostático, 232.
Goldstein: rayos canales, 537.
Grado de bondad de una máquina, 143.
Grado de círculo, 19.
— de dureza, 35.
— de temperatura, 326.
Gramme: motor, 481.
Gramo, 26.
— fuerza, 63.
— masa, 28, 59.
Gramofón, 253.
Granizo, 370.
Gravedad, 26.
Gravitación universal, 154, 156.
Green, 232.
Grisú, 45.
Grove: elemento, 512.
Guericke, 227, 443.

Hartmann & Braun, 349.
Hefner-Alteneck, 261, 550.
Helióstato, 270.
Helmholtz, 250, 356.
Hemisferios de Magdeburgo, 226.
Hertz, 15, 539.
Hidromecánica, 166.
Hielo: fabricación, 378.
Higrómetros, 390.
Hipermetropía, 308.
Hipótesis, 14.
Hipsómetro, 376.
Hirn, 355.
Hogar, 392.
Holborn: pirómetro, 350.
Holtz, 447.
Horizontal, 26.
Horno eléctrico, 523.
Hornos: temperatura, 348.
Humedad absoluta, 390.
— del aire, 389.
— relativa, 390.
Humor acuoso, 304.
— vítreo, 304.
Huygens, 14, 254.

Iluminación, 262.
Imagen real, 275.
— virtual, 269, 275.
Imágenes del Sol, 278.
— en las lentes, 296, 298.
— en los espejos, 274, 277, 278.
Imán de hojas, 416.
— roto, 414.
Imanación, 415, 416, 469.
Imanes: estructura, 414.
— artificiales, 411.
— naturales, 411.
Impenetrabilidad, 7.
Impulso de una fuerza, 162.
— vertical, 66.
Incandescencia: lámpara, 521.
Inclinación, 425.
Incompresibilidad de los líquidos, 169.
Indestructibilidad de la materia, 11.
Indicadores de nivel, 180.
Índice de refracción, 280.
Inducción electromagnética,
— magnética, 417.
Inducido, 481.

Inducido de anillo, 547.
— de tambor, 550.
Inercia, 54.
Influencia eléctrica, 438.
— magnética, 417.
Infrarrojos: rayos, 301.
Inscripción de vibraciones, 248.
Intensidad eficaz, 558.
— eléctrica, 464.
— — medición, 505.
Interferencias, 240.
— luminosas, 317.
Interruptor electrolítico de Wehnelt, 535.
Intervalo musical, 246.
Inyector Giffard, 395.
Inyectores, 229.
Iones, 485, 488.
Iris, 304.
Irradiación, 365.
Isenkrahe, 14.
Isóbaras, 210.
Isoclinas, 425.
Isógonas, 424.
Isotérmicas, 357.

Jolly, 303.
Jolly-Elster: fotómetro, 264.
Joule, 355.
— fórmula, 516.
— ley, 517.

Keplero: leyes, 155.
Kieselguhr, 8.
Kilográmetro, 92.
Kilogramo, 27.
Kilovatio-hora, 516.
Kirchhoff: leyes, 503.
Kohlrausch: amperímetros, 479.
Krupp: talleres, 172.
Kurlbaum: pirómetro, 350.

Lambert, 263.
Láminas de caras paralelas, 285.
— delgadas: reflexión, 318.
Lámpara de arco, 520.
— — suspensión, 78.
— de Davy, 363.
Lámpara de filamento metálico, 522.
— de incandescencia, 521.
— de tres electrodos, 564.
— Nernst, 522.
— Nitra, 522.
Langley: bolómetro, 500.
Laringe, 251.
Laringoscopio, 276.
Leclanché: elemento, 512.
Lente de aumento, 310.
Lenteja, 160.
Lentes, 292, 308.
— defectos, 299.
— fórmula, 297.
— magnitud de la imagen, 298.
Lenz: principio, 528.
Leverrier, 5.
Levógiras, 324.
Ley de Pascal, 173.
— física, 13.
Leyden: botella, 445.
Libra castellana, 27.
— catalana, 27.
— inglesa, 27.
Libra-pie, 92.
Límite de elasticidad, 37, 38.
Linde: aparato, 388.
Línea focal, 273.
— neutra, 412.
Líneas de fuerza, 420.
— telegráficas, 473.
Linterna mágica, 303.
Lippmann, 303, 319.
Lippershey, 317.
Liquidación del aire, 388.
— de los gases, 386.
Líquidos: equilibrio y movimiento, 166.
Litro, 21.
Locomotoras, 393.
Locomóviles, 393.
Longitud de onda, 237, 239.
Longitudes: medición, 16.
— unidad, 17.
Ludión, 168.
Lumière, 303, 310.
Lummer y Brodhun: fotómetro, 264.

Luna, 256.
Luz, 254.
— descomposición, 290.
— doble refracción, 323.
— efectos, 300.
— interferencias, 317.
— propagación, 257.
— reflexión, 266.
— refracción, 279.
— velocidad, 259.
— blanca, 290.
— de acetileno, 261.
— de alcohol, 261.
— de arco, 520.
— de arco de mercurio, 261.
— de gas, 261.
— de petróleo, 261.
— eléctrica, 261.
— natural, 322.
— polarizada, 322.

Llamas, 256.
Lluvia, 390.
— de Diana, 24, 226.

Maddox, 303.
Magdeburgo: hemisferios, 226.
Magnéticas: unidades, 418.
Magnéticos: cuerpos, 411.
Magnetismo, 411.
— pérdida, 414.
— de posición, 427.
— específico, 420.
— remanente, 418.
— terrestre, 423.
Maleabilidad, 36.
Mammut: bomba de, 219.
Manantiales de agua, 180.
— de calor, 352.
— de luz, 255.
Mancha amarilla, 306.
Manganina, 500.
Manivela, 397.
Mano derecha: regla, 465, 525.
— izquierda: regla, 480.
— Manómetros, 214.
Mapas del tiempo, 210.
Máquina, 95.
Máquina de vapor, 391, 396.
— eléctrica de frotamiento, 442.
— eléctrica de influencia, 447.
— neumática, 222.
— — de mercurio, 227.
— simple, 111.
Marconi, 541.
Mareas, 157.
Mariotte, 357.
— frasco, 222.
— ley, 212, 340.
— punto, 306.
Marmita de Papin, 375.
Martillo, 96.
— de Wagner, 470.
Martinete, 96.
Masa, 28, 59.
— eléctrica, 434.
— electromagnética, 537.
— magnética, 418.
Materia, 6.
— divisibilidad, 7.
— impenetrabilidad, 7.
— indestructibilidad, 11.
Materiales de combustión, 352.
Máxima densidad del agua, 338.
Máximos y mínimos barométricos, 211.
Mayer, 354, 356.
Maza, 96.
Mecánica, 13, 47.
Meidinger: elemento, 511.
Melde: experimento, 242.
Menisco, 46.
Meridiano magnético, 424.
Metacentro, 188.
Metro, 16.
— cuadrado, 20.
— cúbico, 21.
Mezclas frigoríficas, 372.
Micrófono, 543.
Micrómetro, 19.
Microscopio, 311
— simple, 310.
Miliamperímetro, 507.
Milla geográfica, 18.
— marina, 18, 19.
Mínima desviación en el prisma, 288.

Miopía, 308.
Módulo de elasticidad, 38.
Mohs: escala, 35.
Moléculas, 8.
Molinete de Woltmann, 53.
— eléctrico, 452.
— hidráulico, 177.
Molino de viento, 130.
Mollier, 386.
Momento de inercia, 102.
— — determinación, 161.
— — de algunas superficies, 103.
— de una fuerza, 113.
— magnético, 420.
Monedas: peso, 27.
Monocordio, 247.
Monocromática: luz, 319.
Monofásica: corriente, 559.
Montacargas hidráulico, 129.
Montgolfier, 232.
Mohr: balanza, 193.
Morse, 471.
— alfabeto, 472.
Motones, 127.
Motores de combustión, 407.
— de gas, 408.
— eléctricos, 481, 556.
— térmicos, 391.
— trifásicos, 556.
Movimiento, 47.
— cantidad de, 163.
— absoluto, 48.
— acelerado, 57.
— circular, 151.
— — uniforme, 51.
— de los planetas, 155.
— ondulatorio, 239.
— parabólico, 147.
— relativo, 48.
— retardado, 57.
— uniforme, 49.
— uniformemente variado, 57.
— variado, 57.
Movimientos: composición, 146.
Multiplicadores, 466.
Músculos ciliares, 304.
Musschenbroek, 445.

Negativa: electricidad, 432.
Negativo fotográfico, 302.
Nernst: lámpara, 522.
Neumomecánica, 201.
Neutralización eléctrica, 433.
Newton, 15, 154, 155, 254.
— tubo, 226.
Niágara: cataratas, 179.
Nicol, 323.
Nicholson: areómetro, 191.
Niebla, 390.
Nieve, 390.
Niquelado galvánico, 488.
Niquelina, 500.
Nitra: lámpara, 522.
Nivel, 26.
— de agua, 180.
— de los líquidos, 166.
Nodos, 241.
Nonius, 18.
Nota, 245.
Nubes, 390.
Nudo, 49.

Objetivos, 311, 313, 317.
Observación, 13.
Octava, 246.
Oculares, 312, 313, 317.
Oerstedt: descubrimiento, 465.
Ohm (véase Ohmio).
— ley, 493, 501.
Ohmio, 495.
Oído, 252.
Ojo humano, 304.
Ondas eléctricas, 539, 562.
— electromagnéticas, 539, 562.
— estacionarias, 242.
— longitudinales, 238.
— luminosas, 255.
— — estacionarias, 319.
— sonoras, 243.
— transversales, 236.
Opacidad, 257.
Óptica, 13, 254.
Órgano de la voz, 251.
Oscilación, 158.
Oscilaciones: amortiguamiento. 533.

Osmio: lámpara, 522.
Ósmosis, 44.

Palanca, 111.
— física, 111.
— géneros, 112.
— óptica, 267.
Palmo, 18.
Panes de oro, 8.
Papel buscapolos, 487.
Papin, 403.
— marmitas, 375.
Par de fuerzas, 81.
— de inversión, 315.
— termoeléctrico, 560.
Parábola, 147.
Paradoja hidrostática, 174.
Paralaje, 19.
Paralelo: enlace, 514.
Pararrayos, 455.
Parseval, 233.
Pascal: ley de, 173.
— principio, 167.
Paso de rosca, 139.
Pendiente, 133.
Péndulo, 157.
— compensador, 336.
— compuesto, 160.
— de parrilla, 336.
— de segundos, 159.
— simple, 157.
Penumbra, 257.
Periodo, 238, 239, 552.
Permeabilidad magnética, 423.
Personificación de la corriente, 466.
— de las líneas de fuerza, 526.
Perturbaciones magnéticas, 427.
Pesacartas, 125.
Peso, 25.
— variabilidad, 28.
— específico, 29, 31.
— de las monedas, 27.
— específico de los gases, 229.
— — de los líquidos, 192, 338.
— — de los sólidos, 189.
— reducido al agua, 347.
— unidad, 26.
Pesos atómicos, 9.
Pettenkofer, 24.
Pictet, 388.
Pie cuadrado, 20.
Pie inglés, 18.
Piedra imán, 411.
Pila de elementos, 462.
— de Volta, 463.
— termoeléctrica, 561.
Pilas secas, 512.
Pinzas de turmalina, 320.
Pipeta, 215.
Pirámides de Seger, 349.
Pirómetro óptico, 350.
Pirómetros eléctricos, 349.
— termoeléctricos, 561.
Placas vibrantes, 248.
Planetas: movimiento, 155.
Planímetro, 20.
Plano inclinado, 133.
Plateado galvánico, 488.
Plomada, 26.
Pluviómetros, 391.
Poder rotatorio, 325.
Poisson, 358.
Polarímetros, 325.
Polariscopios, 324.
Polarizadores, 322.
Polarización: corriente, 492.
— de la luz, 320.
— rotatoria, 324.
Polea diferencial, 127.
Poleas, 126.
Polifásicas: corrientes, 554.
Polígono funicular, 83.
Polipastos, 126.
Polo magnético: unidad, 419.
Polos consecuentes, 417.
— en los imanes, 412.
— magnéticos de la Tierra, 423.
Poros, 23.
Porosidad de los cuerpos, 25.
Porta, 411.
Portaluz, 270.
Positiva: electricidad, 432.
Positivo fotográfico, 302.
Potencia, 93.
— unidad, 94.
— calorífica, 353.

Potencia de un salto de agua, 178.
— efectiva de una máquina de vapor, 402.
— eléctrica, 515.
— indicada de una máquina de vapor, 399.
Potencial eléctrico, 436.
Pozos artesianos, 181.
Predicción del tiempo, 209.
Prensa de tornillo, 140.
— hidráulica, 169.
Presbicia, 308.
Presión, 37.
— transmisión en los líquidos, 167.
— absoluta, 214.
— atmosférica, 203.
— crítica, 388.
— en el seno de un líquido, 168.
— sobre el fondo, 173.
— sobre las paredes, 175.
Principio de Arquímedes, 183, 231.
— de Pascal, 167.
Prisma, 286.
— desviación, 287.
— mínima desviación, 288.
— acromático, 292.
— de Nicol, 323.
— de reflexión total, 285.
Problemas, 29, 33, 40, 53, 56, 64, 68, 78, 88, 97, 101, 109, 118, 129, 133, 137, 142, 145, 150, 154, 157, 162, 172, 174, 179, 182, 188, 235, 265, 333, 337, 342, 351, 356, 361, 372, 386, 404, 420, 428, 491, 498, 503, 505, 506, 514, 516, 518, 523.
Propagación del calor, 362.
— del sonido, 242.
Protones, 457.
Proyecciones: aparato, 303.
Proyectil vertical, 66.
Proyectiles (Movimientos de los), 147.
Psicrómetro, 390.
Puente de Wheatstone, 508.
Pulgada cuadrada, 20.
— inglesa, 18.
Pulverizadores, 229.
Punto ciego, 306.
Punto crítico, 386.
— de ebullición, 373.
— de fusión, 368.
— de Mariotte, 306.
— de solidificación, 368.
— próximo, 308.
— remoto, 308.
Puntos muertos, 397.
Pupila, 304.

Química, 11.

Radiactividad, 539.
Radio, 539.
Radioconductor, 540.
Radiografía, 538.
Radiómetro, 367.
Radioscopia, 538.
Radiotelegrafía, 540.
Ramsay, 5.
Rayas de Fraunhofer, 291.
Rayleigh, 5.
Rayo, 454.
— principal, 274, 295.
Rayos anódicos, 537.
— canales, 537.
— catódicos, 536.
— más notables en los espejos y las lentes, 274, 295.
— Röntgen, 536.
— α, 539.
— β, 539.
— γ, 539.
— X, 538.
Reacción, 71.
— de salida de un líquido, 177.
Réaumur: grados, 329.
Recalentamiento, 380.
Reconocimientos químicos, 11.
Redes, 320.
Reducción de la columna barométrica, 399.
Reflectores, 273.
Reflexión de la luz, 266.
— del calor, 367.
— del sonido, 243.
— de las ondas, 241.
— — eléctricas, 540.

Reflexión en el choque, 165.
— en las láminas delgadas, 318.
— total, 283.
Refracción atmosférica, 282.
— de la luz, 279.
— de las ondas eléctricas, 540.
— en las lentes, 293.
Registro, 393.
Regla de oro de la Mecánica, 96.
Regulación de las lámparas de arco, 520.
Regulador de la máquina de vapor, 398.
Rehielo, 370.
Reiter, 122.
Relámpago, 454.
Relé, 473.
Reloj de gas, 234.
Relojes, 161.
— de sol, 49, 258.
Renaldini: experimento, 327.
Rendimiento, 108, 142.
— mecánico de una máquina de vapor, 402.
Reóstatos, 498, 499.
Repulsiones eléctricas, 433.
— magnéticas, 418.
Resultante de dos fuerzas concurrentes, 79.
Resultante de dos o más fuerzas paralelas, 80, 82.
— de varias fuerzas, 74.
Resistencia, 39.
— a la rotura, 37.
— de los flúidos, 143.
— eléctrica, 495.
— — medición, 508.
— — unidad, 495.
— equivalente, 504.
— específica, 496.
— exterior e interior de un circuito, 493.
Resistencias pasivas, 142.
Resonadores, 249.
Resonancia, 249.
Resonancias, 244.
Retina, 305.
Reveladores, 301, 302.
Reversibilidad, 549.
— de las dínamos, 549.
Richmann: regla, 348.
Rocío, 391.
Rodadura, 107.
Roldana, 127.
Romana, 125.
Römer, 259.
Röntgen, 358, 539.
Rosa de los vientos, 413.
Rosca, 138.
— de Arquímedes, 220.
Rosenberg: experimento, 269.
Ross, 424.
Rotor, 556.
Rotura, 37.
Rozamiento, 104.
— ángulo, 135.
— de los ejes, 107.
Ruedas dentadas, 131.
— hidráulicas, 131, 178.
Ruhmkorff: carrete, 534.
Ruido, 245.
Rumford, 354.

Sacarímetro, 325.
Salida de los líquidos, 197.
Saltos de agua, 178.
Salvá, 470.
Saturación, 380.
— de un imán, 416.
Scheele, 5.
Scheiner, 313.
Seebeck, 560.
Secciones normales, 519.
Secchi, 14.
Seger: pirámides, 349.
Segner, 177.
Selenio: resistencia eléctrica, 500.
Selfinducción, 530.
Serie: enlace, 513.
— de Volta, 460.
— termoeléctrica, 561.
Sextante, 271.
Shunt, 506.
Siemens, 550.
— pirómetros, 349.

Siemens & Halske: miliamperímetro, 507.
Sifón, 315.
Siliciuro de carbono, 523.
Símbolos de los cuerpos simples, 9.
Simetría, 269.
Simón Marius, 5.
Simpson: regla, 21.
Sincrónico: motor, 556.
Síntesis química, 12.
Sirena, 245.
Sistema C. G. S., 63.
— de unidades absolutas, 17, 27, 49, 63, 92, 94, 419, 477.
— métrico decimal, 17.
Sobrefusión, 370.
Sol, 256, 258, 290, 352.
Solenoides, 475.
Solidificación, 368.
Sombras, 257.
Sommering, 471.
Sonido, 242.
Sonómetro, 247.
Stator, 556.
Steinheil, 471, 473.
Stephenson, 403.
Substancia, 6.
Superficie: medición, 20.
— unidad, 20.
— de calefacción, 392.
Surtidores, 180.
Symmer, 433.

Tacómetro, 52.
Talbot, 303.
Taludes: ángulo, 136.
Tambor: armadura o inducido, 550.
Tántalo: lámpara, 522.
Tapones de seguridad, 371.
Taumatropo, 309.
Teléfono de cuerda, 243.
— magnético, 543.
Telefonía sin hilos, 562.
Telefotografía, 500.
Telegrafía sin hilos, 540.
Telégrafo electromagnético, 470.
Temperatura, 326.
— escalas, 329.
Temperatura absoluta, 340.
— crítica, 386.
— de ebullición, 373.
— de fusión, 369.
— de solidificación, 368.
— de una mezcla, 346, 348.
Temperaturas elevadas, 348.
Tempestades eléctricas, 454.
— magnéticas, 427.
Tensión, 70.
— enlace, 513.
— medición, 507.
— de los gases, 202.
— de los vapores, 380.
— eficaz, 558.
— eléctrica, 436.
Teodolito, 315.
Teoría, 15.
— cinética de los gases, 202.
Termoeléctricas: corrientes, 560.
Termología, 326.
Termómetro de aire, 349.
— de alcohol, 330.
Termómetro de máxima y de mínima, 331.
— de mercurio, 328.
— inscriptor, 332.
— metálico, 332.
Termómetros, 327.
Termos: frascos, 363.
Termoscopio termoeléctrico, 561.
Tesla: aparato, 542.
Thomson: comparación, 8.
Tierra, 6, 352.
Timbre de un sonido, 250.
— eléctrico, 470.
Tímpano, 252.
Tiro, 150.
— vertical, 64.
Tonelada, 27.
Tonnelot: barómetro, 206.
Tono, 245.
Töpler, 447.
Tornillo, 138.
— micrométrico, 19.
— sin fin, 141.
Torno, 130.
Torricelli: experimento, 204.

Torricelli: teorema, 197.
— vacío, 204.
Torsión, 37.
Trabajo, 92, 353.
— conversión en energía actual, 98.
— fórmula, 93.
— transformación, 95.
— transmisión, 558.
— unidad, 92.
— eléctrico, 515.
Tracción, 37.
Transformadores de trabajo, 95.
— eléctricos, 557.
Transmisión del trabajo, 558.
Transparencia, 257.
Tres dedos: regla, 526.
Trifásicas: corrientes, 555.
Trifásico: motor, 556.
Trípodes, 91.
Troclas: sistema, 127.
Trompa de agua, 228.
Trompetillas acústicas, 244.
Trueno, 454.
Tubo de Crookes, 536.
— de Geissler, 536.
— de Hittorf, 536.
Tubos: paso de un líquido, 199.
— acústicos, 244.
— capilares, 46.
— de Geissler, 451.
— de lengüeta, 248.
— de órgano, 248.
— sonoros, 248.
Tungsteno: lámpara, 522.
Turbinas de vapor, 403.
— hidráulicas, 177.
Turmalina, 320.

Ultravioletas: rayos, 301.
Unidades: ángulo, 19.
— calor, 344.
— capacidad eléctrica, 437.
— electricidad, 434.
— fuerza, 63.
— — electromotriz, 495.
— iluminación, 262.
— intensidad eléctrica, 495.
— longitud, 16.
Unidades: luz, 260.
— magnetismo, 419.
— masa, 59.
— peso, 27.
— potencia mecánica, 94.
— presión, 205.
— temperatura, 329.
— tensión eléctrica, 437.
— trabajo, 92.
— velocidad, 49.
— volumen, 21.
— absolutas, 17, 27, 49, 63, 92, 94, 419, 496.
— de aceleración, 63.
— de resistencia eléctrica, 496.
— de superficie, 20.
Uranio, 539.

Vacío: medidores, 215.
— de Torricelli: 204.
Válvulas, 170.
— de seguridad, 117.
Vapor de agua, 384.
Vapores, 379.
— no saturados, 380.
— recalentados, 380.
— saturados, 380.
Vaporización, 373.
Vara, 18.
Vasos comunicantes, 179.
Vatio, 94, 515.
Velocidad, 49.
— medición, 52.
— angular, 52.
— debida a una altura, 66.
— de la luz, 259.
— del sonido, 243.
— instantánea, 56.
— tangencial, 52.
Verascopio, 308.
Vertedero, 22.
Verticales, 26.
Vía láctea, 259.
Vidi: barómetro, 207.
Viento, 365.
— eléctrico, 436.
Viga: presión sobre los soportes, 116.

Violle: unidad de luz, 261.
Visión, 304.
— binocular, 307.
— distinta, 306.
Volante, 397.
Volt (véase Voltio).
Volta, 458.
— electróforo, 441.
— elemento , 509.
— experimento, 458.
— ley, 460.
— pila, 463.
— serie, 460.
Voltaje, 436.
Voltámetros, 464, 490.
Voltímetros, 507.
— térmicos, 518.
Voltio, 437, 495.
Volumen, 6.
— medición, 21.
— unidad, 21.
— de los cuerpos geométricos, 22.
— de los gases, 23.
— de los líquidos, 22.
— de los sólidos irregulares, 22.
Volumen normal de un gas, 341.
Volúmetros, 194.
Voz, 251.

Watt (véase Vatio).
Watt, 403.
Wagner: martillo, 470.
Weber, 419, 471.
— W., 415.
— fotómetro, 265.
Wehnelt: interruptor, 535.
Wheatstone: puente, 508.
Wimshurst, 449.
Woltmann: molinete, 53.
Wood: aleación, 371.

X: rayos, 538.

Young, 255.

Zeppelin, 233.
Zirconio: lámpara, 522.
Zöllner, 14.
Zootropo, 310.

ÍNDICE DE LAS TABLAS

	Págs.
Símbolos químicos	9
Cuerpos compuestos	10
Áreas de figuras regulares	20
Volúmenes	22
Pesos específicos	32 y 33
Escala de durezas, de Mohs	36
Tabla de resistencias	41
Velocidades	49
Caída de los cuerpos	65
Sen α y cos α	77
Momentos de inercia	103
Coeficientes de rozamiento	106
Tg α	136
Sistema planetario	154
Coeficientes de compresión	169
Densidad de las soluciones	196
Presión atmosférica	205
Gama musical	246
Unidades fotométricas	261
Indices de refracción	281
Ángulo límite	284
Visiones próxima y remota	308
Coeficientes de dilatación (sólidos)	334
Coeficientes de dilatación (líquidos)	337
Calores específicos de sólidos y líquidos	344
Temperaturas de incandescencia	350
Calores específicos de los gases	351
Potencias caloríficas	353
Temperatura y calor de fusión	369
Mezclas frigoríficas	372
Puntos de ebullición y calores de vaporización	374
Temperaturas de ebullición del agua, para distintas alturas barométricas	375
Tabla de Fliegner: Propiedades del vapor de agua saturado	387
Temperaturas y presiones críticas	388
Estados físicos	389
Saturación del aire	390
Constantes magnéticas terrestres	427
Electrización por frotamiento	433
Constantes dieléctricas	447
Electrización por contacto	460
Alfabeto Morse	472
Equivalentes electroquímicos	489
Cuantivalencias	490
Resistencias específicas	497
Secciones de los conductores de cobre	519
Luz de los tubos de Geissler	536
Principales unidades	565

EQUIVALENCIAS

Medidas antiguas	17
Velocidades	49
Unidades de trabajo	92 y 94
Grados Baumé	195
Unidades fotométricas	261
Escalas termométricas	330
Equivalente mecánico del calor	355
Unidades de trabajo, calor y potencia	517

ÍNDICE ANALÍTICO

	Págs.
CAPÍTULO PRIMERO. *De la materia*	5
§ 1. La materia	5
§ 2. Las menores partículas	7
§ 3. Objeto de la Física	12
CAP. II. *Tamaño y peso de los cuerpos*	16
§ 4. Medición de longitudes	16
§ 5. Medición de superficies	20
§ 6. Medición de volúmenes	21
§ 7. El peso	25
§ 8. El peso específico	29
CAP. III. *Constitución de los cuerpos (fuerzas moleculares)*	35
§ 9. La cohesión	35
§ 10. Elasticidad y resistencia	37
§ 11. La adherencia	42
CAP. IV. *Tratado del movimiento (Dinámica)*	47
§ 12. Las dos manifestaciones de la fuerza	47
§ 13. El movimiento	48
§ 14. El movimiento uniforme	49
§ 15. La inercia	54
§ 16. Movimiento uniformemente variado	57
§ 17. Determinación de la aceleración	59
§ 18. La caída libre y el tiro vertical	64
CAP. V. *Estática o tratado del equilibrio*	70
§ 19. Tensión y presión	70
§ 20. Equilibrio de tres fuerzas	73
§ 21. Descomposición de una fuerza	76

Págs.

§ 22. Composición de fuerzas no aplicadas al mismo punto 79
§ 23. El centro de gravedad 84
§ 24. Diversas clases de equilibrio 88

CAP. VI. *Trabajo y rozamiento* 92
§ 25. El trabajo 92
§ 26. Energía de movimiento 97
§ 27. Momento de inercia 102
§ 28. El rozamiento 104

CAP. VII. *Las máquinas simples* 111
§ 29. La palanca 111
§ 30. La balanza 119
§ 31. Poleas y polipastos 126
§ 32. El torno 130
§ 33. El plano inclinado 133
§ 34. La cuña 138
§ 35. El tornillo 139
§ 36. Rendimiento de las máquinas 142
§ 36 bis. Energía actual y potencial 145

CAP. VIII. *Composición de movimientos* 146
§ 37. Fundamento de la composición de movimientos 146
§ 38. Movimiento parabólico de los proyectiles 147
§ 39. Movimiento circular uniforme 151
§ 40. El movimiento de los planetas 155
§ 41. El péndulo 157
§ 42. El impulso 162

CAP. IX. *Equilibrio y movimiento de los líquidos (Hidromecánica)* 166
§ 43. Influencia de la gravedad sobre la forma de los líquidos 166
§ 44. Transmisión de la presión 167
§ 45. La prensa hidráulica 169
§ 46. La presión sobre el fondo 173
§ 47. Presión sobre las paredes 175
§ 48. Vasos comunicantes 179
§ 49. El empuje hacia arriba 183
§ 50. La flotación 185
§ 51. Peso específico de los sólidos 189

Págs.

§ 52. Peso específico de los líquidos 192
§ 53. Salida de los líquidos 197
§ 54. Contador de agua 200

CAP. X. *Equilibrio y movimiento de los gases (Neumomecánica)* 201
§ 55. Generalidades sobre los gases 201
§ 56. Presión atmosférica 203
§ 57. El barómetro 205
§ 58. Aplicaciones del barómetro 209
§ 59. La ley de Mariotte 212
§ 60. Manómetros 214
§ 61. El sifón 215
§ 62. Las bombas hidráulicas 217
§ 63. Frasco de Heron, bomba de incendios y frasco de Mariotte 220
§ 64. La máquina neumática de pistón . . . 222
§ 65. Otras máquinas neumáticas 227
§ 66. Peso específico de los gases 229
§ 67. Empuje hacia arriba en los gases . . . 231
§ 68. Gasómetros y contadores de gas . . . 234

CAP. XI. *Tratado del sonido (Acústica)* 236
§ 69. Ondulaciones transversales 236
§ 70. Ondulaciones longitudinales 238
§ 71. Coexistencia de dos centros de ondas . 240
§ 72. Propagación del sonido 242
§ 73. El tono 245
§ 74. Producción de sonidos musicales . . . 247
§ 75. Resonancia 249
§ 76. Órgano de la voz y aparato auditivo . 251

CAP. XII. *Tratado de la luz (Óptica)* 254
§ 77. Esencia de la luz 254
§ 78. Manantiales de luz 255
§ 79. Propagación de la luz 257
§ 80. Velocidad de la luz 259
§ 81. El alumbrado 260
§ 82. Reflexión de la luz 266
§ 83. Espejos planos 268
§ 84. Espejos cóncavos 271
§ 85. Imágenes producidas por los espejos cóncavos 274

		Págs.
§ 86.	Espejos esféricos convexos	276
§ 87.	Fórmula de los espejos cóncavos	277
§ 88.	Refracción de la luz	279
§ 89.	Reflexión total	283
§ 90.	Lámina de caras paralelas	285
§ 91.	El prisma	286
§ 92.	Dispersión de la luz	289
§ 93.	Las lentes	292
§ 94.	Imágenes producidas por las lentes	295
§ 95.	Fórmulas de las lentes	297
§ 96.	Defectos de las lentes	299
§ 97.	Efectos de la luz	300
§ 98.	La cámara fotográfica	301
§ 99.	El aparato de proyección	303
§ 100.	El ojo humano	304
§ 101.	Duración de la impresión luminosa	309
§ 102.	La lente de aumento	310
§ 103.	El microscopio	311
§ 104.	Anteojo astronómico	313
§ 105.	El anteojo terrestre	315
§ 106.	Anteojo holandés o de Galileo	316
§ 107.	Interferencias luminosas	317
§ 108.	Polarización de la luz	320
CAP. XIII.	*Tratado del calor (Termología)*	326
§ 109.	Apreciación del grado de calor	326
§ 110.	Termómetro	327
§ 111.	Dilatación de los sólidos	333
§ 112.	Dilatación de los líquidos	337
§ 113.	Dilatación de los gases	339
§ 114.	Cantidad de calor	343
§ 115.	Manantiales de calor	352
§ 116.	Compresión y expansión de los gases	357
§ 117.	Propagación del calor	362
§ 118.	La fusión	368
§ 119.	Evaporación y ebullición	373
§ 120.	Propiedades de los vapores	379
§ 121.	Liquidación de los gases	386
§ 122.	Humedad del aire	389
§ 123.	Motores térmicos	391
§ 124.	Naturaleza del calor	410

		Págs.
CAP. XIV.	*Magnetismo*	411
§ 125.	Caracteres de los imanes	411
§ 126.	Estructura de los imanes	414
§ 127.	Inducción magnética	417
§ 128.	Ley de Coulomb. Unidades magnéticas	418
§ 129.	El campo magnético	420
§ 130.	Magnetismo terrestre	423
CAP. XV.	*Electricidad por frotamiento (Electrostática)*	429
§ 131.	Cuerpos electrizados. Electroscopio. Buenos y malos conductores	429
§ 132.	Las dos clases de electricidad. Ley de Coulomb	432
§ 133.	Densidad. Tensión. Capacidad	435
§ 134.	Influencia eléctrica	438
§ 135.	El electróforo	441
§ 136.	Máquinas eléctricas de frotamiento	442
§ 137.	Ley de la diferencia de tensión	443
§ 138.	Condensadores	445
§ 139.	Máquinas eléctricas de influencia	447
§ 140.	Efectos de la descarga eléctrica	450
§ 141.	Tempestades y pararrayos	454
§ 141 bis.	Naturaleza de la electricidad	457
CAP. XVI.	*La corriente eléctrica*	458
§ 142.	Descubrimiento de Galvani. Experimentos de Volta	458
§ 143.	Origen y caracteres de la corriente eléctrica	463
§ 144.	Acción de la corriente sobre la aguja magnética. Galvanómetros	465
§ 145.	El electroimán y sus aplicaciones	468
§ 146.	Campo magnético de la corriente eléctrica	474
§ 147.	Acción de los imanes sobre las corrientes	480
§ 148.	Acciones químicas de la corriente eléctrica	485
§ 149.	Corriente de polarización. Acumuladores	491
§ 150.	La ley de Ohm	493
§ 151.	Resistencia de los conductores	496
§ 152.	Aplicación de la ley de Ohm a las distintas porciones de un circuito	501
§ 153.	Ramificación de la corriente	503

Págs.

§ 154. Medición de intensidades y de tensiones 505
§ 155. Puente de Wheatstone. Medición de resistencias 508
§ 156. Elementos voltaicos más usados 509
§ 157. Enlace de los elementos 513
§ 158. Energía eléctrica. Ley de Joule 515
§ 159. Aplicación de los efectos caloríficos de la corriente eléctrica 519

CAP. XVII. *Inducción electromagnética. Corrientes termoeléctricas* 524

§ 160. Leyes de Faraday 524
§ 161. Selfinducción 530
§ 162. Corrientes de Foucault 532
§ 163. Carrete de inducción 534
§ 164. El teléfono 543
§ 165. Producción de corrientes continuas . . 545
§ 166. Producción de corrientes alternas . . . 551
§ 167. Producción de corrientes polifásicas . . 554
§ 168. Transformadores. Transmisión del trabajo 557
§ 169. Corrientes termoeléctricas 560
§ 170. Telefonía sin hilos 562

Tabla de las principales unidades 565
Tabla de correspondencias entre los enunciados de los problemas y las soluciones de los **Problemas de Física** 566

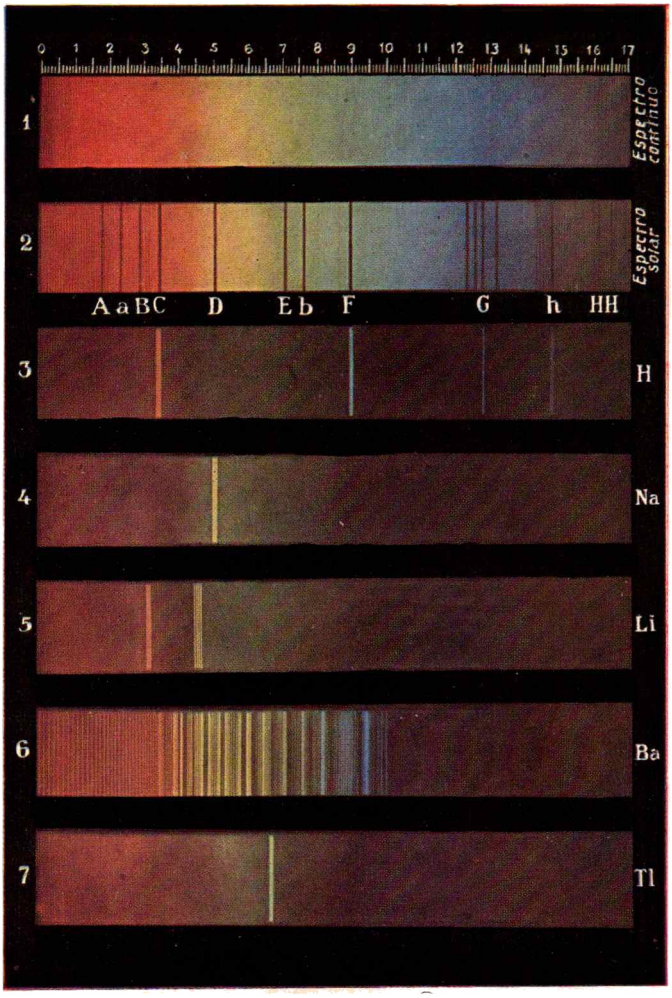
Notaciones métricas y otras abreviaturas

A	amperio.
at. atm.	atmósfera (unidad de presión).
Cal.	caloría-kilogramo.
cal.	caloría-gramo.
c. d. g.	centro de gravedad.
C. G. S.	centímetro-gramo-segundo.
cm	centímetro.
cm^2	centímetro cuadrado.
cm^3	centímetro cúbico.
cm/seg	centímetros por segundo.
cm/seg^2	centímetros por segundo, por segundo.
cos	coseno de un ángulo.
cot	cotangente.
dm	decímetro.
dm^2	decímetro cuadrado.
dm^3	decímetro cúbico.
f. e. m.	fuerza electromotriz.
g	gramo-fuerza.
g	981 cm/seg^2 (aceleración de la gravedad).
gr	gramo-masa.
h.	hora.
HP	caballo de vapor.
Km	kilómetro.
Km^2	kilómetro cuadrado.
Kg	kilogramo.
Kgm	kilográmetro.
KW	kilovatio.
lit.	litro.
log	logaritmo de.
m	metro.
m^2	metro cuadrado.
m^3	metro cúbico.
min.	minuto de tiempo.
mm	milímetro.
mm^2	milímetro cuadrado.
mm^3	milímetro cúbico.
m/seg	metros por segundo.
m/seg^2	metros por segundo, por segundo.
Rs.	revoluciones.
seg.	segundo de tiempo.
sen	seno de un ángulo.
T	tonelada métrica.
tg	tangente de un ángulo.
Ton	tonelada métrica.
U. E. S.	unidades electrostáticas.
U. E. M.	unidades electromagnéticas.
V	voltio.
W	vatio.
μ	micra o milésima de milímetro.
π	3,1416 (razón de la circunferencia al diámetro).
Σ	suma de términos.
Ω	ohmio.
$a = b$	*a* igual a *b*.
$a > b$	*a* mayor que *b*.
$a < b$	*a* menor que *b*.
$a + b$	*a* más *b*.
$a - b$	*a* menos *b*.
$a \pm b$	*a* más o menos *b*.
$a \times b$	*a* multiplicado por *b*.
ab	*a* multiplicado por *b*.
$a : b$	*a* dividido por *b*.
$\frac{a}{b}$	*a* dividido por *b*.
a^2	cuadrado de *a* (*a* veces *a*).
a^3	cubo de *a* ($a \times a \times a$)
$\sqrt{a}$	raíz cuadrada de *a*.
$'$	minuto de arco.
$''$	segundo de arco.
$^\circ$	grados.
° Bé.	grados Baumé.
° C.	grados centígrados.
° F.	grados Fahrenheit.
° R.	grados Réaumur.
$\%$	por ciento.
$\%_{00}$	por mil.
$\sim$	aproximadamente, poco más o menos.

ALFABETO GRIEGO

Letra	Nombre	Letra	Nombre
Α α	alfa.	Ν ν	ni.
Β β ϐ	beta.	Ξ ξ	xi.
Γ γ	gamma.	Ο ο	ómicron.
Δ δ	delta.	Π π	pi.
Ε ε	épsilon.	Ρ ρ	rho.
Ζ ζ	tseta.	Σ σ ς	sigma.
Η η	eta.	Τ τ	tau.
Θ θ	zeta.	Υ υ	ípsilon.
Ι ι	iota.	Φ φ	fi.
Κ κ	kappa.	Χ χ	ji.
Λ λ	lambda.	Ψ ψ	psi.
Μ μ	mi.	Ω ω	omega.

ESPECTROS LUMINOSOS



Editorial Gustavo Gili, S. A.

ES PROPIEDAD
DERECHOS RESERVADOS

Depósito legal B. 19743 - 1964

© *Editorial Gustavo Gili, S. A.*

IMPRENTA JUVENIL - Dr. Rizal, 14 - BARCELONA

EDITORIAL GUSTAVO GILI, S. A.

Rosellón 87 y 89 BARCELONA (15)

TRATADO DE FISICA

por los Profesores

JUAN KLEIBER, B. KARSTEN y ENRIQUE ALT

13.ª edición

Un volumen de 520 páginas, de 22×15,5 cm, con 863 grabados

La refundición del KLEIBER-KARSTEN hecha por el Dr. ALT ha servido de norma para la presente edición española. En ella encontrarán los profesionales algunos cambios interesantes. En la mecánica de sólidos se ha ampliado lo referente a la elasticidad, la resistencia y los movimientos vibratorios. En la mecánica de fluidos se ha concedido más importancia a las corrientes fluidas y a las teorías que se refieren a la aviación. Los fenómenos moleculares siguen al tratado del calor. La unidad de todas las radiaciones electromagnéticas es una conquista firme de la ciencia, y por lo mismo se reúne su estudio en un solo capítulo. El tratado de la electricidad responde a los progresos realizados en este ramo. Un apéndice sobre meteorología da una visión moderna de esta ciencia.

TRATADO DE FISICA PARA LAS ESCUELAS TECNICAS

por los Profesores

J. KLEIBER, K. HAMMER

Un volumen de 472 páginas, de 22×16 cm, con 531 grabados y una lámina en colores

Siguiendo las huellas del profesor Kleiber, cuyo método de exposición ha tomado como guía, Hammer ha desarrollado en este libro, con los conocimientos de la Física clásica, las modernas conquistas de esta ciencia. Al alcance de las jóvenes inteligencias, su obra se ha colocado en uno de los primeros lugares de la pedagogía científica, sin perder nunca de vista su principal misión como texto para las escuelas técnicas. Los conceptos más modernos relativos a la Física que se exponen siempre en este libro como preliminar de la Física aplicada, en forma clara y sencilla. Unos capítulos finales sobre Física cuántica, atomística y nuclear ponen al lector al corriente de las nuevas teorías.

PROBLEMAS DE FISICA

por

JOSÉ ESTALELLA

Catedrático de Física

8.ª edición

Un volumen de 204 páginas, de 19×12,5 cm, con 43 grabados y 26 tablas

Este libro contiene el planteamiento y resolución, entre otros, de los problemas cuyo enunciado se encuentra en el *Tratado popular de física*, de KLEIBER y KARSTEN, y en el *Tratado de física*, de KLEIBER, KARSTEN y ALT. En la obra se pone especial cuidado en que los alumnos se habitúen al manejo de los sistemas de unidades y al paso de unos sistemas a otros, de modo que nunca pueda haber confusión o ambigüedad. La resolución de estos problemas queda facilitada con la publicación, al final de la obra, de una nutrida sección de tablas que contiene, además de las de constantes físicas y químicas y abreviaturas, tres especiales: la de logaritmos de números, la de líneas trigonométricas naturales y la de logaritmos de las líneas trigonométricas.

COMPENDIO DE FISICA Y QUIMICA

por los Profesores

JUAN KLEIBER y JOSÉ ESTALELLA

8.ª edición

Un volumen de 406 páginas, de 20×13 cm, con 381 grabados

El doctor ESTALELLA, a quien se debe la traducción del *Tratado popular de física* al castellano, ha realizado también la del «Compendio», añadiéndole, además, de acuerdo con el profesor alemán, un «Compendio de química», de suerte que constituyen ambos tratados un solo texto de excepcional interés para los Institutos, Escuelas Normales, de Comercio, de Artes y Oficios, Seminarios y, en general, para todos aquellos centros donde la física y la química figuran entre las materias fundamentales de enseñanza. La forma sencilla en que se exponen los conceptos, así como la claridad y precisión del lenguaje, dan al *Compendio de física y química* un alto valor pedagógico.

CIENCIA RECREATIVA

por JOSÉ ESTALELLA

Catedrático de Física

5.ª edición

Un volumen de 518 páginas, de 23×15 cm, con 882 grabados

Entretenimientos y enigmas correspondientes a diversas ramas del saber humano: a la aritmética, a la geometría, a la mecánica y gravedad, al sonido, la luz, el calor, los fenómenos capilares, el magnetismo y la electricidad, la química, la geografía y la historia natural, así como a ocurrencias diversas. Hay también trabajos de habilidad y paciencia, ya en dibujos, fotografías, construcciones de papel, como para realizarlos en el campo. Frivolidades, experimentos vistosos, curiosidades, paradojas, entretenimientos, correrías por diversos campos científicos, bordeándolos mejor que atravesándolos.

EXPERIMENTOS CIENTIFICOS DE SOBREMESA

por KENNETH M. SWEZEY

Un volumen de 182 págs., de 23,3×15,5 cm, con 200 fotografías

Estos experimentos científicos de sobremesa son una selección del vasto material reunido por Kenneth Swezey durante más de veinte años de labor divulgadora excepcional. El libro contiene experimentos científicos que pueden realizarse con materiales que se encuentran en todas las casas y sin necesidad de preparación técnica especial. Valiéndose de fotografías y de explicaciones sencillas, el autor enseña al lector cómo pueden demostrarse, con experimentos fascinadores, las leyes básicas de los fenómenos naturales.

JUEGOS DE MANOS

por el Profesor BOSCAR

6.ª edición

Un volumen de 314 páginas, de 20×13 cm, con 78 grabados

El ilusionismo o arte de los trucos hace pasar muy buenos ratos a los espectadores de todas edades y condiciones, y su conocimiento constituye un medio estimable de evitar que ciertas reuniones resulten tediosas. Para ello, la lectura del manual del doctor BOSCAR resultará muy útil a toda persona de carácter jovial o con las aptitudes necesarias.

Elementos de ciencias físicas y naturales, por el Dr. E. FONTSERÉ. 6.ª edición. Un volumen de 304 págs., de 20×14 cm, con 780 grabados, 270 temas para contestar verbalmente o por escrito, y un léxico de palabras técnicas.

Brockhaus. *Diccionario popular de las ciencias y de la técnica.* Un volumen de 660 páginas, de 23×14,5 cm, con 2000 grabados y 44 láminas en negro y colores.

Tratado elemental de Mecánica aplicada. *Obra escrita para las Escuelas de Artes y Oficios, para las Escuelas industriales y para los cursos técnicos de obreros y jefes de taller,* por el ingeniero J. A. BOCQUET. 5.ª edición, 4.ª tirada. Un volumen de 498 páginas, de 19,5×12,5 cm, con 178 grabados.

Problemas de electricidad, por H. VIEWEGER. 2.ª edición, revisada y ampliada. Un vol. de 434 páginas, de 19×12 cm, con 289 grabados.

Diccionario de unidades y tablas de conversión, por V. COSTA y O. FRANCÉS. Un volumen de 176 páginas, de 16,5×13 cm.

Tablas de logaritmos y de constantes usuales, por el Dr. O. SCHLÖMILCH. 9.ª edición. Un volumen de 216 páginas, de 18×13 cm.

Tablas de logaritmos, *de los números y de las líneas trigonométricas, con seis decimales,* por G. BREMIKER. Un volumen de 622 páginas, de 23×15 cm.

Una revolución en el concepto físico del mundo, por ERNST ZIMMER. Un volumen de 290 páginas, de 23×15 cm, con 56 grabados intercalados y 11 láminas fuera de texto.

Técnica química de laboratorio, por EDUARDO RODRÍGUEZ SANTOS. 2.ª edición. Un volumen de 320 páginas, de 22×16 cm, con 256 grabados y tablas numéricas. (2.ª edición.)

Química física, por A. J. MEE. Un volumen de 804 páginas, de 23×15 cm, con 216 grabados y 123 tablas.

Los catálogos y prospectos de la Editorial Gustavo Gili, S. A., se remiten gratis a quien los solicite.

PROBLEMAS DE FISICA

por el

Dr. JOSE ESTALELLA

8.ª edición. Un vol. de 204 páginas, de 19 × 12,5 cm, con 43 grabados.

Este libro contiene el planteamiento y la resolución, entre otros, de los problemas cuyo enunciado se encuentra en el *Tratado popular de física*, de KLEIBER y KARSTEN, y en el *Tratado de física*, de KLEIBER, KARSTEN y ALT. En la obra se pone especial cuidado en que los alumnos se habitúen al manejo de los sistemas de unidades y al paso de unos sistemas a otros. Unas tablas finales ahorran el tener que manejar libros especiales para hallar constantes físicas o funciones matemáticas.

TRATADO DE FISICA

por los Profs.

J. KLEIBER, B. KARSTEN y E. ALT

13.ª edición. Un vol. de 520 páginas, de 22 × 15,5 cm, con 803 grabados.

El profesor ALT ha realizado, con esta obra, una afortunada ampliación de la de KLEIBER - KARSTEN, añadiendo interesantes conocimientos sobre elasticidad, movimientos vibratorios, corrientes fluidas, fenómenos moleculares, electromagnetismo y radiaciones.